



Ana Lucia Manrique
Claudia Lisete Oliveira Groenwald
(organizadoras)

**ANAIS DO IX CONGRESSO IBEROAMERICANO
DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
PUC-SP – BRASIL
Dezembro/2022**

Akademy
EDITORA
2023



Caracterizar relações do PCK manifestadas por professores do Ensino fundamental I (6º ano no Chile), no contexto da avaliação docente

Characterize the PCK relation manifested by teachers of Basic Education I (6th grade in Chile), in the context of teacher evaluation

Caracterizar las relaciones del PCK manifestadas por docentes de la Enseñanza Básica (6º año en Chile), en el contexto de evaluación docente

María Eugenia Reyes Escobar¹⁹¹
Universidad de Granada
0000-0001-5361-1110

Antonio Moreno Verdejo¹⁹²
Universidad de Granada
0000-0002-8284-3903

Modalidad: Comunicación
Núcleo Temático: Formación de profesores que enseñan matemáticas

Resumen

Este estudio de caso forma parte de una investigación doctoral que indaga en el conocimiento didáctico del contenido-PCK-que manifiestan cuatro docentes de sexto de primaria en sus portafolios en el contexto de la Evaluación Docente. Por ello nos planteamos la siguiente pregunta ¿Qué PCK y cuales son las relaciones que manifiestan profesores de sexto de enseñanza básica, en sus portafolios en el contexto de su evaluación docente? El objetivo del estudio es caracterizar las relaciones entre los subdominios del PCK del modelo *MTSK* manifestado sobre el contenido de Patrones, en las planificaciones y reflexiones realizadas en los portafolios. La metodología utilizada para llevar a cabo este estudio de caso es descriptiva, cualitativa, y exploratoria. Los resultados caracterizan que las planificaciones y reflexiones realizadas por estos docentes presentan dos tipos de relaciones intra-subdominio e intra-dominio.

Palabras clave: Patrones, planificación, reflexión , y *MTSK*.

Abstract

This case study is part of a doctoral research that investigates the didactic content knowledge-PCK-that four sixth grade teachers show in their portfolios in the context of Teacher Evaluation. For this reason, we ask ourselves the following question: What PCK and what are the relationships that sixth grade teachers show in their portfolios in the context of their teaching evaluation? The objective of the study is to characterize the relationships between the subdomains of the PCK of the *MTSK* manifested on the content of Patterns, in the planning and reflections carried out in the portfolios. The methodology used to carry out this case study is descriptive, qualitative, and exploratory. The results characterize that the planning and

¹⁹¹ e.mreyesescoibar@go.ugr.es

¹⁹² amverdejo@ugr.es



reflections carried out by these teachers present two types of intra-subdomain and intra-domain relationships.

Keywords: Patterns, planning, reflection, and MTSK.

Resumo

Este estudo de caso é parte de uma pesquisa de doutorado que investiga o conhecimento didático do conteúdo - PCK - que quatro professores do sexto ano apresentam em seus portfólios no contexto da Avaliação de Professores. Por isso, nos perguntamos: Que PCK e quais são as relações que os professores do sexto ano mostram em seus portfólios no contexto de sua avaliação docente? O objetivo do estudo é caracterizar as relações entre os subdomínios do PCK do *MTSK* manifestadas no conteúdo de Padrões, no planejamento e nas reflexões realizadas nos portfólios. A metodologia utilizada para a realização deste estudo de caso é descritiva, qualitativa e exploratória. Os resultados caracterizam que o planejamento e as reflexões realizadas por esses professores apresentam dois tipos de relações intra-subdomínio e intradomínio.

Palavras-chave: Padrões, planejamento, reflexão e MTSK.

Antecedentes

La incorporación del álgebra en primaria no es un asunto trivial, considerando que los profesores de estos niveles no cuentan con una formación inicial y disciplinar en matemáticas (Blanton y Kaput, 2005). Uno de los temas centrales referente al álgebra en primaria es el estudio de Patrones, incluidos el año 2012 en las bases del currículo nacional chileno.

Como instrumentos de recogida de datos se utilizan los portafolios solicitados al Sistema de evaluación del desempeño profesional docente y asignación de excelencia pedagógica en Chile, y cuya elegibilidad fue hacia los objetivos de aprendizaje (OA) del eje de Patrones y Álgebra. Los portafolios solicitados dieron acceso al módulo uno y para esta investigación se utilizan las planificaciones y la reflexión docente. Para este estudio se utilizan cuatro portafolios redactados hacia el OA9 “Demostrar que comprenden la relación entre los valores de una tabla y aplicarla en la resolución de problemas sencillos: identificando patrones entre los valores de la tabla y formulando una regla con lenguaje matemático, que es el OA de Patrones de sexto de primaria.

