

Un camino colaborativo:  
textos de matemáticas gratuitos y adaptables para  
todos los grados escolares en Latinoamérica  
Matemáticas Ilustrativas + PreTeXt + github

Enrique Acosta Jaramillo

Grupo LEMA [www.grupolema.org](http://www.grupolema.org)  
Mathematics Consortium Working Group

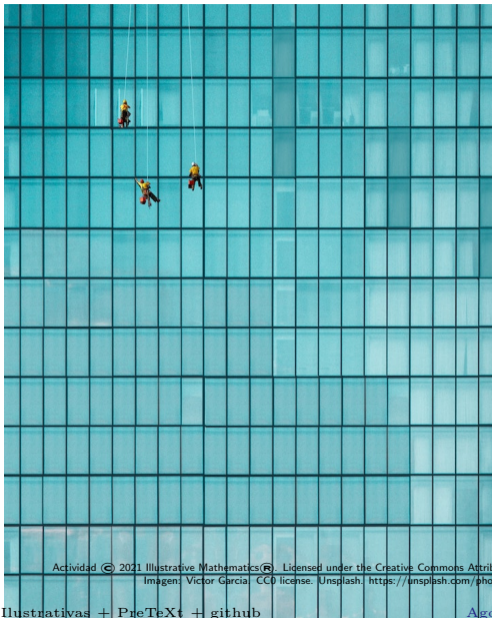
Reuniones virtuales  
Una empresa docente, Universidad de los Andes  
26 de agosto de 2023

# Calentamiento

¿Cuál es el área de una de las ventanas?

Escribe una estimación que sea:

- ▶ muy baja
- ▶ razonable
- ▶ muy alta



Actividad © 2021 Illustrative Mathematics®. Licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 license.  
Imagen: Victor Garcia. CC0 license. Unsplash. <https://unsplash.com/photos/OyL6nXhn0pl>

# Plan para hoy

Un camino colaborativo ...

Textos de matemáticas gratuitos y adaptables para todos los grados escolares en Latinoamérica.

1. Recursos educativos
2. Formato
3. Modelo de colaboración abierta para adaptarlos

# Plan para hoy

Un camino colaborativo ...

Textos de matemáticas gratuitos y adaptables para todos los grados escolares en Latinoamérica.

1. Recursos educativos (libros de texto / guías / secuencias didácticas / ...)
2. Formato
3. Modelo de colaboración abierta para adaptarlos

# Plan para hoy

Un camino colaborativo ...

Textos de matemáticas gratuitos y adaptables para todos los grados escolares en Latinoamérica.

1. Recursos educativos (libros de texto / guías / secuencias didácticas / ...)
2. Formato (word / googleDocs / pdf / html / markdown / ... )
3. Modelo de colaboración abierta para adaptarlos

## Primero algo de licencias....

Algo que sea “legalmente adaptable” sin permisos especiales debe tener una licencia de uso libre o abierta.

### Ejemplo de licencia abierta: Creative Commons

Las licencia de wikipedia. <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.es>

Existen muchos materiales gratuitos de matemáticas de diversos niveles de calidad. Pero muy pocos que sean de licencia abierta.

# Recursos: Matemáticas Ilustrativas

Camino:

1. Recursos ( libros de texto / guías / secuencias didácticas / ... )
2. Formato (word / googleDocs / pdf / html / markdown / ... )
3. Modelo de colaboración abierta para adaptarlos

# Illustrative Mathematics

Qué son:

- ▶ Planes de lección para todo el año escolar desde preescolar hasta 11.
- ▶ Alineado con los Common Core State Standards (USA).
- ▶ Centrado en los estudiantes y basado en la resolución de problemas. [https://im.kendallhunt.com/HS/teachers/what\\_is\\_pbc.html](https://im.kendallhunt.com/HS/teachers/what_is_pbc.html)
- ▶ No es un libro de texto. Es propuesta de aula — la clave son las discusiones matemáticas con sus grupos y toda la clase.



# Illustrative Mathematics

## Licencia y disponibilidad en Español

- ▶ Parcialmente en Español (incluido todos los textos para estudiantes preescolar–9)
- ▶ De licencia abierta (gratis y legal adaptarlos).

# Ejemplo - Matemáticas Ilustrativas

## Actividad 1 de la clase de

- ▶ Grado 4
- ▶ Unidad 6 (Multipliquemos y dividamos números de varios dígitos)
- ▶ Lección 3 (De patrones visuales a patrones numéricos)

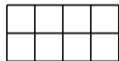
# Resolución de problemas

## Actividad 1

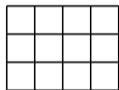
Este patrón de rectángulos sigue una regla.



paso 1



paso 2



paso 3

Priya dice: “En cada paso, aumenta 1”.

Noah dice: “En cada paso, aumenta 4”.

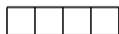
Lin dice: “En cada paso, aumenta 2”.

1. ¿Puedes pensar por qué lo que cada uno dice puede ser correcto? Da algunas razones posibles.
2. Ajusta la afirmación de cada estudiante para que lo que quiere decir sea más claro y preciso.

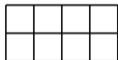
# Resolución de problemas

## Actividad 1

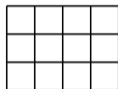
Este patrón de rectángulos sigue una regla.



paso 1



paso 2



paso 3

Priya dice: “En cada paso, aumenta 1”.

Noah dice: “En cada paso, aumenta 4”.

Lin dice: “En cada paso, aumenta 2”.

1. ¿Puedes pensar por qué lo que cada uno dice puede ser correcto? **Da algunas razones posibles.**
2. **Ajusta** la afirmación de cada estudiante para que lo que quiere decir **sea más claro y preciso.**

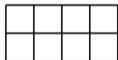
# Resolución de problemas

## Actividad 1

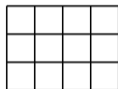
Este patrón de rectángulos sigue una regla.



paso 1



paso 2



paso 3

Priya dice: “En cada paso, aumenta 1”.

Noah dice: “En cada paso, aumenta 4”.

Lin dice: “En cada paso, aumenta 2”.

