



PONTIFICIA
UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE
VALPARAÍSO



Estadística temprana: desarrollo del razonamiento inferencial informal en el aula escolar

Soledad Estrella

Instituto de Matemáticas

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

CHILE

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso



Equipo GIET: Grupo de Investigación en Estadística Temprana - PUCV



Soledad Estrella



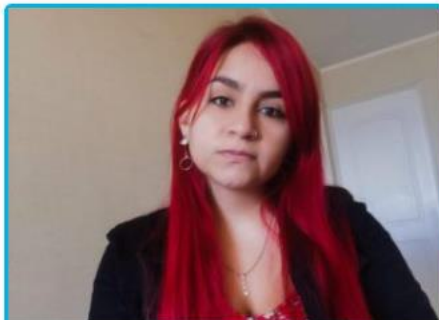
Raimundo Olfos



Sergio Morales



Pedro Vidal-Szabó



Maritza Méndez-Reina



Alejandra Mondaca



Rodrigo Salinas



Brahiam Ramírez

Ruta

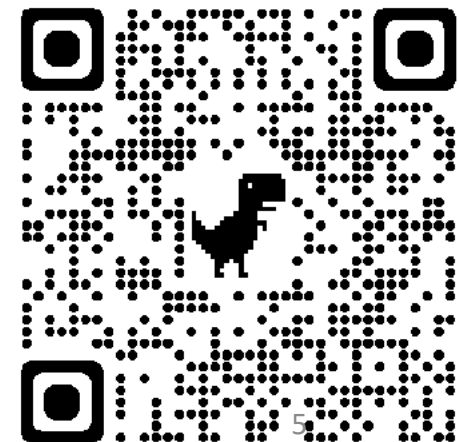


- Tarea de análisis exploratorio de datos: Argumentación con datos del texto escolar de matemática
- Aspectos del razonamiento inferencial informal (RII)
- Tarea de inferencia estadística informal: Resumen de una secuencia de aprendizaje sobre RII en aulas escolares de los grados K a 4
- Un modelo de desarrollo profesional docente: Lesson Study



Análisis Exploratorio de datos: Ejemplo de desarrollo de la habilidad de argumentación con datos del texto escolar de matemática

<https://www.youtube.com/watch?v=anTadMQqKA0>



Tarea desde el libro de matemática vigente

¿Quién tiene la razón?



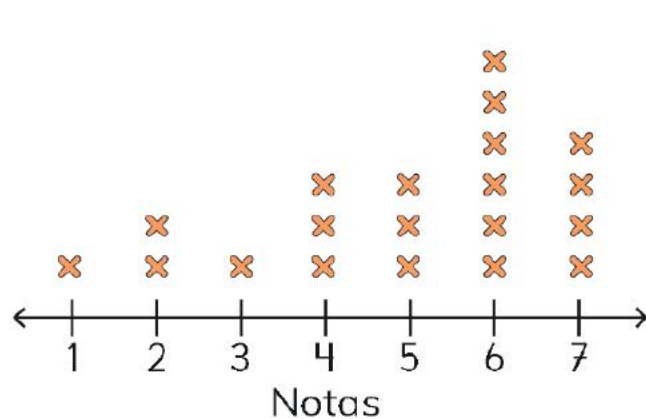
¡Nos fue mejor en la prueba de Lenguaje!

Yo creo que nos fue mejor en la prueba de Historia.

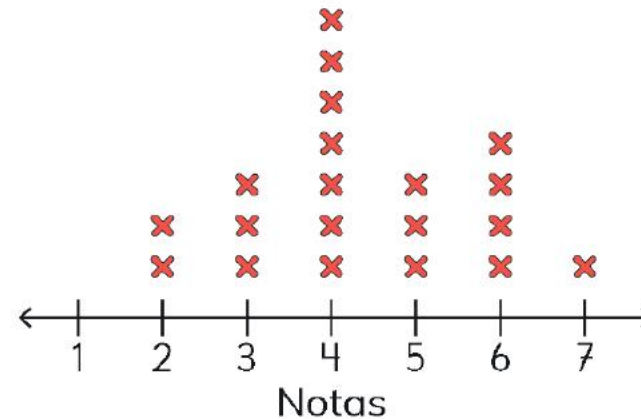


1 Observa los datos representados.

Notas obtenidas por 3° A en la prueba de Lenguaje



Notas obtenidas por 3° A en la prueba de Historia



Partial view of a math book page showing a grid, a number 6, a book icon, and some text: "las por 3° A de Historia", "5 6 7", "ínima?", "nima?", "e más", "e más", "es obtuvieron", "s obtuvieron", and a small illustration of a boy.