Se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué Conocimiento Didáctico del Contenido de Patrones y que relaciones entre los subdominios, manifiestan el profesorado de sexto de primaria en sus planificaciones y reflexiones? El objetivo del estudio es caracterizar el conocimiento didáctico del contenido de Patrones y las relaciones entre los conocimientos de

los subdominios del PCK, manifestado por profesores chilenos de sexto de primaria, en el contexto de su evaluación docente.

Se indaga en el conocimiento didáctico del contenido (PCK) que manifiestan los docentes al realizar su evaluación en la asignatura de matemática, utilizando como herramienta de análisis el MTSK.

Figura 1
Modelo MTSK (Carrillo et al., 2018)



Se utiliza como modelo de análisis el *MTSK*, con fines de difusión internacional, el grupo ha adoptado el uso de las siglas, correspondiente a la traducción en inglés *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge* (Carrillo et al., 2013), seleccionando evidencias e indicios de conocimientos y las relaciones entre los conocimientos de los subdominios del PCK en las dos tareas del portafolio.

El PCK corresponde la mitad derecha del hexágono, y tiene tres subdominios: el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y el conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS). Se profundiza en el PCK, prestando atención a los conocimientos



manifestados en cada uno de sus tres subdominios y a las relaciones que puedan establecerse intra-dominios , interdominio e intra-subdominios.

En este estudio de caso indagamos las relaciones intra-subdominios e intra-dominios, según Delgado y Espinoza (2021), debido a la estructuración del MTSK y al carácter integrado con que se considera el conocimiento, es posible encontrar investigaciones que muestran relaciones entre conocimientos de un mismo subdominio (intra-subdominio), al interior de un dominio (intra-dominio) (Flores-Medrano et al., 2015), Zakaryan y Ribeiro (2016) o entre diferentes dominios (inter-dominio). También se podría considerar que en estas relaciones los subdominios dependen unos de otros, Delgado- Espinoza (2021) se sustentan, complementan, asocian o potencian como se ha señalado en otros estudios.

En los antecedentes se revisa el modelo teórico y las relaciones entre los subdominios del PCK. Luego en la metodología se especifica la muestra y su contexto. Luego se exponen en los resultados, el PCK de indicios y evidencias encontrados en las planificaciones y reflexiones de los docentes y las relaciones entre los subdominios del PCK.

Metodología

La metodología utilizada es descriptiva, cualitativa, y exploratoria (Hernández-Sampieri 2018). El alcance de la investigación es de tipo descriptivo porque se realiza una recolección de información desde las planificaciones y reflexiones escritas por los docentes en torno OA 9 de Patrones. Tiene un enfoque cualitativo porque se realizan categorías de análisis, desde los criterios del MTSK donde emergen descriptores para el contenido de Patrones. Y posee un carácter exploratorio porque es una problemática que no está claramente definida y existen pocas investigaciones del conocimiento didáctico de docentes de primaria en ejercicio.

Para la construcción de las categorías de análisis se utiliza el modelo MTSK un modelo diseñado desde y para la investigación, cuya finalidad es servir como herramienta teórica y analítica, que permita identificar el conocimiento específico del profesor de matemáticas y comprender la naturaleza del mismo, desde un punto de vista sistemático y artificialmente organizado para su análisis. (Carrillo et al., 2013; Carrillo, Escudero & Flores, 2018). Se revisaron los conceptos de cada categoría de los subdominios del PCK y para cada uno de ellos se realizaron descriptores con su codificación. Se realiza la codificación con el análisis en las dos tareas del portafolio la planificación y reflexión relacionadas con el OA 9 de Patrones. En



este estudio se analizan los portafolios de docentes en ejercicio de escuelas públicas, titulados, que realizan la enseñanza de la asignatura de matemáticas en sexto de primaria en distintas regiones del país y planificaron sus portafolios para el Eje de Patrones y Álgebra hacia OA 9 en su evaluación docente.

El análisis se abordó en tres fases. Primero, la codificación de los episodios; segundo, la organización de los episodios en evidencias e indicios, y tercero, las relaciones de descriptores en distintas categorías del mismo subdominio (relación intra-subdominio) y relaciones de descriptores en otros subdominios (relación intra-dominio).

