



## A transformação de um projeto de modelagem em um exercício de matemática

### *Transforming a modelling project into a math exercise*

**Ilaine da Silva Campos**

Doutora em Educação

Universidade Federal de Minas Gerais – MG - Brasil

[ila\\_scampos@yahoo.com.br](mailto:ila_scampos@yahoo.com.br)

<https://orcid.org/0000-0003-3205-9229>

### **Resumo**

O objetivo do artigo é compreender como um grupo de estudantes transformou um projeto de Modelagem em um modelo semelhante a um exercício de matemática. A análise das ações dos estudantes foi realizada usando a Teoria Histórico-Cultural da Atividade. Os sujeitos são estudantes de uma turma de 3º Ano do curso Técnico Integrado ao Ensino Médio em Meio Ambiente, do Instituto Federal de Minas Gerais, campus Governador Valadares. O estudo é de natureza qualitativa e os dados analisados são oriundos de observação participante, do relatório escrito e da apresentação do grupo para a turma. A partir da análise dos dados, é possível compreender que, no resultado do projeto de Modelagem, prevaleceram as regras historicamente validadas em uma atividade de matemática, mas essas regras foram confrontadas no decorrer do desenvolvimento do projeto com as regras específicas de um ambiente de aprendizagem de Modelagem. Os resultados indicam a importância da explicitação e da problematização das regras de ambientes de aprendizagem de Modelagem para a inserção de atividades dessa natureza em sala de aula, bem como a pertinência de se conhecerem as potencialidades e especificidades da Modelagem em cursos técnicos.

**Palavras-Chave:** Ações dos estudantes; regras, teoria da atividade; ambiente de aprendizagem; cursos técnicos.

### **Abstract**

The article objective is to understand how a group of students has transformed a Modelling project into a model similar to a math exercise. The students' action analysis is carried out using the Historical-Cultural Activity Theory. The subjects are students from a 3rd year class of the Technical Course Integrated to High School in Environment, at the Federal Institute of Minas Gerais, on Governador Valadares campus. The study is of qualitative nature and the data

analyzed comes from participant observations, the written report and the group presentation to the class. From the data analysis, it is possible to understand that in the Modeling project result historically validated rules in a mathematics activity prevailed, but that these rules were confronted during the project development with the specific rules of Modelling learning environments. The results indicate the importance of explaining and problematizing the rules of Modelling learning environments for the insertion of activities of this nature in classrooms and the relevance of knowing the potential and specificities of Modeling in technical courses.

**Keywords:** Student's Actions; Rules; Activity Theory; Learning Environment; Technical Courses.

## INTRODUÇÃO

Dentre os diversos avanços das discussões sobre a Modelagem na Educação Matemática dos últimos anos, é possível se perceber um crescente número de pesquisas e relatos de experiências que discutem sobre as possibilidades da Modelagem em cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio (CAMPOS; ROQUE, 2016; CUNHA, 2020; MELILLO, 2017; SETTI, 2017; SILVA, 2021) ou que têm esses cursos como contextos de pesquisas sobre Modelagem na Educação Matemática, como, a pesquisa da qual resulta este artigo (CAMPOS, 2018). Isso indica que esses cursos apresentam condições específicas que favorecem a implementação de atividades de Modelagem e que é preciso avançar em investigações que apresentem contribuições teóricas e metodológicas sobre a Modelagem nesses contextos.

Os estudos no campo da Modelagem na Educação Matemática indicam que os argumentos para a inserção de atividades dessa natureza em salas de aula devem ser apoiados em pesquisas que apresentem compreensões sobre as ações dos sujeitos, estudantes e professores, no desenvolvimento de atividades dessa natureza (ALMEIDA; VERTUAN, 2014; BARBOSA, 2007; SILVEIRA; CALDEIRA, 2012). As pesquisas que versam sobre essa temática podem subsidiar professores no desenvolvimento desse tipo de atividade em suas práticas pedagógicas, bem como as ações nas instâncias de formação de professores quando se discute a inserção da Modelagem em salas de aula.

O presente artigo propõe uma discussão sobre as ações dos estudantes de um curso técnico em Meio Ambiente ao atuarem no desenvolvimento de um projeto de Modelagem, cujo tema estava relacionado às especificidades do curso. O objetivo foi

discutir um caso em que um grupo de estudantes transformou o projeto de Modelagem em uma atividade semelhante a exercícios matemáticos comumente encontrados em livros didáticos de matemática. O entendimento assumido para a Modelagem no presente estudo é de “um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2007, p. 161). Para a análise das ações dos estudantes, apoio-me na teoria histórico-cultural da atividade, conhecida com Teoria da Atividade (TA), que possibilita identificar e discutir como as ações dos estudantes transformaram o problema.

### **AS AÇÕES DOS SUJEITOS NO AMBIENTE DE APRENDIZAGEM DE MODELAGEM**

A inserção de atividade de Modelagem em salas de aula de matemática ainda se apresenta como um grande desafio para os professores e para as pesquisas na área. Observam-se resistências (SILVEIRA; CALDEIRA, 2012) e também interesse (ARAÚJO; CAMPOS; SILVA, 2011) dos professores em relação à Modelagem. Silveira e Caldeira (2012) afirmam que, no Brasil, existe muita resistência dos professores em assumir a Modelagem de forma mais consistente em salas de aula. Araújo, Campos e Silva (2011) consideram que é legítimo afirmar que muitos professores, ao terem contato com atividades de Modelagem, sentem-se convidados a implementá-las em salas de aula. Mas, de fato, pode-se afirmar que atividades de Modelagem ainda são pouco familiares para um grande número de estudantes e professores no Brasil.

No estudo de Almeida e Vertuan (2014), os autores destacam que mudanças geradas pela inserção de atividades de Modelagem em sala de aula não acontecem sem que existam tensões nas ações dos sujeitos:

Qualquer tentativa de implementar atividades de Modelagem Matemática em sala de aula vem carregada do que se entende por uma ‘aula de Matemática’, acepção esta construída durante toda uma formação escolar, geralmente, vivenciada no paradigma do exercício. (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 9, grifo dos autores).

As aulas de matemática, no paradigma do exercício (SKOVSMOSE, 2000), têm como eixo central a exposição de conteúdos e resoluções, explicações e correções de

exercícios, com o professor no centro da ação pedagógica. Skovsmose apresenta uma descrição de como vislumbra essas salas de aula de matemática:

O ensino tradicional de matemática é dominado pelo uso do livro-texto que é seguido, mais ou menos, página por página. Outras espécies de materiais são usadas somente como complemento. O livro-texto ocupa a cena. As aulas são estruturadas mais ou menos da mesma maneira. Um elemento da aula é que o professor faz uma exposição de alguma ideia teórica. [...]. Um segundo elemento da aula é que os estudantes resolvem exercícios, quer individualmente, quer em grupo. [...]. Os exercícios são formulados de tal modo que cada um deles tenha somente uma resposta. [...]. (SKOVSMOSE, 2007, p. 33-34).