Clase pública online “¿Quién tiene la razón?”

Profesora plantea la Tarea Central

The image shows a Zoom meeting interface. The main window displays a grid of 16 participants. The names visible are: Julieta Avello, Dylan Fumey, Kathleen Astorga, francesca faundez, Fernanda, Santiago bernal, benjamin, Ismael, Damián Osorio, Luciano, Itzel Pedreros, Jael Fumey, Gissel Ramírez, M, and Alan Escobar. The bottom toolbar includes icons for 'Re-Iniciar Audio', 'Iniciar Video', 'Participantes', 'Chatear', 'Compartir pantalla', 'Grabar', and 'Reacciones'. A 'Hablando:' indicator is visible in the top right corner.

Overlaid on the bottom right is a slide titled "¿Quién tiene razón?". The slide contains two speech bubbles and two dot plots. The first speech bubble says "¡Nos fue mejor en la prueba de Lenguaje!" and the second says "Yo creo que nos fue mejor en la prueba de Historia." Below the first bubble is a dot plot titled "Notas obtenidas por 3° A en la prueba de Lenguaje" with a horizontal axis labeled "Notas" from 1 to 7. The data points are: 1 (3), 2 (3), 3 (3), 4 (3), 5 (3), 6 (3), 7 (3). Below the second bubble is a dot plot titled "Notas obtenidas por 3° A en la prueba de Historia" with a horizontal axis labeled "Notas" from 1 to 7. The data points are: 1 (1), 2 (1), 3 (1), 4 (1), 5 (1), 6 (1), 7 (1). The slide also features a pencil icon, a paper icon, and a vertical sidebar with the numbers "02" and "03".

Activación de Conocimientos Previos:

Profesora constata la lectura del Diagrama de Puntos

Episodio 1

Significado del eje horizontal

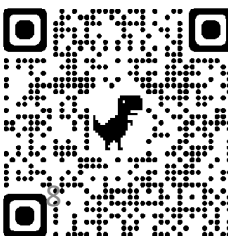
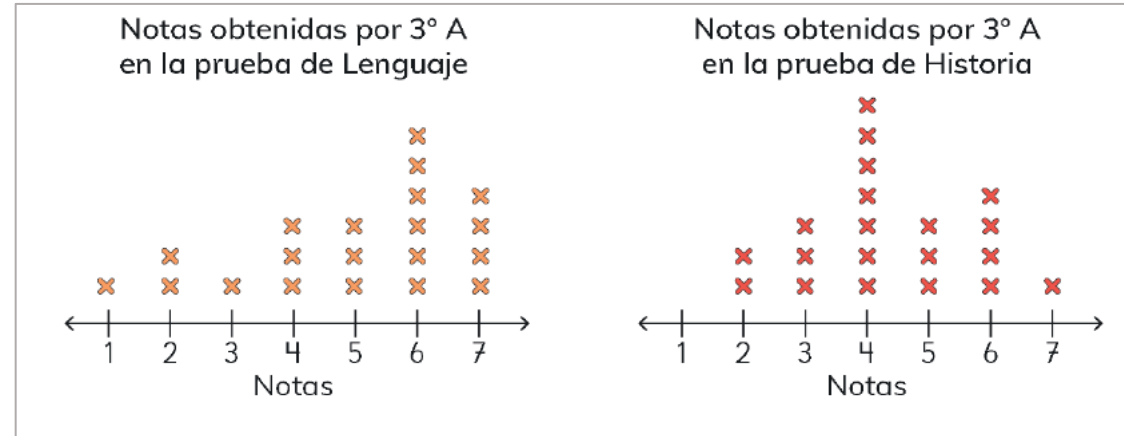
(categorías de la variable con un rango de notas de 1 a 7)

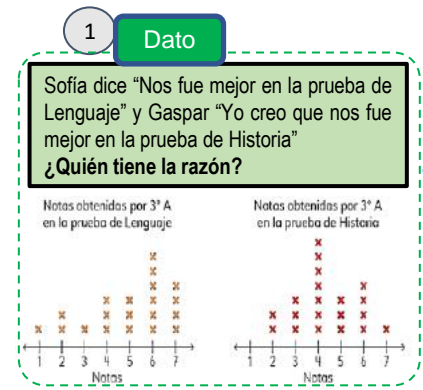
Episodio 2

Significado de los puntos (“equis”) como datos individuales (dada una nota verifica la frecuencia -conteo de datos de esos alumnos-)

Episodio 3

Significado del contexto que unifica los datos como un todo (reitera que son datos de todo el curso)





P: ¿Quién tiene la razón?