Se procede a codificar los 4 portafolios, separados por nomenclatura A, B, C y D para mantener el anonimato de los profesores, el docente A de la región de Atacama, el docente B de la región Metropolitana, el docente C de la región de Antofagasta y el docente D de la región del Biobío, buscando indicios y evidencias en cada uno de sus portafolios en las tres clases planificadas y en la reflexión de la unidad pedagógica implementada, cada episodio es codificado con todos los descriptores involucrados de acuerdo al conocimiento que manifieste cada docente.

Análisis de datos y resultados

Al analizar las planificaciones y reflexiones encontramos una mayor cantidad de indicios y evidencias en dos de los subdominios del PCK, en el KMT y el KMLS. En el KMT hacia la categoría de *Estrategias de enseñanza* con la mayor frecuencia de evidencia e indicios hacia dos de sus descriptores: Preguntas orientadoras y de cuestionamiento a los alumnos para identificar elementos conceptuales relativos a patrones, estrategias para el uso y tránsito entre representaciones de Patrones; y tareas en la enseñanza de patrones (identificación, completación de partes vacías, extensión, combinación y la reversibilidad). Y en el KMLS hacia la categoría *Secuenciación de los temas* de sus descriptores: las formas de establecer relaciones en los elementos que varían y/o permanecen en una secuencia, y las formas de generalizar Patrones como conocimiento previo y posterior.

En las relaciones Intra-subdominios, encontramos varios indicios y evidencias hacia dos de los subdominios del PCK, hacia el KMT y KMLS manifestados por los cuatro docentes, pero hacia el KFLM solo hay un registro de indicios del docente A siendo este el Conocimiento



de las características del aprendizaje de las matemáticas que por parte del profesorado de sexto de primaria, no se manifestó en estas planificaciones.

Relación Intra-subdominio KMT: En el KMT observamos la transcripción del docente D en la tabla 1, manifiestan conocimiento de la Categoría Estrategias técnicas tareas y ejemplos al conectar dos o más descriptores, conoce tarea de patrones al plantear un problema y utiliza como estrategia de enseñanza los cuestionamientos para inducir el contenido.

Relación Intra-subdominio KFLM: En las relaciones Intra-subdominios del KFLM, tal como se visualiza en la tabla 1, hay relaciones en la reflexión de la categoría Fortalezas y dificultades con dos descriptores referidos a la complejidad que les generaba la identificación de patrones en una tabla, y las dificultades asociadas a las operaciones aritméticas.

*Tabla 1
Ejemplo de Conexión Intra Subdominio*

Subdominio	Categoría	Descriptor	Ejemplos
KMT	1.3. Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	1.3.3 Estrategias de cuestionamiento 1.3.4. Tareas en la enseñanza de patrones.	Clase 3 docente D: “Joaquín lee cada día 25 páginas, ya que su propósito es ser un excelente lector. Si comenzó hace 8 días. ¿Cuál es la secuencia, de cantidad de páginas leídas, hasta el día número 8? Los aportes se registran en la pizarra. Además se plantea: Si tuvieran que registrar esa información en una tabla de valores ¿Cómo lo harían?
KFLM	2.2. Fortalezas y Dificultades	2.2.3 Errores en el tránsito entre diversas representaciones. 2.2.4 Dificultades o errores en la generalización de patrones.	Reflexión docente A: R : ...Días 1°, 2°, 3°, 4° , 5° Venta 9, 18, 27, 36, 45 No obstante, al momento de indicarles "Si x es el número de días" y pedirles "cuál expresión permitía encontrar los valores de la variable Venta" no podían modelar una expresión matemática que pudiese justificar los valores encontrados como respuestas.
KMLS	3.3 Secuenciación de temas anteriores y posteriores	3.3.5 Las formas de establecer relaciones en los elementos que varían y/o permanecen en una secuencia. 3.3.6 Las formas de generalizar patrones como conocimiento previo y posterior.	Clase 3 docente C: Formular una regla con lenguaje matemático, que relacione los números que se dan en dos filas de una tabla de valores. Clase 2 docente D: Descubrir reglas de formación de secuencias, a partir de representaciones concretas, pictóricas y simbólicas, para expresarlas en lenguaje cotidiano.



Relación Intra-subdominio KMLS: En las relaciones Intra-subdominios del KMLS hay relaciones en la categoría de Secuencia de temas como se observa en la tabla 1, las evidencias el conocimiento de los profesores sobre la redacción de los objetivos de aprendizaje respecto al objetivo curricular. También identificamos sobre los contenidos previos que poseen los estudiantes concernientes a la operatoria y representaciones de patrones lo que le permite crear una secuenciación de temas en distinto nivel de complejidad. Podemos apreciar en la tabla 1, ejemplos de relaciones intra-subdominio que manifiestan los docentes en sus planificaciones y reflexión de la unidad de Patrones implementada en el contexto de su evaluación docente.