3. [...]
4. **Predice** qué número escribirán Priya, Noah y Lin en el paso 20 si el patrón de rectángulos continúa.  
**Explica o muestra cómo razonaste.**

# Naveguemos . . .

<https://im.kendallhunt.com> O <https://access.openupresources.org/curricula/our-k5-math/es>

Grado 4 → Unidad 6 → Lección 3

## Observen:

- ▶ Unidades/secciones y resúmenes de lo que está pasando
- ▶ Objetivos de la lección
- ▶ Partes de la lección
- ▶ Dinámica de las actividades

# Illustrative Mathematics - indicadores de calidad

# Illustrative Mathematics - indicadores de calidad

## Indicadores de calidad:

- ▶ Muy bien calificados por entidades independientes (<https://www.edreports.org>).
- ▶ Creación liderada por autores de los Common Core State Standards.
- ▶ Financiación inicial:  $\pm 14$  millones de dólares  
Bill & Melinda Gates Foundation, William and Flora Hewlett Foundation,  
Draper Richards Kaplan Foundation, ... .
- ▶ Tiempo: Creado y piloteado durante 6 años.
- ▶ Equipo:  $\pm 150$  personas  
[https://im.kendallhunt.com/k5\\_es/teachers/grade-4/course-guide/contributors.html](https://im.kendallhunt.com/k5_es/teachers/grade-4/course-guide/contributors.html)



# Clave: Discusiones matemáticas en clase

## Lección

- ▶ Objetivos de aprendizaje de lección
- ▶ Actividades:
  - ▶ Calentamiento
  - ▶ Actividad 1
  - ▶ Actividad 2
  - ▶ ...
- ▶ **Discusión de cierre con toda la clase**
- ▶ Evaluación: Problema de cierre

# Clave: Discusiones matemáticas en clase

## Lección

- ▶ Objetivos de aprendizaje de lección
- ▶ Actividades:
  - ▶ Calentamiento
  - ▶ Actividad 1
  - ▶ Actividad 2
  - ▶ ...
- ▶ **Discusión de cierre con toda la clase**
- ▶ Evaluación: Problema de cierre

## Actividades:

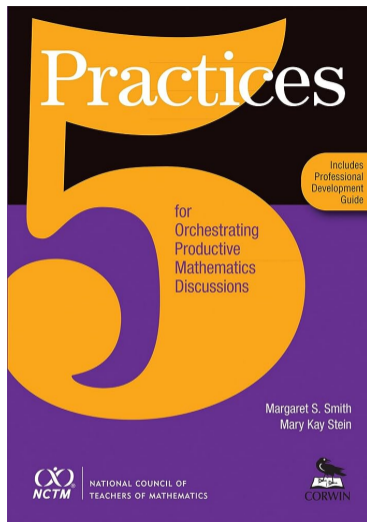
- ▶ Lanzamiento
- ▶ **Trabajo en grupo**
- ▶ **Discusión de cierre con toda la clase**

# La dinámica en el aula

# La dinámica en el aula

## 5 prácticas para orquestar discusiones productivas en matemáticas

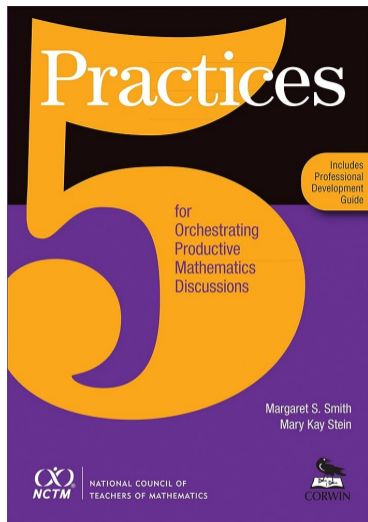
0. (Planear)
1. Anticipar
2. Monitorear
3. Seleccionar
4. Secuenciar
5. Conectar



# La dinámica en el aula

## 5 prácticas para orquestar discusiones productivas en matemáticas

0. (Planear)
1. Anticipar
2. Monitorear
3. Seleccionar
4. Secuenciar
5. Conectar



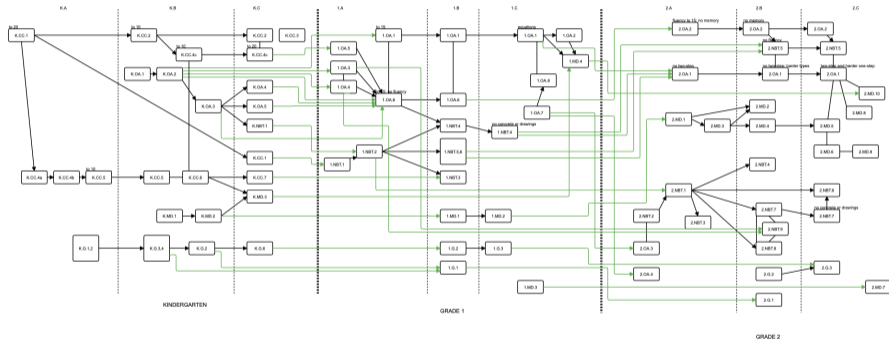
Disponible gratis (pdf) en Español en la página del ministerio de educación de Chile: <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/17702>

# Alcance y secuencia

# Alcance y secuencia

Nivel Grado (al terminar el año escolar):

Common Core State Standards

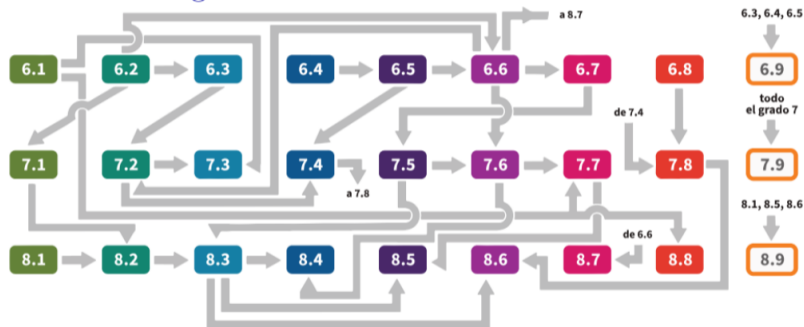


Mapa interactivo en:

<https://achievethecore.org/page/1118/coherence-map>

# Alcance y secuencia

## Dentro de los grados: secuencia de unidades





# Un problema de tarea (para la casa)

## Resolución de problemas en todas partes

Noah tiene una balanza que mide el peso a la onza más cercana. La tabla muestra los pesos de distintas cantidades de clips, en onzas.