Garantía

7 y 6 son los mejores desempeños en una prueba

El desempeño es más alto en una prueba si hay mayor cantidad de notas 7 y 6 que en otra; y el desempeño es menor, si hay menor cantidad de 7 y 6

3 P: ¿Cómo supiste tú que en la prueba de Lenguaje [les fue mejor]?

4 Respaldo
 E3: Porque hay más 6 y 7 [hay notas más altas en la prueba de Lenguaje que en la prueba de Historia].

5 P: ¡Ah, muy bien! Porque hay muchos más 6 y 7 [en Lenguaje] que en Historia

7 P: E2 ¿por qué tu me dices que en Lenguaje?

8 Respaldo
 E2: Lo mismo [que E3]

9 P: ¿Qué es "lo mismo"? A ver, ¡explícame con tus palabras!

10 Respaldo
 E2: Porque la de Historia tiene menos de 6 y 7 [en la prueba de Historia que en la prueba de Lenguaje].

Garantía
 Para contrastar en los diagramas de punto los desempeños de agrupaciones de categorías, es posible comparar las frecuencias o alturas de dichas categorías

11 P: ¡Ah, muy bien! . La de Historia tiene menos seis y siete. Me parece excelente.

Garantía

4 es un mal desempeño en una prueba

Garantía
 En la prueba de Lenguaje hay menos 4 que en la prueba de Historia.

13 P: Eh, E4, te escucho. ¿Tienes una duda?

14 Respaldo
 E4: [Sí] porque en Lenguaje tienen menos 4 y eso está bien (...) y en Historia hay más [notas] 4 y eso es terrible

15 P: ¡Ah, muy bien! Entonces tu puedes decir que le fue mejor en Lenguaje porque dices que tiene menos cuatro y en Historia hay más cuatro.

16 P: ¡Oye, súper bien! Aquí encontramos otra forma de descubrir como dice E4, que les fue mejor en Lenguaje. porque E4 miró la nota 4 y dijo: "oye en Lenguaje tiene solo..."

Garantía

[Observar un mal desempeño (4) y comparar la frecuencia/altura de dicha categoría de los diagramas de puntos de las pruebas.]

18 Respaldo
 E4: 3 [niños con nota 4 en Lenguaje]

17 P: ¿Cuántos niños se sacaron [nota] 4 en Lenguaje?

20 E4: 6 o 7 [niños con nota 4 en Historia]

19 P: Y ¿en Historia [cuántos niños se sacaron nota 4]?

21 P: 7 ..., ¡muy bien E4!

Conclusión

2 E3: [Sofía tiene la razón, les fue mejor] en la prueba de Lenguaje

6 E2: En Lenguaje [les fue mejor]

12 E4: [Sí, lenguaje]

Aspectos del razonamiento inferencial informal (RII)

¿QUÉ ELEMENTOS CARACTERIZAN EL RAZONAMIENTO INFERENCIAL INFORMAL?



usar datos como evidencia para establecer argumentos relacionados con algún problema, priorizando la evidencia que ofrecen los datos por encima de las experiencias personales u opiniones

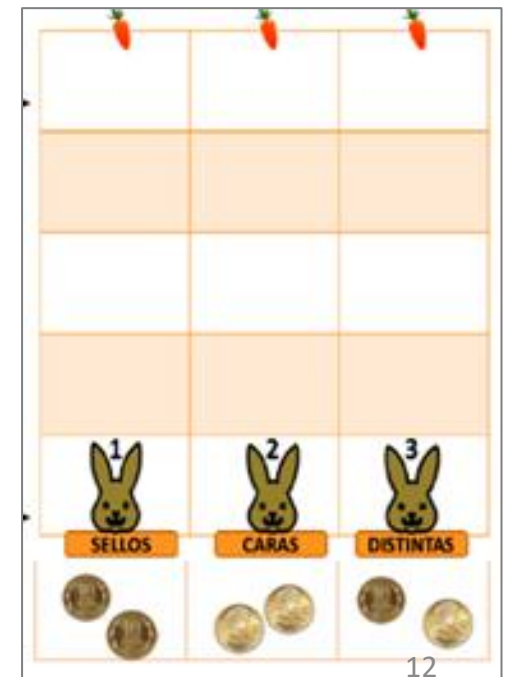
Makar y Rubin, 2009; Pfannkuch et al., 2015