De outra forma, em atividades de Modelagem, os estudantes são convidados a assumirem o centro da ação pedagógica. Essas atividades, então, convocam estudantes e professores a assumirem *status* diferentes em relação ao modelo do paradigma do exercício, o que pode, por vezes, apresentar grandes desafios para a inserção de atividades de Modelagem em sala de aula.

Diversos estudos na literatura da área apresentam contribuições sobre o que acontece a partir das ações dos sujeitos em atividades de Modelagem, especificamente Araújo e Barbosa (2005), Caldeira, Silveira e Magnus (2011) e Campos (2013) explicitam aspectos não-positivos de se propor a grupos de estudantes desenvolverem atividades de Modelagem. Ao mencionar aspectos não-positivos, estou elegendo aqueles que fogem do que é desejável que aconteça em atividades dessa natureza, como discutido por Araújo, Campos e Freitas (2012) quando esclarecem que “consideramos como não-positivos os aspectos que, do ponto de vista do professor, se distanciam do que foi planejado ou vislumbrado por ele para suas práticas pedagógicas” (p. 9).

Araújo e Barbosa (2005) relataram o caso de um grupo de estudantes que inverteram a proposta da atividade de Modelagem, ação denominada pelos autores como *estratégia inversa*, ao criarem dados fictícios para obter um modelo matemático que se aproximasse dos conteúdos que estavam sendo estudados na disciplina na qual a atividade de Modelagem foi proposta. Caldeira, Silveira e Magnus (2011) relataram sobre uma atividade realizada em uma turma de 9º ano, composta por 40 estudantes, de uma escola pública, cuja escolha do tema e do problema a ser investigado foi realizada coletivamente, considerando o interesse dos estudantes. Esses autores concluíram que,

mesmo tendo desenvolvido uma atividade cujos tema e problema foram escolhidos pelos estudantes, não houve a participação ou mudanças de participação de um número significativo deles no desenvolvimento da atividade de Modelagem. Em Campos (2013), um grupo de estudante dividiu tarefas para o desenvolvimento de um projeto de Modelagem. Nessa divisão, um estudante, que explicitava ter uma boa relação com a Matemática, ficou responsável pela produção dos gráficos. A divisão de tarefas se deu antes mesmo de os integrantes do grupo discutirem os dados quantitativos que utilizariam no desenvolvimento do projeto de Modelagem, fragmentando a investigação do problema em duas partes, a que, do ponto de vista dos estudantes, utilizaria conhecimentos matemáticos e a que não utilizaria conhecimentos matemáticos.

De acordo Araújo, Campos e Freitas (2012), é importante apresentar nos relatos de pesquisas os aspectos positivos e não-positivos no desenvolvimento de atividades de Modelagem, pois, ao discutir a coexistência desses aspectos, são produzidos relatos mais próximos da realidade das práticas escolares. Para além disso, são importantes a descrição e a análise desses aspectos. Neste artigo, busco compreender, a partir das ações dos estudantes, como um grupo chegou ao resultado apresentado em uma atividade de Modelagem. Nessa direção, a TA possibilita analisar as ações dos sujeitos ao longo do desenvolvimento do projeto de Modelagem e as relações estabelecidas com outras atividades.

## **TEORIA DA ATIVIDADE**

A Teoria da Atividade<sup>1</sup> (TA) tem sua origem na escola histórico-cultural da psicologia soviética, no início do século XX, que teve como principal representante o psicólogo Lev Semenovitch Vygotsky. A partir dos anos 1970, quando os trabalhos de Vygotsky e seus colaboradores passaram a ser acessados no ocidente, essa teoria passa a ser discutida e recontextualizada por pesquisadores ocidentais.

De acordo com Leontiev (2014), Atividade diz respeito ao conjunto de ações realizadas pelo homem e dirigidas para satisfazer uma necessidade definida do sujeito.

---

<sup>1</sup> A palavra Atividade, quando grafada com inicial maiúsculas, trata-se de Atividade segundo a TA.

É orientada em direção ao objeto dessa necessidade e o objeto é o que diferencia uma Atividade da outra. Segundo esse teórico, Atividade é definida como “uma unidade não-aditiva da vida material, corpórea, do sujeito material. [...] é a unidade de vida, mediada pela reflexão mental, por uma imagem, cuja função real é orientar o sujeito no mundo objetivo” (LEONTIEV, 2014, p. 186).

Sobre os estudos dos psicólogos russos, Kaptelinin (2005) esclarece que, apesar de Leontiev ter tratado de Atividade coletiva, a unidade de análise fica restrita a Atividades individuais. Engeström (2001), por sua vez, analisa a Atividade a partir do coletivo dos sujeitos. Para isso construiu um framework que tem, como unidade de análise, Sistemas Atividade, o que também reflete a sua concepção de Atividade. O sistema Atividade humana é representado graficamente por uma estrutura triangular (FIGURA 1), na qual se destacam seus componentes (ferramentas e signos, sujeito, regras, comunidade, divisão do trabalho e objeto), a mediação entre eles, a natureza coletiva do objeto e o resultado (produto).

FIGURA 1: A estrutura do sistema Atividade humana



Fonte: Engeström (2001, p. 135)

O triângulo superior apresenta a relação entre o sujeito e o objeto mediada por ferramentas e signos, cuja referência inicial está nos trabalhos de Vygotsky. Ao visualizar o triângulo como um todo, incluem-se os outros elementos do sistema Atividade: as regras, a comunidade e a divisão do trabalho. Essa estrutura destaca as relações do sujeito em comunidade. As setas indicam em duas direções para ressaltar as relações dialéticas entres os componentes do sistema Atividade. Além disso, por meio

das setas representadas na figura acima é possível visualizar que todos os componentes se relacionam entre si.

Para explicar os significados dos componentes do sistema Atividade, apoio-me em Engeström e Sannino (2010): ferramentas e signos são os artefatos mediadores; sujeito é o indivíduo ou subgrupo de indivíduos, cujas ações são tomadas como perspectiva de análise; comunidade refere-se aos indivíduos ou subgrupos de indivíduos que compartilham ou estão interessados em um mesmo objeto; objeto é o componente para o qual a Atividade se dirige e que é transformado em produto; divisão do trabalho consiste na divisão horizontal de tarefas e a divisão vertical de poder e *status* entre os integrantes da comunidade; e regras são regulamentações, normas, convenções ou padrões, implícitos e ou explícitos, que limitam as ações no sistema Atividade.

Engeström (2001) e Engeström e Sannino (2010) explicam que o objeto é caracterizado como “matéria-prima” ou “espaço-problema” que se transformará em resultado ou produto. O objeto é caracterizado por ambiguidades, surpresas, interpretação, produção de sentido e potencial para transformação social. Esse componente do Sistema Atividade é caracterizado, ao mesmo tempo, como objeto geral do sistema Atividade e objeto específico de um sujeito, em uma referida ação, em um determinado momento, enfatizando seu caráter focal e ambíguo. O objeto geral está relacionado ao significado societal e o objeto específico ao sentido pessoal. Sentido e significado são as palavras que se encontram paralelas à seta que sai do objeto em direção ao resultado.