En cuanto a las relaciones intra-dominios, que es cuando se presentan para un mismo episodio descriptores asociados de distintas categorías en dos o más subdominios. Por lo tanto, para el PCK existen cuatro tipos de relaciones: KMT- KFLM, KFLM- KMLS, KMT- KMLS y KMT-KFLM-KMLS.

Encontramos escasas relaciones intra-dominios entre KMT y el KFLM, solo tres docentes presentan un episodio y las categorías asociadas en esos episodios KMT 1.3. Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos y KFLM 2.3 Formas de Interacción y 2.4 Intereses y expectativas.

Encontramos pocas relaciones intra-dominios entre KFLM y el KMLS, solo dos docentes presenten un episodio y las categorías asociadas en esos episodios KFLM 2.1 Teorías sobre aprendizaje y del KMLS 3.1 Nivel de desarrollo conceptual y procedimental con 3.3 Secuenciación de Temas.

Encontramos ínfimas relaciones intra-dominios entre los tres subdominios, solo tres docentes presenten un episodio y las categorías asociadas son de los subdominios: KMT 1 Recursos Materiales y Visuales y Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos del KFLM Fortalezas y Dificultades y del KMLS Secuenciación de Temas.

Las mayores relaciones Intra-dominio son entre el **KMT y el KMLS**, la manifiestan todos los docentes en una gran cantidad de evidencia e indicios . El docente A presenta 8 evidencias, el docente B 8 evidencias e indicios, el docente C presenta 6 evidencias e indicios y finalmente el docente D presenta 5 evidencias e indicios. Las categorías asociadas del docente A del KMT Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos y del KMLS Secuenciación de Temas. Las



categorías asociadas del docente B del KMT Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos y del KMLS Nivel de desarrollo conceptual y procedimental con la Secuenciación de Temas. Las categorías asociadas del docente C del KMT son Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos con recursos de enseñanza y del KMLS Secuenciación de Temas. Las categorías asociadas del docente D del KMT son Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos y recursos de enseñanza y del KMLS Secuenciación de Temas. Por lo tanto se muestran algunas evidencias de esta relación en la tabla 2.

Tabla 2
Evidencia de relaciones Intra-dominios KMT-KMLS

Subdominio	Categoría	Descriptor	Evidencias
KMT	1.3. Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	1.3.4. Tareas en la enseñanza de patrones.	Clase 2, docente B: Se registrarán los datos obtenidos en una tabla de valores de dos columnas. En la primera, entrada, irá la ubicación de la figura y en segunda, la salida, las piezas que forman la figura. Se explica y da un ejemplo en la guía proyectada, se completa la tabla, se vuelve a explicar de ser necesario. Completan en la pizarra una tabla de valores.
KMLS	3.3 Secuenciación de Temas	3.3.5 Las formas de establecer relaciones en los elementos que varían y/o permanecen en una secuencia.	Clase 3, docente C: guía de apoyo para trabajar en equipos de tres donde se proporciona la tabla de valores, la representación pictográfica, y se pide buscar la estrategia que debemos utilizar para cumplir con el patrón, es decir la relación numérica de la tabla de valores. En el ejercicio dos se omite la representación pictográfica y solo se entregan valores, debiendo los alumnos y alumnas buscar nuevamente la relación entre las filas señalando la fórmula que conlleva esta relación.

Discusión final

Con respecto a la pregunta de investigación encontramos que los docentes muestran conocimiento en todos los subdominios, pero las evidencias en sus planificaciones presentan mayor frecuencia en los descriptores asociados a los subdominios KMT y KMLS. Las evidencias e indicios que tienen mayor frecuencia en el KMT de la categoría de estrategias técnicas, tareas y ejemplos. Las evidencias e indicios que tienen mayor frecuencia en el KMLS de la categoría Secuenciación de temas anteriores y posteriores. Los docentes no muestran indicios ni evidencias frente a ningún descriptor de las categorías teorías de enseñanza y formas de interacción con los estudiantes.