Ben-Zvi et al., 2012

Rossmann, 2008; Zieffler et al., 2008

Inferencia estadística informal: Resumen de una secuencia de aprendizaje sobre RII en aulas escolares de los grados K a 4



Tablero de juego: Carrera de los conejos

CARRERA DE LOS CONEJOS

Jugaremos "la carrera de los conejos" para esto necesitarás 2 monedas.
Se juega de la siguiente manera:

- Lanzar las dos monedas al mismo tiempo.
- Vamos a usar tableros como el que se muestra.
- Cada conejo avanza hacia las zanahorias de esta manera:

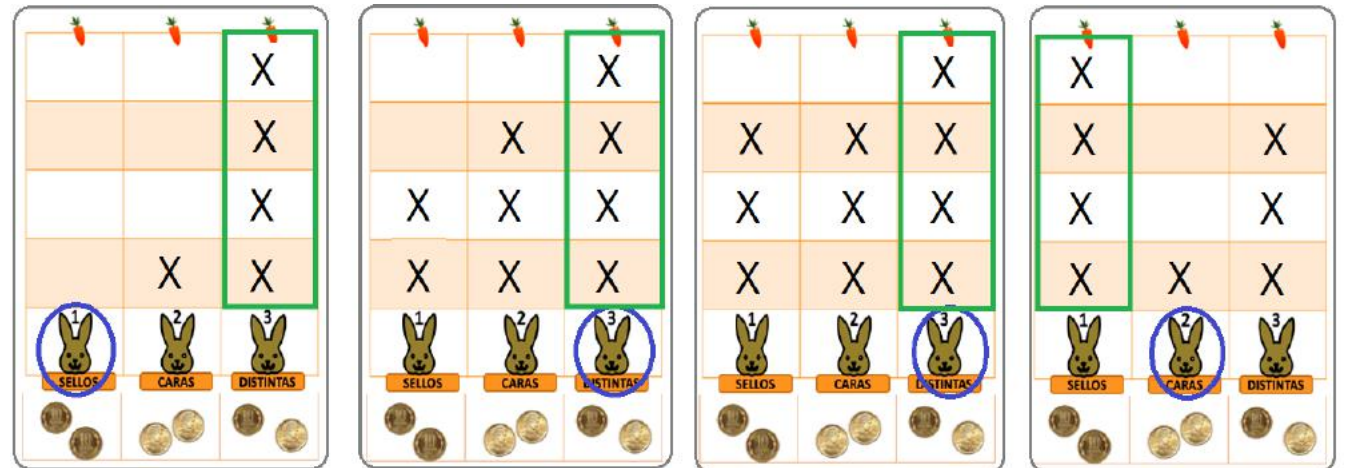
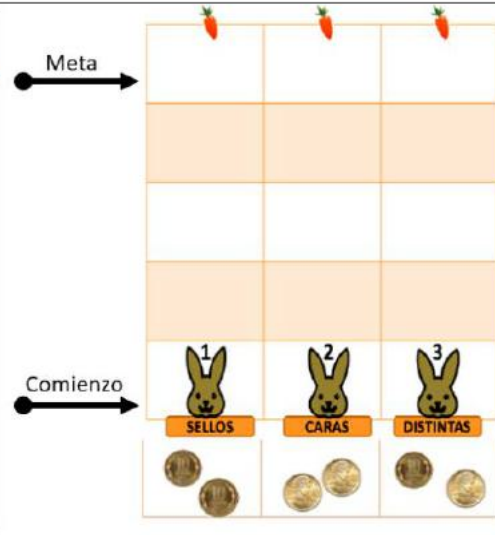
- 

 Avanza 1 espacio si salen dos sellos
- 

 Avanza 1 espacio si salen dos caras
- 

 Avanza 1 espacio si salen diferentes

d) El conejo ganador es el que llega primero a la zanahoria.