A unidade mínima de análise, nesse referencial teórico, é pelo menos dois sistemas Atividade relacionados. O sistema Atividade, embora independente, não pode ser compreendido sem relacioná-lo a outro sistema Atividade, interconectados e interdependentes. Nessas relações, é importante esclarecer que o mesmo sujeito pode participar desses diferentes sistemas Atividade ao mesmo tempo (ENGESTRÖM; SANNINO, 2010).

Após apresentar esses aspectos essenciais para situar a discussão, outros conceitos da TA serão mencionados e discutidos juntamente com a análise dos dados.

## CONTEXTO, SUJEITOS, ASPECTOS METODOLÓGICOS E DESCRIÇÃO DA ORGANIZAÇÃO DO PROJETO DE MODELAGEM

O contexto do estudo foi uma turma de 3º Ano do curso Técnico Integrado ao Ensino Médio em Meio Ambiente, formada por 25 estudantes, com idades entre 16 e 18 anos, do Instituto Federal de Minas Gerais, campus Governador Valadares. O ambiente de aprendizagem de Modelagem aconteceu, no âmbito da disciplina de matemática, entre os meses de março e maio de 2015. As ações para o desenvolvimento do ambiente de aprendizagem de Modelagem foram planejadas e desenvolvidas juntamente com a professora de matemática da turma. No planejamento, buscamos nos orientar pelas ideias defendidas em estudos, como Araújo (2009) e Barbosa (2003), sobre a Modelagem segundo a abordagem teórica da Educação Matemática Crítica. Entendemos que, em ambientes de aprendizagem de Modelagem, segundo essa abordagem teórica, devem ser criadas condições para que os sujeitos envolvidos discutam e negociem suas ideias acerca da problemática em debate. Além disso, na relação entre professor e estudantes não cabe àquele impor ideias, e sim dar oportunidades para os estudantes escolherem e decidirem sobre o que vai ser abordado no desenvolvimento da atividade de Modelagem. Nessa direção,

(...) a sala de aula é entendida como um espaço democrático, onde o diálogo, no sentido de ação dialógica, é a forma de comunicação entre os participantes. Essas ideias são entendidas e discutidas de tal forma que os participantes problematizem sua extensão para o contexto social. (ARAÚJO, 2009, p. 59).

Barbosa (2003) defende que o professor tem o papel de convidar os estudantes a produzirem conhecimento reflexivo e acolher suas iniciativas nessa direção. O conhecimento reflexivo, discutido por Skovsmose (2001) se constitui a partir de questionamentos acerca da aplicação dos algoritmos, conhecimentos ou conceitos matemáticos escolhidos pelos estudantes para apresentar uma solução ao problema em discussão. Sobre a Educação Matemática Crítica, em outro estudo, esse autor esclarece que “reconhecer a natureza crítica da educação matemática, incluindo toda a incerteza relacionada a esse assunto, é uma característica da educação matemática crítica” e que “a educação matemática crítica é uma resposta para uma posição crítica da educação

matemática” (SKOVSMOSE, 2007, p. 73). O autor também nos explica que a Educação Matemática Crítica não pode ser entendida como uma metodologia de sala de aula, e sim como preocupações em relação à Educação Matemática:

Educação matemática crítica não é para ser entendida como um ramo especial da educação matemática. Não pode ser identificada com certa metodologia de sala de aula. Não pode ser constituída por currículo específico. Ao contrário, eu vejo a educação matemática crítica como definida em termos de algumas preocupações emergentes da natureza crítica da educação matemática. [...] (SKOVSMOSE, 2007, p. 73).

O ambiente de aprendizagem de Modelagem discutido neste artigo foi implementado concomitantemente a outras atividades relacionadas aos conteúdos a serem trabalhados durante o ano letivo. Considerando a compreensão sobre Modelagem segundo a abordagem teórica da Educação Matemática Crítica, é importante destacar que não associamos o ambiente de Modelagem aos conteúdos matemáticos trabalhados naquele período. Por isso, decidimos utilizar apenas um dos dois dias de aula da disciplina semanalmente, mantendo a rotina e as regras já estabelecidas na sala de aula de matemática para as aulas não destinadas ao desenvolvimento do projeto de Modelagem.

A turma foi organizada em quatro grupos. Neste artigo, é discutido o trabalho desenvolvido por um grupo formado por seis estudantes que escolheram os seguintes pseudônimos: Fábio, Flávio, Geovane, Laura, Lourdes e Vitória. É importante destacar que essa foi a primeira experiência desses estudantes com atividades de Modelagem na disciplina de matemática no decorrer dos três anos do curso.

Os grupos se reuniram em horários destinados às aulas da disciplina de matemática, momentos que contaram com nossas orientações, da professora e da pesquisadora. Além disso, os grupos foram convidados a agendarem reuniões individualmente, em outros horários, nos quais contariam com minha orientação. Todos os momentos de reuniões dos grupos foram gravados em vídeos, considerando as potencialidades desses registros para atender ao objetivo da pesquisa e consonante ao que é defendido por Powell, Francisco e Maher (2004) sobre os vídeos, que, segundo esses autores: capturam informações orais e visuais; capturam comportamentos valiosos e interações complexas; permitem aos pesquisadores reexaminar continuamente os

dados; estendem e aprimoram as possibilidades da pesquisa observacional pela captura do desvelar momento-a-momento, de nuances sutis na fala e no comportamento não verbal; superam a limitação humana de observação por ser capaz de capturar não apenas parte do retrato integral, sendo superior às notas do observador.

Os dados que serão apresentados neste artigo são dos momentos das observações participantes (VIANNA, 2003), considerando que participei do ambiente de aprendizagem de Modelagem ao planejar juntamente com a professora e ao orientar os estudantes no desenvolvimento do projeto. De acordo com Vianna (2003), “nesse tipo de observação, o observador é parte dos eventos que estão sendo pesquisados” (p. 50). Além disso, o posicionamento assumido é o de pesquisar com professores e estudantes e não sobre eles, considerando a disponibilidade do pesquisador e dos próprios professores e estudantes para estabelecerem relações que favoreçam o desenvolvimento da pesquisa.

Os dados registrados em vídeo são de natureza qualitativa (FLICK, 2009). Além dos vídeos, o relatório escrito do projeto de Modelagem e o *PowerPoint* da apresentação do grupo são tomados como dados no presente artigo. As discussões do grupo, entre os estudantes e deles com a professora e a pesquisadora serão apresentadas em forma de episódios. Seguindo a compreensão de Araújo (2002), um episódio se caracteriza como pequenas cenas transcritas que apresentam algum significado para o estudo, cuja transcrição é intercalada por comentários para torná-las compreensíveis. Os episódios foram selecionados buscando fornecer elementos para a compreensão do objetivo proposto neste artigo.

Em relação à escolha do tema do projeto de modelagem, sugerimos aos grupos que escolhessem temas relacionados à área de Meio Ambiente, para atender ao interesse da professora de estabelecer relações entre o projeto de Modelagem e as especificidades do curso. O tema escolhido pelo grupo em discussão neste artigo foi “Recuperação de áreas degradadas presentes nas dependências do IFMG – campus Governador Valadares”. A tabela abaixo esclarece sobre os tempos e locais destinados ao desenvolvimento do projeto de Modelagem nas aulas de matemática.