Además los docentes muestran evidencias de conocimiento en todos los subdominios, KMT, KFLM y KMLS. Las evidencias e indicios que tienen mayor frecuencia en el KFLM están asociados a la categoría fortalezas y dificultades y la categoría teorías sobre aprendizaje. Las evidencias e indicios que tienen mayor frecuencia en el KMLS están asociados a la categoría secuenciación de temas anteriores y posteriores. Las evidencias e indicios que tienen mayor frecuencia del KMT están asociados a la categoría estrategias técnicas, tareas y ejemplos.

Los docentes presentan ambos tipos de relaciones intra-subdominio e intradominio. La relación intra-subdominio con mayor índice de evidencias es hacia el KMT, asociados a la categoría estrategias técnicas, tareas y ejemplos. Y con respecto a las relaciones intra-dominio, todos los docentes la manifiestan, pero la relación intra-dominio KMT-KMLS es la que presenta una mayor cantidad de evidencias por lo tanto este es el conocimiento que se destaca por sobre los demás la conexión entre el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas con el conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas.

Como línea abierta de investigación vemos la necesidad de estudiar las relaciones entre los subdominios, ya que la literatura reporta escasos estudios que evidencien las relaciones intra-dominios e intra-subdominio del PCK, pretendemos analizar las planificaciones y reflexiones que realizan los docentes en relación a Patrones en el contexto de evaluación docente, y poder mostrar estas relaciones del PCK, en futuras investigaciones.

Debemos señalar que la principal limitación de este tipo radica en los niveles del conocimiento que el profesor sabe cuándo está realizando todas las acciones presentes en su práctica pedagógica, vemos solo un tipo de conocimiento que es sesgado y es distinto cuando realiza la clase en forma práctica que cuando evalúa el contenido o simplemente cuando modifica las actividades planificadas por otras, en la unidad implementada.

Este hecho subraya la importancia de la presente investigación, puesto que representa un paso más en la fundamentación como marco teórico del modelo MTSK y responde a la observación realizada en Sosa et al. (2015): “Aún faltan estudios sobre cómo la investigación sobre el conocimiento del profesor puede afectar a la práctica, además de otras investigaciones que den cuenta de la relación que guardan estas y otras categorías y sus respectivos indicadores” (p. 186). Este estudio ha profundizado en la comprensión del conocimiento especializado de



profesores de primaria que enseñan Patrones, en el contexto de su evaluación docente, permitiendo visualizar el carácter sistemático y sistémico del MTSK.

La instancia de planificación y reflexión muestra solo una parte del conocimiento didáctico puesto en juego por el docente, no siendo el único conocimiento didáctico manifestado cuando realiza su práctica docente.

Referencias

- Assaél, J., & Pavez, J. (2016). La Construcción e Implementación del Sistema de Evaluación del Desempeño Docente Chileno: Principales Tensiones y Desafíos. *Revista Iberoamericana De Evaluación Educativa*, 1(2),42-55. Recuperado a partir de <https://revistas.uam.es/riee/article/view/4665>
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for research in mathematics education*, 36(5), 412-446.
- Carrillo, J., Contreras, L.C., Flores, P. (2013). Un modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Rico, M.C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina, & I. Segovia (Eds.). *Investigación en Didáctica de la Matemática* (pp. 193- 200). Granada, España: Comares
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L.C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, A., Ribeiro, M. and Muñoz-Catalán, M.C. (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253.
- Delgado-Rebolledo, R., Zakaryan , D. (2020). Relationships between the knowledge of practices in mathematics and the pedagogical content knowledge of a mathematics lecturer. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 567–587. doi:10.1007/s10763-019-09977-0
- Delgado-Rebolledo, R., & Espinoza-Vásquez, G (2021). ¿Cómo se relacionan los subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemáticas? In J. G. Moriel -Junior (Ed.), *Anais do V Congresso Iberoamericano sobre Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas* (pp. 288-295) Congresseseme.
- Flores-Medrano, E. (2015). Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). Tesis doctoral. Huelva: Universidad de Huelva.
- Hernández-Sampieri, R., & Torres, C. P. M. (2018). *Metodología de la investigación* (Vol. 4). McGraw-Hill Interamericana.
- Ministerio de Educación (2013). Bases Curriculares Primero a Sexto básico. Ministerio de Educación <http://www.docentemas.cl/docs/MBE2008.pdf>, accessed 15 July 2013.
- Sosa, L., Flores-Medrano, E., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento del profesor acerca de las características de aprendizaje del álgebra en bachillerato. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(2), 173-189.



Zakaryan, D., & Ribeiro, M. (2016). Conocimiento de la enseñanza de números racionales: una ejemplificación de relaciones. *Zetetiké*, 24(3), 301-321.