Muestreo repetido a través de una situación lúdica

Hacer predicciones

Experimentar la aleatoriedad

DATOS



Hacer generalizaciones

Explorar la variabilidad

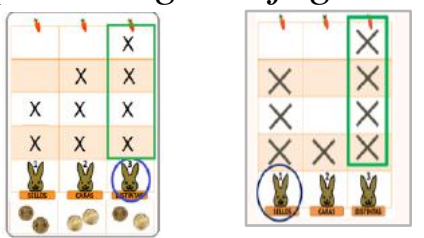
Visualizar la distribución de frecuencias

Razonamiento inferencial informal

Muestreo repetido a través de una situación lúdica

Hacer predicciones

La tarea-1 señala: *¿Qué conejo piensas que va a ganar? Juguemos y registremos en los tableros, ¿Qué pasó luego de jugar?*



Experimental la aleatoriedad

La tarea-4 solicita: *Para ganar en un próximo juego, ¿qué conejo aconsejarías?*

Completa tu ficha:
Si tuvieras que dar un consejo a una amiga o amigo, ¿Cuál conejito le aconsejarías que elija? ¿Por qué?
Marca con una X

Yo le aconsejaría que eligiera el conejito	1	2	3
porque	el 3 gana muchas veces y es muy posible		

Hacer generalizaciones

DATOS

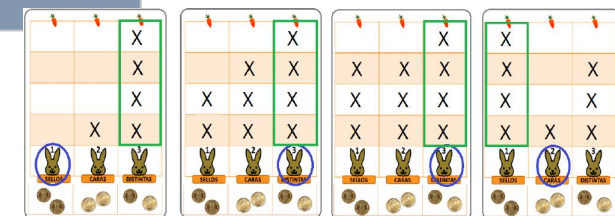
Explorar la variabilidad

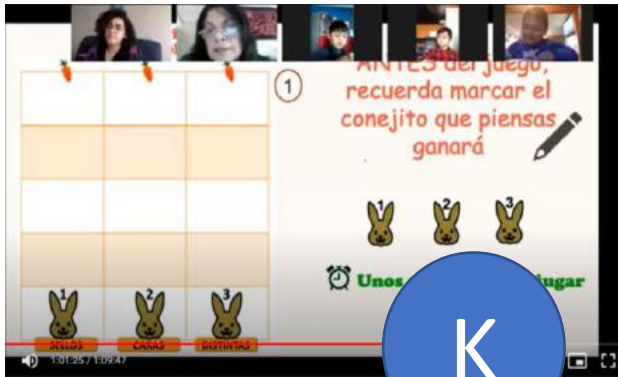
La tarea-3 señala: *Después de observar los tableros de los juegos que realizaste y los de tus compañeros. Para cada conejo, ¿qué tan probable es que gane...?*

Marcar con un	Improbable	Poco probable	probable	Casi seguro	Seguro
¿Cuál tan probable es que gane el conejito 1?		✓	✓	✓	
¿Cuál tan probable es que gane el conejito 2?		✓	✓	✓	
¿Cuál tan probable es que gane el conejito 3?				✓	✓

Visualizar la distribución de frecuencias

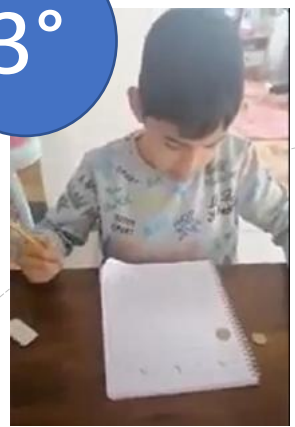
La tarea-2 señala: *Observemos los tableros, ¿qué ocurrió en los cuatro juegos? Entre cada juego, ¿cambié mi predicción del conejo ganador? ¿Por qué?*





K

3°



Experimentar la aleatoriedad



1°



Hacer generalizaciones

Hacer predicciones

DATOS

2°



Explorar la variabilidad

Teniendo en cuenta las carreras que el curso realizó...

Responde marcando con un emoji.