¿Cuántas onzas crees que pesa cada clip? Explica o muestra cómo razonaste.

clips	peso
1	0
10	0
20	1
25	1
50	2
100	3

Grado 5

Unidad 5 (Patrones entre valores posicionales y operaciones con decimales)

Sección D (Dividamos decimales)

# Formato actual

## De libre acceso:

- ▶ Página web (HTML)
- ▶ pdf:
  - ▶ textos estudiante con espacio de trabajo para impresión ( $\pm 1200$  páginas por grado)
  - ▶ guías docente (plan de clase, soluciones, anticipación de errores)
- ▶ Word
- ▶ PPT

# Formato actual

## De libre acceso:

- ▶ Página web (HTML)
- ▶ pdf:
  - ▶ textos estudiante con espacio de trabajo para impresión ( $\pm$  1200 páginas por grado)
  - ▶ guías docente (plan de clase, soluciones, anticipación de errores)
- ▶ Word
- ▶ PPT

## Idiomas:

- ▶ Inglés: todo preescolar-11
- ▶ Español:
  - ▶ textos estudiante: preescolar-9 (falta 10, 11)
  - ▶ guías docente: preescolar-5 y 9 en Spanglish, 6-8 en Español.

# Illustrative Mathematics - Licencia

Combinación de CC-BY, CC-BY-NC:

## CC-BY

Toda libertad para adaptar, copiar y distribuir el material siempre y cuando le mantenga la misma licencia e incluya la atribución correspondiente.

Misma licencia que wikipedia.

<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

## CC-BY-NC

Igual que arriba, pero no se puede usar con fines comerciales.

## ¿Alternativas?

No conozco otros materiales para todos los grados en español que sean gratuitos y adaptables.

## ¿Alternativas?

No conozco otros materiales para todos los grados en español que sean gratuitos y adaptables.

Lo más cercano: Iniciativas de ministerios en Latinoamérica (lista muy incompleta):

- ▶ JICA (ejemplo: Ministerio Educación El Salvador. Copitas y Cipotes. grados 1–6  
<https://www.mined.gob.sv/cyc/cyc.html>)
- ▶ Ministerio Educación Chile. Sumo Primero. 2020  
<https://www.curriculumnacional.cl/portal/Tipo/Textos-escolares-oficiales/Textos-Escolares-Licitados-por-Mineduc/#doc.03>
- ▶ Ministerio Educación Colombia. Escuela Nueva (grados 1–5)

## ¿Alternativas?

No conozco otros materiales para todos los grados en español que sean gratuitos y adaptables.

Son:

Derechos reservados. Prohibida su venta. Este documento puede ser reproducido todo o en parte reconociendo los derechos del Ministerio de Educación.

- ▶ Inventar y reinventar la rueda una y otra vez.
- ▶ Muchos no pasan de la primera edición (cambian entre administraciones).
- ▶ No cubren todos los grados.

Lo más cercano: Iniciativas de ministerios en Latinoamérica (lista muy incompleta):

- ▶ JICA (ejemplo: Ministerio Educación El Salvador. Copitas y Cipotes. grados 1–6  
<https://www.mined.gob.sv/cyc/cyc.html>)
- ▶ Ministerio Educación Chile. Sumo Primero. 2020  
[https://www.curriculumnacional.cl/portal/Tipo/Textos-escolares-oficiales/Textos-Escolares-Licitados-por-Mineduc/#doc\\_03](https://www.curriculumnacional.cl/portal/Tipo/Textos-escolares-oficiales/Textos-Escolares-Licitados-por-Mineduc/#doc_03)
- ▶ Ministerio Educación Colombia. Escuela Nueva (grados 1–5)

# Illustrative Mathematics - Propuesta



# Illustrative Mathematics - Propuesta

- ▶ No adoptar IM en Latinoamérica así no más.
- ▶ Licencia abierta permite adaptarlos de forma legal.

# Illustrative Mathematics - Propuesta

- ▶ No adoptar IM en Latinoamérica así no más.
- ▶ Licencia abierta permite adaptarlos de forma legal.
- ▶ ¡Excelente punto de partida! Se ahorra uno
  - ▶ cientos de miles de horas de trabajo
  - ▶ millones de dólares

# Illustrative Mathematics - Propuesta

- ▶ No adoptar IM en Latinoamérica así no más.
- ▶ Licencia abierta permite adaptarlos de forma legal.
- ▶ ¡Excelente punto de partida! Se ahorra uno
  - ▶ cientos de miles de horas de trabajo
  - ▶ millones de dólares

## El punto de las licencias abiertas

Construir sobre lo construido, y lo que se construye queda con la misma licencia.

# Illustrative Mathematics - Propuesta

- ▶ No adoptar IM en Latinoamérica así no más.
- ▶ Licencia abierta permite adaptarlos de forma legal.
- ▶ ¡Excelente punto de partida! Se ahorra uno
  - ▶ cientos de miles de horas de trabajo
  - ▶ millones de dólares

## El punto de las licencias abiertas

Construir sobre lo construido, y lo que se construye queda con la misma licencia.

¿Cómo se puede ver ese proceso de adaptación?

# Illustrative Mathematics

**Índice:** Parecido a cualquier material que propone un currículo espiralado.

<p>Unidad 4 ▶ <b>División De Fracciones</b></p> <p>En esta unidad, los estudiantes analizan cómo los tamaños relativos del numerador y el denominador influyen en el tamaño de su...</p> <p><a href="#">Ir a unidad ▶</a></p>	<p>Unidad 5 ▶ <b>Aritmética En Base Diez</b></p> <p>En esta unidad, los estudiantes calculan sumas, diferencias, productos y cocientes de números enteros y números decimales de...</p> <p><a href="#">Ir a unidad ▶</a></p>	<p>Unidad 6 ▶ <b>Expresiones Y Ecuaciones</b></p> <p>En esta unidad, los estudiantes comprenden y aprenden a usar los términos "variable", "coeficiente", "solución", "expresiones...</p> <p><a href="#">Ir a unidad ▶</a></p>
<p>Unidad 7 ▶ <b>Números Racionales</b></p> <p>En esta unidad, los estudiantes interpretan números con signo (p. ej., temperaturas por encima y por debajo de cero, altitudes por...</p> <p><a href="#">Ir a unidad ▶</a></p>	<p>Unidad 8 ▶ <b>Conjuntos De Datos Y Distribuciones</b></p> <p>En esta unidad, los estudiantes aprenden sobre poblaciones y estudian variables asociadas a una población. Ellos comprend...</p> <p><a href="#">Ir a unidad ▶</a></p>	<p>Unidad 9 ▶ <b>Conectemos Todo</b></p> <p>En esta unidad opcional, los estudiantes usan conceptos y habilidades de unidades anteriores. Al resolver problemas de Fermi,...</p> <p><a href="#">Ir a unidad ▶</a></p>

Capturas de pantalla tomadas de [openupresources.org](https://openupresources.org). Material de uso libre CC-BY 4.0.