Tabela 1: Tempos para o desenvolvimento do projeto de Modelagem nas aulas de matemática

| Encontro/ Data |            | Quantidade de aulas (50 minutos) | Local                                     |
|----------------|------------|----------------------------------|---|
| 1º encontro    | 30/03/2015 | 2                                | Sala de aula                              |
| 2º encontro    | 07/04/2015 | 1                                | Sala de aula e laboratório de informática |
| 3º encontro    | 14/04/2015 | 2                                | Laboratório de informática                |
| 4º encontro    | 28/04/2015 | 1                                | Laboratório de informática                |
| 5º encontro    | 04/05/2015 | 2                                | Sala de aula                              |

Fonte: Produzida pela autora

O primeiro encontro foi destinado à apresentação da proposta para o desenvolvimento dos projetos de Modelagem por nós, professora e pesquisadora, formação dos grupos e escolha dos temas pelos grupos. Informamos aos grupos que, a partir da escolha do tema, deveriam formular um problema a ser investigado por meio da matemática. Como resultado do trabalho, cada grupo apresentaria o projeto para a turma e entregaria um relatório escrito. Nesse dia, o grupo foco da discussão neste artigo formulou o seguinte problema para o desenvolvimento do projeto de Modelagem: “O problema consiste em achar quantas mudas são necessárias para reflorestar determinada área e quanto de grama é necessário para cobrir o solo” (RELATÓRIO ESCRITO DO GRUPO, p. 3).

Os 2º, 3º e 4º encontros foram destinados para o desenvolvimento do projeto de Modelagem. Além desses, aconteceu um encontro do grupo no dia 07/04/2015, com duração de aproximadamente 30 minutos, antes do momento da aula. Nesse encontro, acompanhei o grupo, que saiu do espaço da sala de aula para definir, medir e marcar uma área do campus que estivesse degradada, a fim de discutirem como poderiam recuperá-la. O quinto encontro foi destinado à apresentação dos projetos pelos grupos para a turma.

## OS DADOS E AS ANÁLISES

Nesta seção, serão apresentados três episódios, os resultados do projeto de Modelagem do grupo e as análises desses dados.

### Episódio 1: Escolha de uma área degradada para recuperação

No dia 07-04-2015, após encontrar com o grupo na sala de aula, saímos para definir, medir e marcar uma área do campus que estivesse degradada, a fim de discutir, no âmbito do projeto de Modelagem, como poderiam recuperá-la. Estavam presentes os seguintes integrantes: Fábio, Flávio, Geovane, Laura e Lourdes.

No percurso pelo terreno pertencente à instituição, conversamos sobre o desenvolvimento do projeto:

- (1) Pesquisadora: *O que é que a gente vai fazer agora?*
- (2) Geovane: *Quem está com a trena é que sabe.*
- (3) Laura: *Escolher uma área agora.*

Nesse percurso, Laura resolveu definir qual seria a área:

- (4) Laura: *Aqui, pensei em escolher essa área aqui.*
- (5) Lourdes: *Mas essa área aqui vai ser estrada ...*
- (6) Geovane: *E esse lugar aqui... [aponta para outra parte do terreno].*

A discussão sobre qual área escolher continuou até que os estudantes decidiram escolher o espaço indicado por Laura:

- (7) Laura: *Uai, gente, não tem importância da gente escolher uma área agora, é qualquer área não, ué ...*
- (8) Geovane: *Não precisa ser grande, não.* [Em seguida, fizeram a medição de uma área]
- (9) Laura: *Quem é que vai lá no mato medir?*
- (10) Geovane: *É só aqui [apontando para uma área ao seu redor], só a área que está degradada.*

Nesse momento, Fábio pegou a trena e falou para Geovane:

- (11) Fábio: *Puxa a fita.*
- (12) Laura: *Essa pequena área aqui só, não vei, [...], cada planta ocupa um metro ou meio metro.*
- (13) Geovane: *Só reduzir [...].*

FIGURA 2: Área degradada sendo medida por Fábio e Lourdes



Fonte: Imagem capturada do vídeo pela autora.

- (14) Fábio: *Deu quanto?*  
 (15) Geovane: *Tinha que deixar a marcação da área que a gente começou a marcar lá.*  
 (16) Fábio: *Faz cinco metros aqui, faz oito por cinco, oito por cinco, oito vezes cinco dá quarenta, quarenta metros, quarenta metros quadrados de área que nós vamos fazer [apontou para o chão, delimitando o formato de um retângulo com a mão direita].*

Nesse momento, perguntei ao grupo qual era o objetivo do projeto:

- (17) Fábio: *Ah, recuperar, fazer uma recuperação gradual do solo.*  
 (18) Geovane: *Porque, por exemplo, aqui tem mato, tem proteção [apontando para uma parte do terreno]. O mato protege o solo. [...] Por isso que o solo fica assim, cheio de quebrado [...]. Fica desse jeito, não tem proteção vegetal. [...]*  
 (19) Fábio: *E tem a atividade antrópica que é a do ser humano, também, que acaba degradando ainda mais, caminhões que passam, carros que ficam passando [...].*  
 (20) Geovane: *A gente escolheu essa parte aqui porque tecnicamente ela é menor. Dá para fazer uma recuperação para exemplificar para o trabalho. [...]*

O grupo voltou a discutir sobre a área a ser escolhida, decidindo quais os limites a serem demarcados. Laura continuou discordando das medidas que estavam sendo definidas pelo grupo:

- (21) Laura: *Então, vai ter que diminuir as plantas lá.*  
 (22) Flávio: *Acho que não.*  
 (23) Laura: *Mas cada planta é um metro!*  
 (24) Geovane: *É só diminuir, uai, tá mudando a área, é só diminuir o negócio das plantas lá.*

Por fim, o grupo definiu a área escolhida, de formato retangular, e com a trena foram feitas as medições, obtendo 3,10 m e 8,50 m. Fábio utilizou seu celular e calculou

a área, encontrando 26,35 m<sup>2</sup>. Além disso, o grupo utilizou pedras para marcar a área (localizando os vértices do quadrilátero). Após o grupo ter definido a área:

- (25) Geovane: *Agora que a gente mediu a área é só ...*  
 (26) Laura: *Eu acho que a área deveria ser maior um pouquinho, gente!*  
 (27) Geovane: *Mas a gente vai pegar onde, para recuperar? Tipo assim, essa área já tem cobertura vegetal. É só para a área que não tem, é só para colocar cobertura vegetal nessa área que não tem para evitar erosão. [...]. Para exemplificar, essa área que não tem cobertura vegetal vai dar certo. O intuito do trabalho é para dar exemplo lá para o exercício de matemática, aí se a gente conseguir fazer cobertura vegetal aqui já é o suficiente.*

Depois desse momento, todos voltaram para o prédio onde está localizada a sala de aula da turma.