	IMPOSIBLE	POCO POSIBLE	POSIBLE	MUY POSIBLE	SEGURO
¿Qué tan probable es que gane 1?		✓	✓✓✓	✓✓✓✓	
¿Qué tan probable es que gane 2?			✓✓✓✓	✓✓	
¿Qué tan probable es que gane 3?			✓✓	✓✓✓✓	✓✓

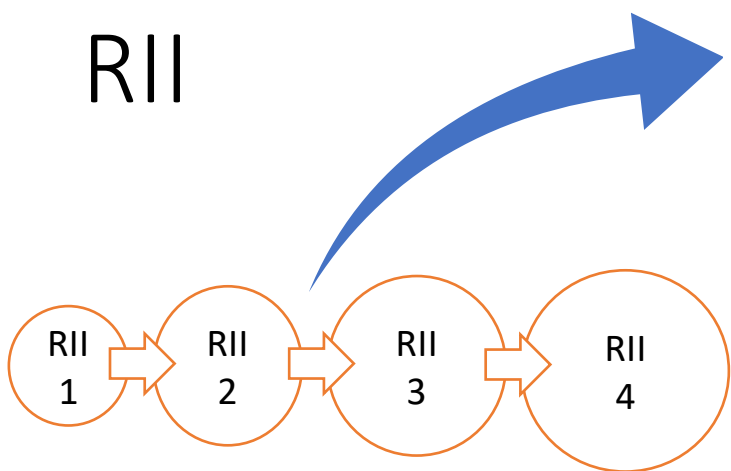
3°

Visualizar la distribución de frecuencias

Conejitos	Carreras ganadas
1	3
2	2
3	5

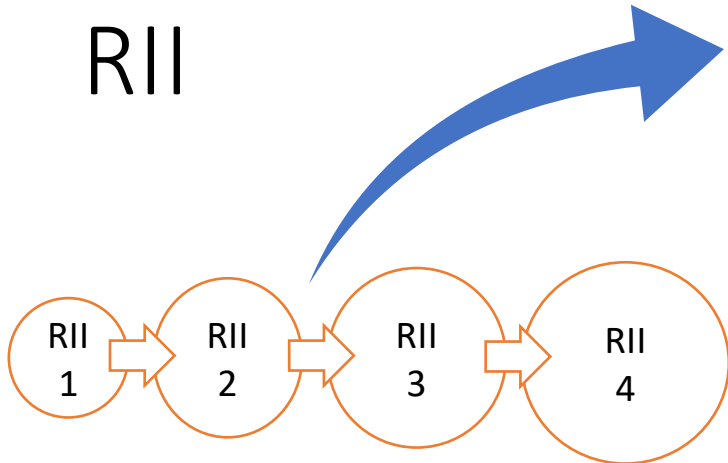
Razonamiento inferencial informal

Resumen de las actividades para cada una de las 4 etapas de la THA sobre RII



	Lección 1		Lección 2		
Tareas centrales	Paso 0	Paso 1	Paso 2	Paso 3	Paso 4
	<p>¿Qué tan posible es..? [Indicando mediante paletas icónicas los niveles de la escala: <i>imposible, poco posible, posible, muy posible y seguro</i>]</p>	<p>Antes de cada juego, ¿Cuál conejo piensas que ganará? ¿Por qué?</p> <p>Juguemos y registremos en los tableros. ¿Qué pasó luego de jugar?</p>	<p>Luego del registro en 4 tableros de juego (muestras), observamos los tableros (detectando la frecuencia máxima y categoría asociada)</p> <p>* ¿Qué conejo pensaste que iba a ganar? Y después de jugar, ¿qué sucedió?</p> <p>* Si jugáramos de nuevo, ¿Pasaría lo mismo?</p>	<p>Vistos los tableros de tus juegos y los de tus compañeros ¿Qué tan probable es que gane (el conejo 1, 2, 3)?</p>	<p>Si para ganar el juego, tuvieras que dar un consejo a un amigo, ¿Cuál conejo le aconsejarías?</p> <p>¿Por qué?</p> <p>Completa tu ficha: Si tuvieras que dar un consejo a una amiga o amigo, ¿cuál conejito le aconsejarías que elija? ¿Por qué?</p> <p>Yo le aconsejaría que eligiera el conejito <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></p> <p>porque _____</p>

Resumen de las actividades para cada una de las 4 etapas de la THA sobre RII



Actividad del estudiante

Expresar en forma oral, escrita o icónica, la incertidumbre o nivel de posibilidad de una situación



Predecir, realizar el juego y registrar los datos resultantes de acuerdo a cada categoría.



Comparar sus predicciones con los datos resultantes entre las muestras propias.

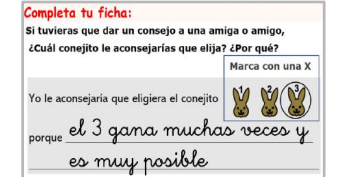
Visualizar la variación muestral y detectar una regularidad en las muestras propias y las de los demás, y en el pictograma que se va conformando.