## Lección 6

# Interpretemos tasas

### Preparación de lección

Objetivos de aprendizaje diarios: secuencia coherente y espiralada.

<b>Objetivos de aprendizaje</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Calcular e interpretar las dos tasas unitarias asociadas a una razón, es decir, <math>-</math> y <math>-</math> para la razón <math>\frac{a}{b}</math>.</li><li>• Comprender que el término "tasa unitaria" (en lenguaje hablado y escrito) se refiere a una tasa por cada 1.</li><li>• Elegir qué tasa unitaria utilizar para resolver un problema dado y explicar la elección (oralmente y por escrito).</li></ul>
<b>Objetivos de aprendizaje del alumno</b>	Exploremos las tasas unitarias.
<b>Metas de aprendizaje del alumno</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Cuando tengo una razón, puedo calcular sus dos tasas unitarias y explicar lo que cada una significa en la situación.</li><li>• Puedo escoger qué tasa unitaria utilizar con base en cómo planeo resolver el problema.</li></ul>

## Actividades de cierre:

Problema concreto alineado con los objetivos de aprendizaje del día.

- ▶ evaluación permanente (formativa).
- ▶ apoyo al profesor en el seguimiento al aprendizaje.

## 6.4 Comprar uvas por libras

Dos libras de uvas cuestan \$6.

1. Completa la tabla que muestra el precio de diferentes cantidades de uvas a esta tasa.

uvas (libras)	precio (dólares)
2	6
	1
1	

2. Explica el significado de cada número que encuentre.

## Anticipación de posibles dificultades de los estudiantes

### Errores comunes

Es posible que algunos estudiantes piensen que Priya y Han no pueden ambos tener la razón porque proponen números diferentes. Pídales que expliquen lo que significa cada número para que tengan la oportunidad de darse cuenta de que los números significan cosas diferentes. Señale que la posición del número 1 de cada fila aparece en columnas diferentes dentro de la tabla.



# Illustrative Mathematics

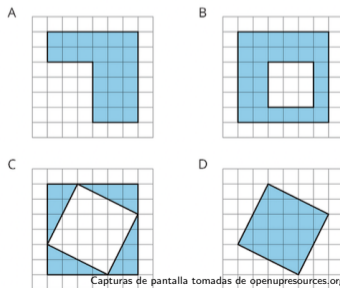
Organice a los estudiantes en parejas. Pida a un compañero que comience con las figuras A y C y al otro con las figuras B y D. Dé a los estudiantes 4 o 5 minutos para pensar en silencio y entrégueles su caja de herramientas de geometría. Luego, deles unos minutos más para compartir sus respuestas con su pareja. Enfatique en que, mientras un compañero explica, el otro debe escuchar cuidadosamente y ver si está de acuerdo o en desacuerdo con las respuestas y explicaciones.

## Actividades en clase:

- ▶ trabajo en grupo
- ▶ resolución de problemas
- ▶ discusiones matemáticas en el aula

### Enunciado de la tarea dirigido a los estudiantes

Cada cuadrado de la cuadrícula tiene 1 unidad cuadrada de área. Encuentra el área, en unidades cuadradas, de cada región sombreada sin contar cada cuadrado. Prepárate para explicar tu razonamiento.



Capturas de pantalla tomadas de [openupresources.org](https://openupresources.org). Material de uso libre CC-BY 4.0.

Apoyos para promover  
la discusión  
matemática en el aula  
dirigida a los objetivos  
de aprendizaje.

## Síntesis de la actividad

Pida a cada grupo que comparta 1 o 2 de sus ejemplos y registre las respuestas únicas para que todos las vean.

Después de que cada grupo haya compartido, seleccione una respuesta (o más de una, si el tiempo lo permite) que sea familiar para los estudiantes. Por ejemplo, si un grupo propuso 30 millas por cada hora, pregunte: "¿Qué cosas sabemos con seguridad acerca de un objeto que se mueve a 30 millas por hora?". (El objeto está recorriendo una distancia de 30 millas cada 1 hora).

No es necesario hacer énfasis en el término "por cada 1" en este momento. Las siguientes actividades de la lección se enfocan en la utilidad del término "por cada 1" en los contextos de comparación de múltiples razones.

## 7.1 Diagramas de colgador

**Clase:** resolver en grupos 2 a 3 problemas y cerrar con una discusión.



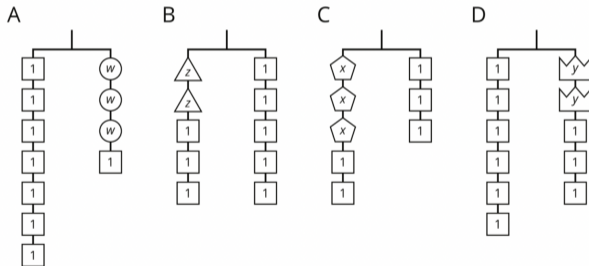
En ambos diagramas todos los triángulos tienen el mismo peso y todos los cuadrados tienen el mismo peso.

Para cada diagrama, piensa en...

1. Una cosa que *debe* ser verdadera
2. Una cosa que *podría* ser verdadera

## 7.2 Asociemos colgadores con ecuaciones

En cada colgador balanceado, las figuras etiquetadas con la misma letra tienen el mismo peso.