## **Episódio 2:** Definições sobre o objetivo do grupo

Ainda no dia 07-04-2015, a discussão sobre a escolha da área continuou em sala de aula, com os mesmos integrantes do grupo, no tempo da aula de matemática destinado ao desenvolvimento do projeto de Modelagem. Em determinado momento, a professora se aproximou do grupo, perguntou sobre a área escolhida e os estudantes explicaram para ela sobre o andamento do projeto:

- (28) Professora: *O que vocês ... vocês foram lá? Mediram tudo?*  
 (29) Geovane: *Nós fomos lá, medimos uma área. [...]. Nós escolhemos uma área pequenininha, para fazer a adaptação [...].*  
 (30) Fábio: *Se precisa adubar a área ...*  
 (31) Laura: *Tem que ver o espaçamento também, tem que ver o espaçamento ... [fazendo gestos com as mãos].*  
 (32) Professora: *Vocês não acham isso na internet não?*  
 (33) Geovane: *Precisa ser uma planta específica.*  
 (34) Fábio: *Tem que saber qual é o solo [...].*  
 (35) Geovane: *O problema, a gente propôs um problema matemático, que é simples: quanto de semente ou quanto de planta ou de adubo a gente vai precisar para cobrir a área que está sem cobertura vegetal [...].*

Nesse momento, Laura destacou que o grupo deveria levar em consideração os espaços ocupados pelas plantas:

- (36) Laura: *Mas tem que ver, também, a medida porque tipo assim, a planta aqui, ela é um espaço, ela vai crescer e vai ...* [gestos com as mãos indicando a copa de uma árvore].
- (37) Geovane: *Só que a gente estava pensando em fazer só planta rasteira, só fazer uma cobertura vegetal...*
- (38) Laura: *Não, porque eu estava pensando em planta.* [gestos com as mãos explica o crescimento da uma árvore]
- (39) Geovane: *É só diminuir, uai, tá mudando a área, é só diminuir o negócio das plantas lá.*
- (40) Fábio: *Mas vai ter que olhar, [...], vai ter que ver o espaçamento entre as plantas para que uma não atrapalhe o crescimento da outra [...]. Eu acho melhor a grama inteira ...*
- (41) Geovane: *A grama protege mais que os outros tipos de ...*
- (42) Laura: *Mas pode plantar a grama e a árvore, porque gente, é reflorestar. Só a grama você não vai reflorestar, você vai só proteger o solo.*
- (43) Fábio: *Mas esse não é nosso objetivo!*
- (44) Laura: *Não? O nosso objetivo é reflorestar!*

Depois desse momento, toda a turma foi para o laboratório de informática, devido às demandas apontadas pelos grupos de realizarem pesquisas na internet.

#### **Análise:** episódios 1 e 2

A proposta do grupo estava consonante com o que foi solicitado pelas professora e pesquisadora: trata-se de um tema relacionado ao curso, o problema elaborado pelo grupo é de relativa importância para as atividades de um técnico em Meio Ambiente e sua proposição solicitava uma solução matemática. Na elaboração do problema, o grupo considerou as regras (ENGESTRÖM; SANNINO, 2010) propostas pelas professora e pesquisadora para o ambiente de aprendizagem de Modelagem. É importante reconhecer que, no contexto de uma disciplina de matemática, existem e prevalecem relações de poder historicamente constituídas entre professor e estudantes que caracterizam o ensino tradicional de matemática. Partindo disso, ter considerado as regras informadas pelas professora e pesquisadora na proposição do problema também pode significar aceitar a proposta da professora de matemática para o desenvolvimento de uma atividade de matemática.

Partindo do problema, que foi escrito nas seguintes palavras “achar quantas mudas são necessárias para reflorestar determinada área e quanto de grama é necessário para cobrir o solo”, o grupo definiu uma tarefa a ser realizada: a escolha de uma área

para o reflorestamento. A escolha da área pode ser entendida como uma tarefa (BEDNY; KARWOWSKY, 2004), definida pelo grupo, para a realização do projeto de Modelagem. Mais que isso, a escolha da área a ser recuperada valida o problema proposto pelo grupo como um problema real. Bedny e Karwowsky (2004) afirmam que as tarefas podem ser definidas como um sistema logicamente organizado de ações mentais e comportamentais, organizadas em uma sequência que permite atingir o objeto da Atividade e que dependem das condições para sua realização. De acordo com esses autores, a relação do sujeito com a tarefa é estabelecida a partir do sentido pessoal desta para ele.

A partir dos dois episódios, é possível compreender que Geovane e Laura estabelecem relações diferentes na realização dessa tarefa. Para Geovane, as medidas não eram tão importantes, pois a área escolhida serviria apenas para exemplificar a resolução do problema matemático. De outra maneira, Laura considerou importante que a área tivesse medidas que garantissem a distância necessária entre uma planta e outra, possibilitando o crescimento delas ao longo do tempo.

A discussão protagonizada por Geovane e Laura coloca em debate a compreensão sobre o objetivo do projeto de Modelagem. Diante disso, evidencia-se uma tensão (DAVID; TOMAZ, 2015) que pode ser escrita a partir da seguinte pergunta: o objetivo é reflorestar uma área degradada ou resolver um exercício matemático?

De acordo com David e Tomaz (2015), tensões podem ser originadas quando perspectivas diferentes entram em contato. As falas de Laura [(12), (21), (23), (26), (31) e (36)] indicam que é necessário ser uma área real e que as medidas devem garantir condições para o crescimento das plantas, regra plausível de ser aceita em um projeto desenvolvido por técnicos em Meio Ambiente quando o objetivo é reflorestar. De outra forma, para Geovane, como a área é apenas para exemplificar, o grupo poderia se apoiar em regras matemáticas que garantissem uma relação proporcional entre as medidas da área escolhida e as medidas da área a ser utilizada no projeto, regras válidas em uma atividade escolar na disciplina de matemática, como é possível entender, por exemplo, a partir das falas (8), (13), (24) e (39). Diante disso, também se coloca em questionamento quais variáveis serão consideradas na resolução do problema.

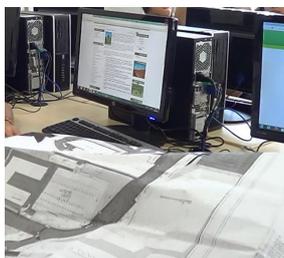
Geovane e Laura planejavam ações diferentes para o desenvolvimento do projeto relacionadas às diferentes compreensões quanto à proposição do projeto de Modelagem no âmbito da disciplina de matemática. Geovane buscava acomodar o projeto de Modelagem dentro das regras válidas nas atividades da disciplina de matemática, como é possível compreender quando ele fala que “*a gente propôs um problema matemático, que é simples*” [trecho da fala (35)]. De outra forma, para Laura, o objetivo do projeto não se limitava à disciplina, o que fica claro quando argumenta que “*Não? O nosso objetivo é reflorestar!*” [fala (44)].

A tensão identificada possibilita entender que a proposição do ambiente de aprendizagem de Modelagem sugeria suas próprias regras, mas estas são confrontadas com as regras historicamente estabelecidas em contextos de salas de aula de matemática.

### **Episódio 3: Mudando a área e o problema**

No dia 14-04-2015, no tempo da aula de matemática, no laboratório de informática, a estudante Vitória levou o projeto (planta) do futuro prédio de ensino que será construído no campus (FIGURA 3). Nessa planta, existe um espaço para a construção de um jardim. Viviane, que não estava presente no dia 07-04-2015, mostrou a planta para que o grupo se baseasse nessa área.

Figura 3: Planta do futuro prédio de ensino do IFMG-GV



Fonte: Imagem capturada do vídeo pela autora

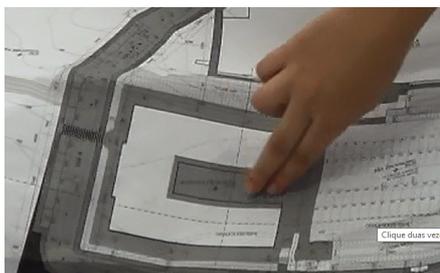
- (45) Fábio: *A gente já mediu!*
- (46) Lourdes: *Mas eu quero ver, pera!*
- (47) Flávio: *Por que que a gente pegou isso aqui?*
- (48) Vitória: *A área que a gente, é por aqui ...* [fala da área escolhida (Episódio 1)].

- (49) Laura: *Isso aqui é um talude ...* [talude é uma palavra que estava escrita na planta e significa inclinação do terreno].  
 (50) Geovane: *Qual que é a proporção dessa área aqui você sabe?*

Vitória falou da necessidade de procurar saber sobre as medidas e começou a defender a ideia de aproveitar a área que está projetada para ser o jardim, como a área escolhida para o projeto de Modelagem. Fábio e Flávio não concordaram com a proposta feita por Vitória. Para essa estudante, a área escolhida anteriormente era muito pequena. Diante da discordância sobre a escolha da área, Geovane explicou que não precisaria medir novamente, pegaria as informações da planta do prédio. A pesquisadora se aproximou do grupo e começou a questionar:

- (51) Pesquisadora: *O que é isso gente?* [sobre a planta do prédio].  
 (52) Vitória: *Esse daqui é o bloco que será construído futuramente e esse daqui, esse daqui é o jardim futuramente ...* [espaço apontado pela estudante na figura 4]

FIGURA 4: Localização do jardim na planta do futuro prédio de ensino do IFMG-GV



Fonte: Imagem capturada do vídeo pela autora

Vitória explicou que a proposta de trocar a área se deve à possibilidade de não saber o que acontecerá com a área que escolheram anteriormente. Na planta, é informado que a área é talude. Então, o grupo começou a pesquisar na internet, chegando a algumas imagens que representam taludes e avaliando as possibilidades a partir das imagens e informações obtidas na internet:

- (53) Laura: *Esse morro aí a gente pode plantar, olha aí gramado, está vendo.* [sobre a imagem na figura 5].

FIGURA 5: Imagens de taludes obtidas pelo grupo na internet



Fonte: Imagem capturada do vídeo pela autora

Na discussão, o grupo concluiu que não teria como plantar árvores na área anteriormente escolhida devido à previsão de construção de prédios e da inclinação do terreno. Na sequência da discussão entre os integrantes do grupo, surgiu a ideia de inventar a área, adotar uma área fictícia para o desenvolvimento do projeto de Modelagem:

- (54) Geovane: *Se a gente trocar essa área, por essa aqui que já tem o mapa, só é verificar a proporção do mapa para a área.*  
 (55) Vitória: *Se não tiver, não tem como.*  
 (56) Laura: *A gente pode inventar.*

A discussão continuou sobre qual área escolher:

- (57) Lourdes: *Mas se a gente construir aqui, acaba que vai construir alguma coisa, se tiver planejado alguma coisa.* [faz referência a área escolhida (Episódio 1)]  
 (58) Vitória: *Como você falou, essa área aqui vai ser o protótipo de outras regiões, beleza? Ou a gente pode continuar com essa ideia, ou pode fazer pra ...* [Fala direcionada para o Geovane]  
 (59) Fábio: *Eu acho melhor continuar com essa ideia.* [a área escolhida (Episódio 1)]

Na sequência da discussão, Fábio esclareceu que não concordava com a mudança e Geovane argumentou a favor da mudança:

- (60) Geovane: *A gente já sabe o que vai fazer, só tem que descobrir essa área. [...]. Essa área aqui não é a mesma região? O mesmo bioma? Então, o que eu fizer aqui, você [Fábio] acha que vai ser diferente aqui? [...] O que precisa saber são as plantas e a cobertura vegetal. [...]. Para qualquer área aqui, a gente só precisa saber sobre o tamanho da área, para fazer as relações matemáticas e tal.*

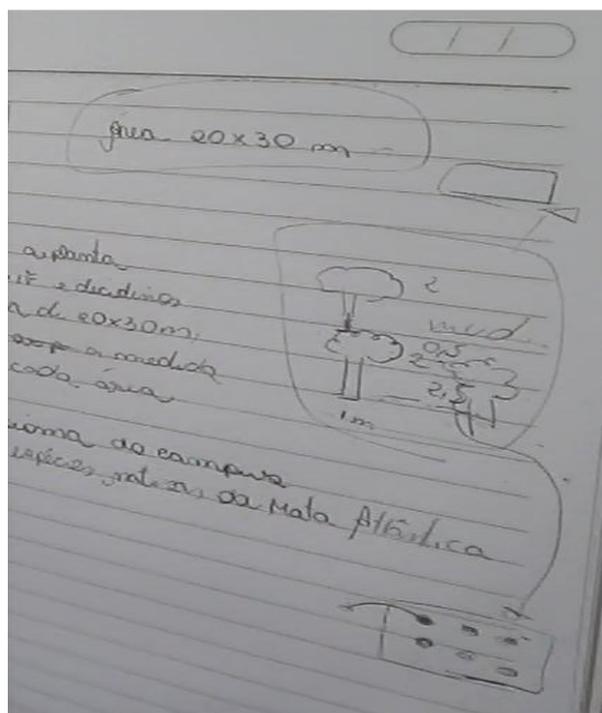
A discussão continuou e, depois de alguns minutos, a pesquisadora se aproximou e Laura começou a desenhar (FIGURA 6) como estavam projetando:

(61) Laura: *A gente escolheu uma área de vinte por trinta metros. O que é que a gente vai fazer, o problema é: quantas mudas serão necessárias para ocupar essa área toda aqui [...]. Tipo assim, estou dando o exemplo, o caule não sei como fala ...*

(62) Lourdes: *O tronco.*

(63) Laura: *Tem o diâmetro de um metro e a copa dela de dois metros. O espaçamento que a gente vai dar de uma para outra é de dois metros e meio. [...] Só que tem um problema que para você fazer essa recuperação você tem que plantar grama primeiro. O que a gente vai ter que fazer é achar a área do círculo, vai ter que usar aquela fórmula  $\pi r^2$ . [...]. Aqui tem seis negócios, você vai achar a área aqui e multiplicar por seis e diminuir dessa área aqui e vai achar o total de grama que vai ter que colocar.*

Figura 6: Desenho produzido por Laura



Fonte: Imagem capturada do vídeo pela autora

O grupo deu continuidade à ideia esboçada por Laura na figura acima.

### Resultados apresentados pelo grupo

Partindo da ideia esboçada por Laura na figura 6, na apresentação oral e no

relatório escrito, o grupo apresentou o problema matemático, elaborou perguntas a partir do problema e, para cada pergunta, apresentou uma resposta matemática com seus respectivos cálculos (FIGURA 7) e uma ilustração que representava a resolução do problema (FIGURA 8).

FIGURA 7: Problema e solução apresentados pelo grupo

4- PROBLEMA

O problema consiste em achar quantas mudas são necessárias para reflorestar determinada área e quanto de grama precisa para cobrir o solo.

1) Para uma área retangular de 600 m<sup>2</sup>, responda:

A) Quantas árvores de pequeno porte de origem da mata atlântica é preciso para reflorestar essa área, sendo que um dos lados mede 20 m e sabendo que a cada 10 m têm duas árvores?

|                   |           |                 |
|-------------------|-----------|-----------------|
| $A = b \times h$  | $30/10=3$ | $3 \times 2=6$  |
| $600=b \times 20$ | $20/10=2$ | $2 \times 2=4$  |
| $b= 30 \text{ m}$ |           | $6 \times 4=24$ |

Para reflorestar uma área de 600 m<sup>2</sup> é preciso 24 mudas.

B) Sabendo que o diâmetro do tronco dessa árvore mede 0,80 m, então calcule quantos metros quadrados de grama são necessários?

$R= 0,40\text{m}$

$A= \pi \times r^2$

$A= 3,14 \times (0,40)^2$

$A= 0,50$

$0,50 \times 24= 12 \text{ m}^2$

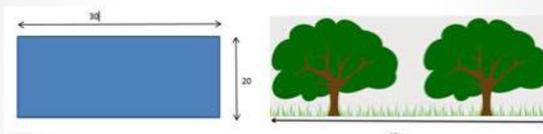
$600 \text{ m}^2 - 12 \text{ m}^2 = 588 \text{ m}^2$

São necessários 588 m<sup>2</sup> de grama.

Fonte: Relatório do grupo

FIGURA 8: Ilustração da resolução do problema

**Cálculos**



|                   |           |  |
|-------------------|-----------|--|
| $A = b \times h$  | $30/10=3$ | $3 \times 2=6$                           |
| $600=b \times 20$ | $20/10=2$ | $2 \times 2=4$                           |
| $b= 30 \text{ m}$ |           |  |
| total.            |           | Então: $6 \times 4=24$ árvores ao total. |

Fonte: Imagem apresentada em *PowerPoint* pelo grupo

**Análise:** episódio 3 e resultados apresentados pelo grupo

A introdução da planta de um futuro prédio a ser construído no terreno da instituição, um novo artefato na Atividade (ENGESTRÖM; SANNINO, 2010), representou possíveis garantias de aplicabilidade do projeto de Modelagem. De certa maneira, a introdução do novo artefato criou condições de se relacionar o projeto de Modelagem a outras atividades já desenvolvidas na instituição. Mais que isso, essas possíveis relações aumentavam as possibilidades de validação do projeto, assim como proposto pelas professora e pesquisadora.

As informações presentes na planta do prédio favoreceram ao grupo fazer uma análise do tipo do terreno, engajando os participantes em pesquisas na internet sobre esse aspecto. Contudo, a introdução desse artefato mudou a centralidade da discussão do grupo quanto ao objetivo do projeto de Modelagem, pois o grupo não analisou as condições em que se encontrava a área, apenas assumiu as informações contidas na planta apresentada pela estudante Vitória. O grupo analisou o tipo de solo a partir das informações presentes na planta e não retornou às questões relacionadas ao problema da degradação do solo que foram discutidas no episódio 1. Ao definirem os rumos que o projeto de Modelagem seguiria, apesar de falar sobre recuperação da área, os integrantes não sabiam em quais condições se encontraria a área escolhida no momento futuro da construção do jardim. As ações do grupo passam a ser direcionadas para encontrar um modelo para construir um jardim em um espaço já definido para ele.

A introdução da planta do prédio favoreceu um consenso entre os integrantes do grupo quanto à escolha da área. É possível afirmar, então, que a tarefa (BEDNY; KARWOWSKY, 2004) de escolher uma área em que se evidenciava degradação perdeu o significado para o grupo a partir do momento da aceitação da área demarcada na planta do prédio. Em relação à escolha da área, na fala (60), Geovane defendeu que o grupo deveria se engajar em outra tarefa (BEDNY; KARWOWSKY, 2004) que garantiria a resolução do problema proposto: “*A gente já sabe o que vai fazer, só tem que descobri essa área. [...]*”.

O argumento do Geovane na fala (60) validou a escolha da área a partir da planta do prédio. Seu argumento é baseado em conhecimentos da área profissional: [...]. *Essa*

*área aqui não é a mesma região? O mesmo bioma? Então, o que eu fizer aqui, você [Fábio] acha que vai ser diferente aqui? [...] O que precisa saber são as plantas e a cobertura vegetal. [...].* Ao aceitar a escolha da área, o grupo também direciona suas ações ao que seria necessário para continuar o projeto de Modelagem. Então, Laura aceitou a possibilidade de assumir medidas fictícias. Essas medidas contemplariam os aspectos por ela defendidos para garantir espaço para o crescimento das plantas [falas (61) e (63)]. A leitura do problema e de sua resolução (FIGURA 7) possibilita entender que foram desconsiderados os aspectos sobre as condições de degradação do solo, aspectos que foram centrais no episódio 1.

O problema continuou o mesmo proposto no primeiro encontro para o desenvolvimento do projeto de Modelagem. Contudo, a resolução do problema destaca que o grupo conformou o projeto de Modelagem nos padrões de um exercício de matemática, comumente presente em livros didáticos de matemática. Isso fica evidente nas figuras 7 e 8, sendo possível perceber que o grupo formulou questões (exercícios) para apresentar a resposta ao problema. Nessa análise, é importante retornar a um trecho da fala (27) do Geovane, em que esse estudante considerou o projeto de Modelagem como um exercício: *O intuito do trabalho é para dar exemplo lá para o exercício de matemática, aí se a gente conseguir fazer cobertura vegetal aqui já é o suficiente.*

A maneira com que o grupo apresentou a solução para o problema do projeto de Modelagem está relacionada às regras (ENGESTRÖM; SANNINO, 2010) que são válidas para as atividades desenvolvidas em uma disciplina de matemática. Como explica Engeström e Sannino (2010), regras são regulamentações, normas, convenções ou padrões, implícitos e ou explícitos, que limitam as ações no sistema Atividade. Nessa direção, os estudantes, mesmo convidados a desenvolver um projeto que não era semelhante a um exercício de matemática, apresentaram os resultados atendendo às regras já previamente aceitas em atividades de matemática.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste artigo, discuti um caso em que um grupo de estudantes apresentou o resultado de um projeto de Modelagem de maneira semelhante a resposta de exercícios

que, comumente, podem ser encontrados em livros didáticos de matemática. Os resultados apresentados pelo grupo nos levam a considerar que o projeto de Modelagem foi conformado às regras válidas para exercícios de matemática. De outro modo, a análise das ações dos estudantes possibilitou compreender que, em alguns momentos, outras regras foram consideradas entre os integrantes do grupo, evidenciando a articulação do projeto de Modelagem com o projeto de construção de um novo prédio na instituição e o reconhecimento das potencialidades da Modelagem para estudar questões relacionadas às especificidades do curso no contexto da disciplina de matemática.

As regras válidas para um projeto de recuperação de uma área degradada, no contexto do trabalho de um técnico em Meio Ambiente, confrontaram as regras que são válidas nas aulas de matemática. Contudo, ao final prevaleceram as regras válidas nas atividades comumente desenvolvidas nas aulas de matemática. A leitura dos dados permite perceber que o grupo possuía conhecimentos teóricos e metodológicos da área do curso, mas o contexto em que eles foram convocados a desenvolver o projeto foi a disciplina de matemática, e pela primeira vez no decorrer dos três anos de curso. Nesse caso, não se trata de resistência dos estudantes em relação à atuação no projeto de Modelagem (SILVEIRA; CALDEIRA, 2012) ou de uma situação semelhante a uma estratégia inversa (ARAÚJO; BARBOSA, 2005).

A análise por meio da TA ilumina para pensarmos como as regras que já prevalecem nos contextos das salas de aula de matemática se articulam e limitam as regras específicas de ambientes de aprendizagem de Modelagem. A introdução de novas regras, válidas para o desenvolvimento de um projeto de Modelagem, entraram em confronto com regras já reconhecidas historicamente como válidas em um contexto de sala de aula de matemática gerando tensões na Atividade.

Este artigo, junta-se a outros trabalhos que apontam as potencialidades da Modelagem em contextos de curso Técnico Integrado ao Ensino Médio. Além disso, destaca ser preciso ampliar os entendimentos sobre as especificidades que esses cursos apresentam para a implementação de ambientes de aprendizagem de Modelagem. Em

particular, a análise indica caminhos para se enfrentarem os desafios na implementação de ambientes de Modelagem em sala de aula.

Partindo do que foi apresentado neste artigo, emergiram algumas questões que podem potencializar as discussões em outros estudos: Quais posições são ocupadas pelos estudantes desses cursos ao serem convidados a atuarem em ambientes de aprendizagem de Modelagem? As condições apresentadas aos estudantes favorecem que eles atuem como profissionais em suas áreas específicas ou apenas como estudantes no contexto da disciplina de matemática? Quais possibilidades o ambiente de aprendizagem de Modelagem oferece para a articulação da disciplina com as especificidades do curso? Quais questões e condições podem favorecer essa articulação?

Por fim, acredito que essas questões podem desencadear novas reflexões e compreensões para os debates acerca da Modelagem na Educação Matemática.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA K. P. (org). **Modelagem Matemática em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2014. p. 1-21.

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos**. 2002. 173f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2002.

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: A perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, v.2, n. 2, p. 55-68, 2009.

ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C.. Face a Face com a Modelagem Matemática: como os alunos interpretam essa atividade? Rio Claro: Bolema - **Boletim de Educação Matemática**, v. 18, n. 23, p. 79-95, 2005.

ARAÚJO, J. L.; CAMPOS, I. S.; FREITAS, W. S. Prática pedagógica e pesquisa em modelagem na Educação Matemática. In: V SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2012. Petrópolis. **Anais...** Petrópolis, 2012, p. 1-20.

ARAÚJO, J. L.; CAMPOS, I. S.; SILVA, A. C. A disciplina modelagem matemática em educação matemática: motivos dos alunos - professores na constituição de um espaço de formação. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2009, Londrina. **Anais...** Londrina: SBEM, 2011. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos, **Anais...** São Paulo: SBEM, 2003. p. 1-13. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L.a (Orgs.) **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. p. 161-174.

BEDNY, G. Z.; KARWOWSKY, W. **Activity theory as a basis for the study of work**. *Ergonomics*, v. 47, n. 2, p. 134-153, 2004.

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C. M. Modelagem Matemática: Alunos em ação. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Orgs.). **Práticas de modelagem na educação matemática: Relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: EDUEL, 2011. p. 65-81.

CAMPOS, I. S. **Alunos em ambientes de modelagem matemática: caracterização do envolvimento a partir da relação com o background e o foreground**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2013.

CAMPOS, I. S. **A divisão do trabalho no ambiente de aprendizagem de modelagem matemática segundo a educação matemática crítica**. 2018. 253f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2018.

CAMPOS, I. S.; ROQUE, A. C. C. A segurança de trabalhadores de açougues e frigoríficos: uma experiência com a modelagem matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo, **Anais...** São Paulo: SBEM, 2016. CD-ROM. 1-11.

CUNHA, P. R. P. **Modelagem Matemática: uma proposta pedagógica para o Ensino Médio Técnico**. 2020. 183f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas) – Univates, Universidade do Vale do Taquari, Lajeado – RS, 2020.

DAVID, M. M.; TOMAZ, V. S. Aprendizagens Expansivas Reveladas pela Pesquisa sobre a Atividade Matemática na Sala de Aula. Rio Claro: **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n.53, p. 1287-1308, 2015.

ENGESTRÖM, Y. Expansive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of Education and Work*, v.14, n.1, p. 133-156, 2001.

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges. *Educational Research Review*, v. 5, n. 1, p. 1-24, 2010.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Tradução de Joice Elias Costa. 3 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 405p.

KAPTELININ, V. The Object of Activity: Making Sense of the Sense-Maker. **Mind Culture and Activity**, v. 12, n. 1, p. 4-18, 2005.

LEONTIEV, A. N. Atividade e consciência. **Revista Dialectus**. Ano 2 n. 4 Janeiro-Junho 2014 (original de 1972), p. 184-210. Traduzido por Marcelo José de Souza e Silva. Disponível em: [http://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/22230/1/2014\\_art\\_anleontiev2.pdf](http://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/22230/1/2014_art_anleontiev2.pdf). Acesso em: 09 jan. 2021.

MELILLO, C. R. **A dualidade na formação no ensino profissionalizante em um ambiente de aprendizagem de modelagem matemática**. 2017. 227f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 2017.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeos para investigar o desenvolvimento das ideias e do raciocínio matemático de estudantes. Rio Claro: **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, n.21, p. 81-140, 2004.

SETTI, E. J. K. **Modelagem matemática no curso técnico de informática integrado ao ensino médio: um trabalho interdisciplinar**. 2017. 194f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação, Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

SILVA, C. F. **Modelagem Matemática: Contribuições para Cursos Técnicos em Eletrotécnica**. 2021. 76f. Dissertação (Matemática em Rede Nacional do Instituto de Matemática) - Instituto de Matemática-INMA/Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campos Grande, MS, 2021.

SILVEIRA, E; CALDEIRA, A. D. Modelagem na Sala de Aula: resistências e obstáculos. Rio Claro: **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, v. 26, n. 43, p. 1021-1047, ago. 2012.

SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. Rio Claro: **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. Tradutores: Abgail Lins e Jussara de Loiola Araújo. Campinas: Papyrus, 2001. p. 160.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade**. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007. p. 304.

VIANNA, H. M. **Pesquisa em Educação: a observação**. Brasília: Plano Editora, 2003. 108p. (Série Pesquisa em Educação V. 5).

*Submetido em 09/01/2021.*

*Aprovado em 26/07/2022.*