Reconocer el patrón de variación en el pictograma [distribución muestral empírica de la moda] Estimar y verbalizar el nivel de posibilidad.



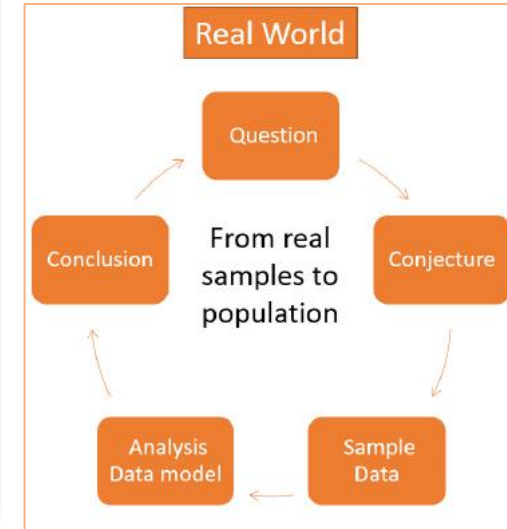
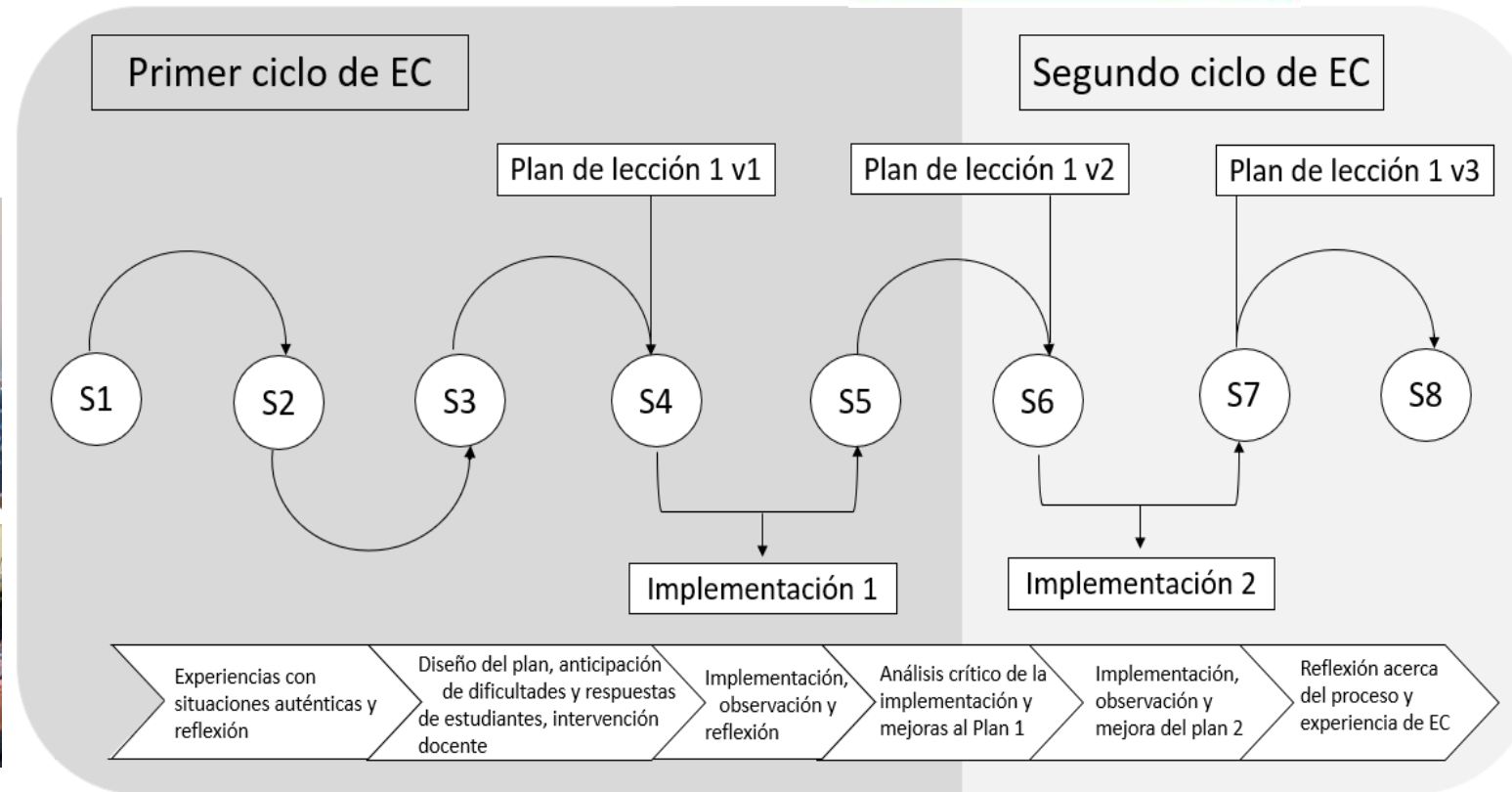
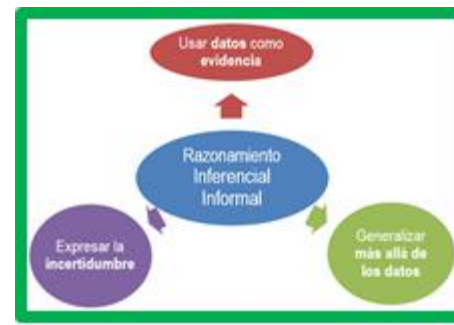
Comunicar y justificar por escrito su inferencial informal.