**Clase:** resolver en grupos 2 a 3 problemas y cerrar con una discusión.

$$\bullet 2\boxed{\phantom{0}} + 3 = 5$$

$$\bullet 3\boxed{\phantom{0}} + 2 = 3$$

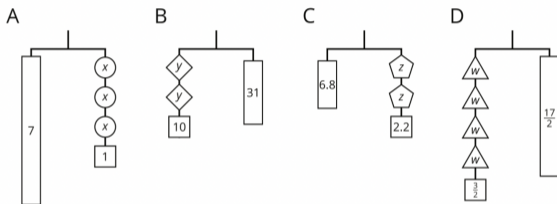
$$\bullet 6 = 2\boxed{\phantom{0}} + 3$$

$$\bullet 7 = 3\boxed{\phantom{0}} + 1$$

Capturas de pantalla tomadas de [openupresources.org](https://openupresources.org). Material de uso libre CC-BY 4.0.

## 7.3 Usemos colgadores para comprender cómo resolver ecuaciones

**Clase:** resolver en grupos 2 a 3 problemas y cerrar con una discusión.



Estos son algunos colgadores balanceados en los que cada figura está etiquetada con su peso. Para cada diagrama:

1. Escribe una ecuación.
2. Explica cómo podemos encontrar el peso de una figura marcada con una letra analizando el diagrama.
3. Explica cómo podemos encontrar el peso de una figura marcada con una letra

# Formato: PreTeXt

Camino:

1. Recursos ( libros de texto / guías / secuencias didácticas / ... )
2. **Formato** (word / googleDocs / pdf / html / markdown / ... )
3. Modelo de colaboración abierta para adaptarlos

# PreTeXt - buen lenguaje para versión propia

Write Once, Read Anywhere

Escribe una vez, lee en todas partes

- ▶ Lenguaje para escribir materiales educativos (especialmente de matemáticas).

# PreTeXt - buen lenguaje para versión propia

Write Once, Read Anywhere

Escribe una vez, lee en todas partes

- ▶ Lenguaje para escribir materiales educativos (especialmente de matemáticas).
- ▶ Un “código fuente”, muchos formatos de salida
  - ▶ html (página web)
  - ▶ latex
  - ▶ pdf
  - ▶ epub (libro digital)
  - ▶ braile
  - ▶ ...



# PreTeXt - buen lenguaje para versión propia

Write Once, Read Anywhere

Escribe una vez, lee en todas partes

- ▶ Lenguaje para escribir materiales educativos (especialmente de matemáticas).
- ▶ Un “código fuente”, muchos formatos de salida
  - ▶ html (página web)
  - ▶ latex
  - ▶ pdf
  - ▶ epub (libro digital)
  - ▶ braile
  - ▶ ...
- ▶ De uso gratuito, de desarrollo abierto (open source)

# PreTeXt - buen lenguaje para versión propia

Pensado para que sea “sensato” escribir textos de matemáticas y poder hacer cambios fácilmente.

Contenido separado del formato.

# PreTeXt - ejemplo

`<activity>`

`<title>El paseo de las tortugas</title>`

`<statement>`

`<p> Acá va el enunciado  $\int_a^b f(x)dx$ . Las matemáticas se escriben con latex.`

`</p>`

`<p> Este es otro párrafo del enunciado.`

`</p>`

`</statement>`

`<solution>`

`<p> Esta es la solución. Esta expresión aparece centrada  $\frac{1+x}{\sqrt{x^2+1}}$  en una línea aparte.`

`</p>`

`</solution>`

`</activity>`

## PreTeXt - ejemplo

```
<activity>
  <title>El paseo de las tortugas</title>
  <statement>
    <p> Acá va el enunciado <m>\int_a^b f(x)dx</m>. Las
      matemáticas se escriben con latex.
    </p>
    <p> Este es otro párrafo del enunciado.
    </p>
  </statement>
  <solution>
    <p> Esta es la solución. Esta expresión aparece
      centrada <me>\frac{1+x}{\sqrt{x^2+1}}</me> en
      una línea aparte.
    </p>
  </solution>
</activity>
```

# PreTeXt - ejemplo

```
<activity>
  <title>El paseo de las tortugas</title>
  <statement>
    <p> Acá va el enunciado  $\int_a^b f(x)dx$ . Las
      matemáticas se escriben con latex.
    </p>
    <p> Este es otro párrafo del enunciado.
    </p>
  </statement>
  <solution>
    <p> Esta es la solución. Esta expresión aparece
      centrada  $\frac{1+x}{\sqrt{x^2+1}}$  en
      una línea aparte.
    </p>
  </solution>
</activity>
```

## PreTeXt - ejemplo

```
<activity>
  <title>El paseo de las tortugas</title>
  <statement>
    <p> Acá va el enunciado  $\int_a^b f(x)dx$ . Las
      matemáticas se escriben con latex.
    </p>
    <p> Este es otro párrafo del enunciado.
    </p>
  </statement>
  <solution>
    <p> Esta es la solución. Esta expresión aparece
      centrada  $\frac{1+x}{\sqrt{x^2+1}}$  en
      una línea aparte.
    </p>
  </solution>
</activity>
```

# PreTeXt - buen lenguaje para versión propia

## *El paseo de las tortugas.*

Acá va el enunciado  $\int_a^b f(x)dx$ . Las matemáticas se escriben con latex.

Este es otro párrafo.

### ▼ Solución.

Esta es la solución. Esta expresión aparece centrada

$$\frac{1+x}{\sqrt{x^2+1}}$$

en una línea aparte.

# PreText - ejemplo 1

[https://opentext.uleth.ca/apex-standard/sec\\_stokes\\_divergence.html](https://opentext.uleth.ca/apex-standard/sec_stokes_divergence.html)

Surface Area
Volume Between Surfaces and Triple Integration
Triple Integration with Cylindrical and Spherical Coordinates
Change of Variables in Multiple Integrals
<b>16 Vector Analysis</b>
Introduction to Line Integrals
Vector Fields
Line Integrals over Vector Fields
Flow, Flux, Green's Theorem and the Divergence Theorem
Parametrized Surfaces and Surface Area
Surface Integrals
The Divergence Theorem and Stokes' Theorem
<b>Back Matter</b>
A Answers to Selected Exercises
B Quick Reference
Differentiation Formulas
Integration Formulas
Trigonometry Reference
Areas and Volumes
Algebra
Additional Formulas
Summary of Tests for Series
Index

states, in words, that the flux across a closed surface equals the sum of the divergences over the domain enclosed by the surface. Since we are in space (versus the plane), we measure flux via a surface integral, and the sums of divergences will be measured through a triple integral.

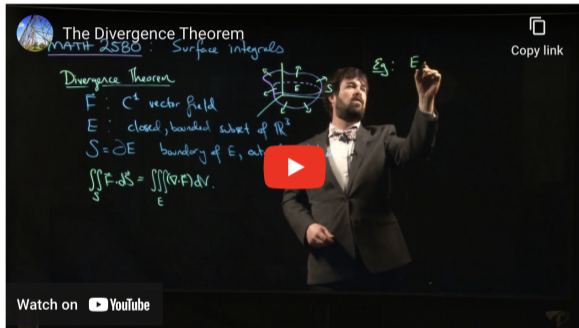


Figure 16.7.1. Introducing the Divergence Theorem

**Theorem 16.7.2. The Divergence Theorem (in space).** Let  $D$  be a closed domain in space whose boundary is an orientable, piecewise smooth surface  $S$  with outer unit normal vector  $\vec{n}$ , and let  $\vec{F}$  be a vector field whose components are differentiable on  $D$ . Then

$$\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS = \iiint_D \operatorname{div} \vec{F} dV.$$



# PreTeXt - ejemplo 2

<https://preteXtbook.org/examples/sample-article/html/section-interactive-authored.html>

pdf (ver códigos QR): <https://preteXtbook.org/examples/sample-article/derivatives.pdf>  
demonstration, only using an HTML5 canvas is at

[bl.ocks.org/mboostock/3231307](https://bl.ocks.org/mboostock/3231307).

t Spacing, I

t Spacing, II

t items containing only  
ine math

fficult List Items

:cription Lists

imed Lists

string List Decompositions

ercises (with lists)

ferences (with lists in  
notations)

**ble Calisthenics**

**eractive Elements,  
thored**

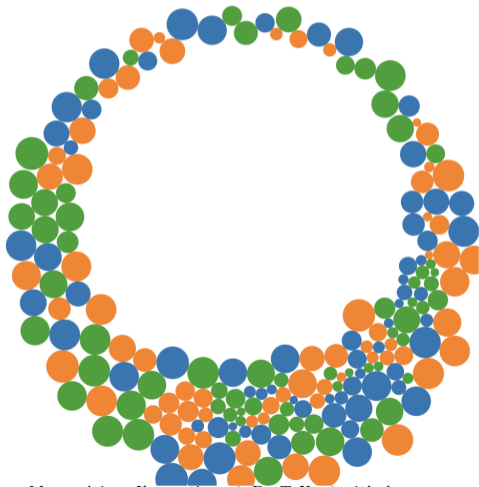
ML5 Canvas

i.js

G

(Graph

isieCode



# PreTeXt - contenido interactivo - WebWork

<https://preteXtbook.org/examples/showcase/html/webwork.html>

The Quadratic Formula
Some Amusing Identities
<b>2 Environments</b>
Traditional Structure
Inquiry Based Structure
<b>3 Images and Diagrams</b>
Images and Diagrams from LaTeX Code
Images and Diagrams from Asymptote
<b>4 Exercises</b>
Reading Questions
Exercises
<b>5 Worksheets</b>
A Geometric Prelude
<b>6 WeBWorK</b>
<b>Back Matter</b>
Index
Colophon

## 6 WeBWorK

These exercises demonstrate some WeBWorK features.

### Checkpoint 6.1. Answer Type Variety.

This problem demonstrates that WeBWorK can process many kinds of answers.

Consider the function  $f$  defined by  $f(x) = \sqrt{x}$ .

- The exact value of  $f(12)$  is  $\sqrt{12}$  and a decimal approximation for this is  $\sqrt{12}$ .
- The domain of this function, in interval notation, is  $[0, \infty)$ .
- The graph of  $y = \sqrt{x}$  intersects the graph of  $y = 6 - x$  at  $(3, 4)$ .
- $\frac{d}{dx} \sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .
- The formula for  $f(x)^2$ , including its restricted domain, is  $x$ .
- $f$  is a  $\checkmark$  power  $\checkmark$  function.

# PreTeXt - más información

<https://preteXtbook.org/>

# PreTeXt + IM: Prototipo

Las versiones del estudiante y del profesor se producen a partir del mismo código fuente (no se duplica ningún texto).

## Web Estudiantes

<https://enriqueacosta.github.io/MatematicasIlustrativas/estudiantes/unidad-3-4>

## Web Profesores

<https://enriqueacosta.github.io/MatematicasIlustrativas/profesores/unidad-3-4>

# PreTeXt + IM: Prototipo

Las versiones del estudiante y del profesor se producen a partir del mismo código fuente (no se duplica ningún texto).

## Pdfs para impresión

- ▶ **Grado3-Unidad4-GuiaDocente.pdf** <https://github.com/enriqueacosta/IllustrativeMath-GrupoLEMA/blob/main/prototipos/guiaDocente/Grado3-Unidad4-GuiaDocente.pdf>
- ▶ **Grado3-Unidad4-LibroEstudiante.pdf**  
<https://github.com/enriqueacosta/IllustrativeMath-GrupoLEMA/blob/main/prototipos/libroEstudianteSinEspacioDeTrabajo/Grado3-Unidad4-LibroEstudiante.pdf>

# PreTeXt + IM: Prototipo

Las versiones del estudiante y del profesor se producen a partir del mismo código fuente (no se duplica ningún texto).

## Código fuente

<https://github.com/enriqueacosta/IllustrativeMath-GrupoLEMA/blob/0f25428832731415fbc38beb6de2a189d8e685f3/unidad-3-4/source/grado3-unidad4-seccionA-leccion4.ptx>

## Beneficios:

- ▶ Contenido separado del formato
- ▶ Un solo “código fuente”: no hay que replicar cambios entre
  - ▶ versiones del profesor y del estudiante
  - ▶ versión pdf y versión html (internet)
- ▶ “Código fuente” para la posteridad – archivos de texto (block de notas)
- ▶ Formato profesional  $\LaTeX$  para impresión (pdfs) o uso digital
- ▶ Página web con todos los estándares de accesibilidad (ancho página, matemáticas en MathJaX, contenido separado del formato, etc.)

# El modelo de colaboración abierta: Github

Camino:

1. Recursos ( libros de texto / guías / secuencias didácticas / ... )
2. Formato (word / googleDocs / pdf / html / markdown / ... )
3. **Modelo de colaboración abierta para adaptarlos**



# Github

- ▶ Plataforma web de desarrollo colaborativo
- ▶ El “centro de trabajo de los programadores del mundo”
- ▶ 31 millones de usuarios registrados
- ▶ Microsoft compró GitHub en 2018 por 7500 millones de dólares
- ▶ (IA de OpenAI aprendió a programar a partir del código que contiene)

# Matemáticas Ilustrativas + PreTeXt + Github

**¡Ya está en proceso!**

Iniciativa del Grupo LEMA ([www.grupolema.org](http://www.grupolema.org)): **L**a **E**ducación **M**atemática **A**bierta.

<https://github.com/enriqueacosta/IllustrativeMath-GrupoLEMA>

Naveguemos:

- ▶ Editar el readme
- ▶ Código de un archivo PreTeXt
- ▶ Hacer un fork
- ▶ Abrir el codespace y correr preteXt
- ▶ Siempre se va a poder compilar — (la versión de PreTeXt en la que corre siempre va a estar disponible)

# Github - Ejemplos

## El código fuente de Linux

<https://github.com/torvalds/linux>

## El código fuente de Geogebra

<https://github.com/geogebra/geogebra>

## El código fuente de PreTeXt

<https://github.com/PreTeXtBook/preteXt>

El código de la página con Geogebra que mostré:

<https://github.com/PreTeXtBook/preteXt/blob/708dc92b71ee012377c1bc41a11d5d5d92824017/examples/sample-article/sample-article.xml#L7717C22-L7717C22>

# Github - Control de cambios

## Git:

- ▶ La tecnología detrás de github.
- ▶ Sistema de control de cambios.
- ▶ Distintas versiones: ramas del árbol.

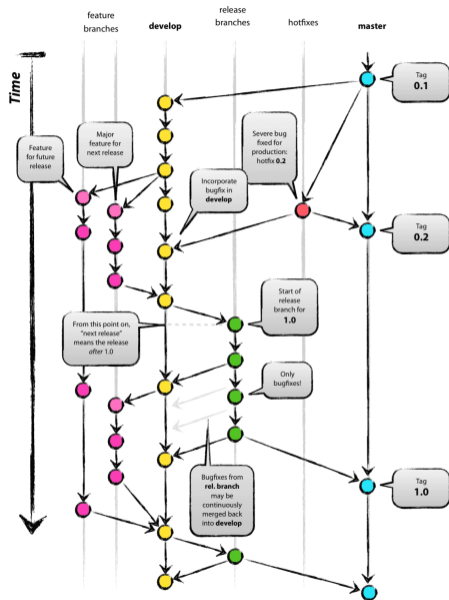


Imagen de Vincent Driessen, <http://nvie.com/posts/a-successful-git-branching-model>. Licencia Creative Commons BY-SA

# Github - Control de cambios

## Git:

- ▶ La tecnología detrás de github.
- ▶ Sistema de control de cambios.
- ▶ Distintas versiones: ramas del árbol.
- ▶ Muy poderoso cuando hay muchos editores/autores.

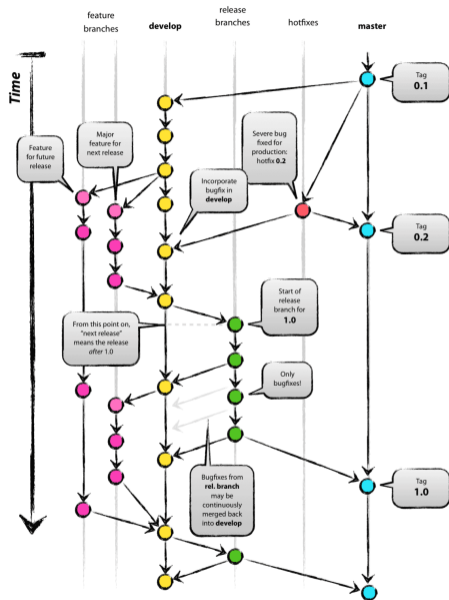


Imagen de Vincent Driessen, <http://nvie.com/posts/a-successful-git-branching-model>. Licencia Creative Commons BY-SA

# Github - Control de cambios

## Git:

- ▶ La tecnología detrás de github.
- ▶ Sistema de control de cambios.
- ▶ Distintas versiones: ramas del árbol.
- ▶ Muy poderoso cuando hay muchos editores/autores.
- ▶ **OJO:** Esto solo funciona con archivos de texto sin formato (p.ej. PreTeXt)

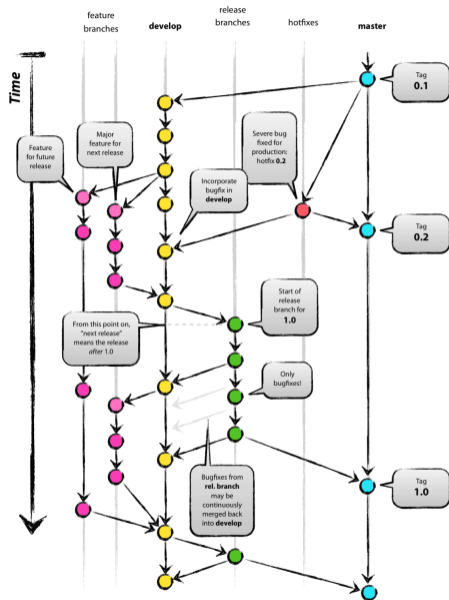


Imagen de Vincent Driessen, <http://nvie.com/posts/a-successful-git-branching-model>. Licencia Creative Commons BY-SA

# Github - Muchas versiones “forks”

Centralizado y no centralizado

- ▶ Puede haber muchas versiones “forks”.
- ▶ Los forks comparten cambios a discreción.

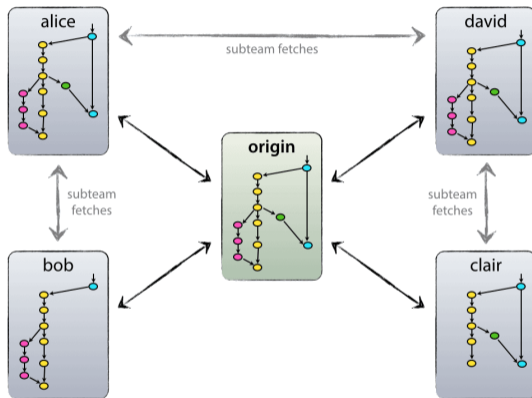


Imagen de Vincent Driessen, <http://nvie.com/posts/a-successful-git-branching-model>. Licencia Creative Commons BY-SA

# Github - Muchas versiones “forks”

## Ejemplo - Linux

Una aerolínea incorpora los últimos arreglos de seguridad de Linux en su sistema de entretenimiento.

Hay 49 000 forks de Linux en github: <https://github.com/torvalds/linux/forks>

## Ejemplo - Mathquill

<https://github.com/mathquill/mathquill/forks>



# Github - Muchas versiones “forks”

Ejemplo hipotético: Matemáticas Ilustrativas + PreTeXt + github

Se corrigen errores tipográficos en la versión “central” y se incorporan a la versión en Chile sin perder los ajustes propios.

# Github - modelo de colaboración abierta

## Pull Request

- ▶ Cualquier persona puede proponer un cambio a linux.
- ▶ Los cambios se revisan y se decide si se incluyen en una rama.

## Ejemplos reales : el desarrollo abierto y colaborativo

- ▶ PreTeXt: <https://github.com/PreTeXtBook/preteXt/pulls>
- ▶ WebWork: <https://github.com/openwebwork/webwork2/pulls>

Un texto que ya existe en este sistema

Apex calculus

<https://github.com/APEXCalculus/APEXCalculusPTX>

# Pasos a seguir

## I. Primera versión completa en Español en PreTeXt

- ▶ approx. 10mil horas de trabajo
- ▶ página web para estudiantes y docentes y posibilidad de hacer pdfs para impresión “a la medida”
- ▶ alineado con el CCSS
- ▶ sin adaptaciones para Latinoamérica

# Pasos a seguir

## I. Primera versión completa en Español en PreTeXt

Detalles:

1. Transferir enunciados Español preescolar-9 a PreTeXt
2. Traducir guías docente de K-5 a preteXt (todo: narrative, cajas con prompts, solutions activities y PPs)
3. Transferir guías docente 6-8 de OUR a PreTeXt (fuerza CC-BY-NC)
4. Traducir guías docente 9no a preteXt (todo: estudiante + docente)
5. Traducir todo 10 y 11 PreTeXt
6. (opcional) Transferir A1+ est y traducir A1+ prof.

# Pasos a seguir

## II. Adaptaciones a Latinoamérica

- ▶ approx. ???? horas de trabajo
- ▶ página web para estudiantes y docentes y posibilidad de hacer pdfs para impresión “a la medida”
- ▶ alineación cultural y curricular.

# Pasos a seguir

## II. Adaptaciones a Latinoamérica

Ejemplos:

1. Ajustes de acuerdo al currículo nacional
2. Cambiar separador decimal: coma y punto se intercambian  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Decimal\\_separator](https://en.wikipedia.org/wiki/Decimal_separator)
3. Cambiar nombres de variables p de [paint brush] se convierte en b de [brocha]
4. Quitar dólares
5. Cambiar contextos muy estadounidenses:
  - ▶ Béisbol (?)
  - ▶ Competencia de catapultas de calabazas
  - ▶ ¿Quitar unidades de medida estadounidense?
6. ... [[lista incompleta y que depende del país]]

# ¡Todos son bienvenidos!

- ▶ Es el punto de la colaboración abierta.
- ▶ Por ahora se dona el tiempo y se aprende de estas tecnologías
- ▶ Si se consigue financiación, puede haber remuneración
- ▶ Todo suma y todo es modular por la licencia abierta y el modelo PreTeXt+Github



# Formación de profesores

Un buen recurso con propuestas de actividades/evaluación para todos los días es una herramienta de formación docente.

Usarlos lleva a los profesores a ...

- ▶ convencerse que pueden hacer una clase que todos los días está centrada en los estudiantes, basada en la resolución de problemas, trabajo en grupo, y discusiones matemáticas.
- ▶ lograr cada día centrarse más en los estudiantes (escucharlos, construir con ellos).
- ▶ entender que el material no es una camisa de fuerza – es un apoyo a su labor.
- ▶ entender por qué tiene tanto sentido seguir un currículo coherente y espiralado construido por otros con mucha dedicación y esfuerzo.
- ▶ ver como un material de alta calidad puede cambiar sus concepciones y sus prácticas.

# Formación de profesores

Formación centrada en el uso efectivo del material, para el beneficio de estudiantes y docentes.

Enfoque en que los profesores ...

- ▶ comprendan la propuesta didáctica
- ▶ le saquen todo el potencial a los recursos
- ▶ afinen sus habilidades para promover el discurso matemático en el aula, ayuden a los estudiantes “hacer matemáticas” en clase
- ▶ .... “Trate al menos una vez de seguir lo que dice sin alejarse mucho”

# Los recursos libres (REA - recursos educativos abiertos)

- ▶ Es una revolución que está en proceso, su impacto todavía no es claro.
- ▶ En espíritu suena correcto: Recursos para aprender y enseñar matemáticas de la humanidad para la humanidad... ¡así debe ser!
- ▶ Grupo LEMA ([www.grupolema.org](http://www.grupolema.org))  
La Educación Matemática Abierta

# ¡Gracias!

## Contacto

- ▶ ¡Haga un Pull Request en Github!  
<https://github.com/enriqueacosta/IllustrativeMath-GrupoLEMA>
- ▶ [enriqueacostajaramillo@gmail.com](mailto:enriqueacostajaramillo@gmail.com)
- ▶ [enriqueacostajaramillo@protonmail.com](mailto:enriqueacostajaramillo@protonmail.com)

## Más información de Matemáticas Ilustrativas

- ▶ <https://enriqueacosta.github.io/blog/es/posts/im-good-examples/>
- ▶ [www.grupolema.org](http://www.grupolema.org)
- ▶ <https://illustrativemathematics.org>