Un modelo de desarrollo profesional docente de Lesson Study

Estudio de Clases e ISI:





Un nuevo conocimiento: razonamiento inferencial informal

Construyendo un conocimiento de estadística más coherente y con más posibilidades de ser transferido a nuevas situaciones, que promueve el desarrollo temprano del pensamiento estadístico

Proyecto de Investigación 2020-2024

- Durante 2020 a 2022 hemos trabajado con
 - ✓ Cuatro escuelas: Viña del Mar; Los Andes; Santiago de Chile
 - ✓ Más de 200 estudiantes de PK a 4 EB
 - ✓ 24 profesoras, profesores y educadoras diferenciales
 - ✓ Más de 90 horas de videograbaciones de reuniones de GEC
 - ✓ Más de 60 horas de videograbaciones de implementaciones de Planes



Referencias asociadas

- -Estrella, S., Méndez-Reina, M., & Vidal-Szabó, P. (2023). Exploring informal statistical inference in early statistics: a learning trajectory for third-grade students. *Statistics Education Research Journal*. (Aceptado)
- -Estrella, S., Méndez-Reina, M., Salinas, R., & Rojas, T. (2023). The Mystery of the Black Box: An Experience of Informal Inferential Reasoning. In G. Burrill, L. De Oliveira and E. Reston, *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives*. Advances in Mathematics Education. ISBN 978-3-031-29458-7. SPRINGER. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_16
- -Estrella, S., & Olfos, R. (2023). Lecciones compartidas: un modelo chileno de Lesson Study aplicado con profesores de primaria y con formadoras de profesores. *Revista Paradigma*, Edición Temática Estudio de Clases: Contribuciones de la educación japonesa en diferentes países, Vol. XLIV, 110 – 130.
- -Estrella, S., Méndez-Reina, M., Olfos, R., & Aguilera, J. (2022). Early statistics in kindergarten: Analysis of an educator's pedagogical content knowledge in lessons promoting informal inferential reasoning. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 11(1), 1-13. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-07-2021-0061>
- -Estrella, S., Morales, S., Olfos, R., & Salinas, R. (2022). Estudio de e-Clases en Chile: cambios percibidos por profesores que diseñan, mejoran e implementan una tarea que desarrolla el razonamiento inferencial informal desde PK-3. En A. Richit, J. da Ponte y E. Soto, *Estudos de aula na formação inicial e continuada de professores*, (pp. 89-119). Editora Livraria da Física. ISBN: 978-65-5563-266-8.
- -Estrella, S., Vergara, A., & González, O. (2021). El desarrollo del sentido del dato: haciendo inferencias desde la variabilidad de los tsunamis en primaria/Developing data sense: making inferences from variability in tsunamis at primary school. *Statistics Education Research Journal*, 20(2), 1-14. <https://doi.org/10.52041/serj.v20i2.413>.
- -Estrella, S., Zakaryan, D., Olfos, R., & Espinoza, G. (2020). How teachers learn to maintain the cognitive demand of tasks through Lesson Study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23, 293 – 310. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-09423-y>



<https://estudiodeclases.cl>



@estudiodeclases
@estadisticatemprana



www.estadisticatemprana.cl



estadisticatemprana.cl

Gracias por su atención

Soledad Estrella soledad.estrella@pucv.cl
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso