

LOGROÑO DEL 6 AL 8 DE  
SEPTIEMBRE DE 2023

# Investigación en Educación Matemática XXVI

Edición:

Clara Jiménez Gestal  
Ángel Alberto Magreñán Ruiz  
Edelmira Badillo Jiménez  
Pedro Ivars Santacreu



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

# ESTRATEGIAS, TÉCNICAS, TAREAS Y EJEMPLOS DE PATRONES UTILIZADAS EN PLANIFICACIONES DE PRIMERO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

## Strategies, techniques, tasks and examples used in planning of patterns in first elementary school

Reyes-Escobar, M.<sup>a</sup> y Moreno, A.<sup>b</sup>

Universidad de Granada<sup>a,b</sup>.

### Resumen

*El objetivo de esta comunicación es especificar el conocimiento didáctico del contenido de patrones que manifiesta el profesorado al participar del proceso de evaluación docente. Concretamente describir cómo los docentes redactan actividades en su planificación para el contenido de patrones y como estas clasifican dentro de la categoría estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. Se utiliza una metodología cualitativa, exploratoria y descriptiva. Se analizan las planificaciones utilizando el MTSK, específicamente el subdominio del conocimiento de la enseñanza de las matemáticas. En los resultados se presentan evidencias de la categoría, que manifiestan nueve profesores chilenos hacia el objetivo curricular de patrones en primero de educación primaria. En esta categoría se presenta una frecuencia significativa de evidencias encontradas.*

**Palabras clave:** *estrategias, técnicas tareas y ejemplos, planificaciones, profesores de primaria*

### Abstract

*The objective of this communication is to specify the pedagogic didactic knowledge of the content of patterns that teachers manifest when participating in the teacher evaluation process. Specifically, describe how teachers write activities in their planning for content patterns and how they are classified within the category strategies, techniques, tasks and examples. A qualitative, exploratory and descriptive methodology is used. The plans are analyzed using the MTSK, specifically the knowledge subdomain of teaching mathematics. The results show evidence of the category, presented in which nine Chilean teachers manifest in the curricular objective of patterns in the first year of elementary school. In this category, there is a significant frequency of evidence found.*

**Keywords:** *strategies, techniques, tasks and examples, planning, primary teachers*

### INTRODUCCIÓN

Para mejorar la calidad educativa se implementan cambios en la evaluación de la práctica docente y en el currículo de matemática en Chile (Ministerio de Educación, 2013).

Se implementa la evaluación de la práctica docente en forma continúa a los docentes en ejercicio durante su carrera profesional a través de cinco instrumentos de evaluación: portafolio, pauta de autoevaluación, entrevista por un evaluador par, informe de referencia de terceros y prueba de conocimientos disciplinares. El portafolio consiste en la preparación de tres módulos: el primer módulo (planificación, reflexión y evaluación), el segundo módulo (filmación) y el tercer módulo (trabajo colaborativo).

Las bases curriculares establecen ejes en la asignatura de matemática, el eje de patrones y álgebra se implementa desde primero de educación primaria, siendo uno de los temas centrales referente al álgebra en primaria el estudio de patrones. Los currículos de diferentes países han introducido, desde

hace varios años, el desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros cursos (Pincheira y Alsina, 2021).

Tal como lo plantea Flores (2007) el reto para la formación docente inicial y continua, consiste en ayudar a incorporar el conocimiento teórico sobre la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas de manera reflexiva. La actividad de enseñar matemáticas, acompañada de la reflexión sobre la misma, constituye una importante fuente de aprendizaje para el profesor. Dentro de estas situaciones las planificaciones oficiales para el contenido de patrones es una fuente de conocimiento para profesores en ejercicio, insumo a profesores noveles, como también para las evaluaciones docentes.

La presente investigación tiene como objetivo especificar el conocimiento didáctico del contenido de patrones que manifiesta el profesorado al participar del proceso de evaluación docente. Concretamente describir las actividades planificadas para el contenido de patrones y como estas clasifican dentro de la categoría estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. Para ello se plantea la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué estrategias, técnicas, tareas y ejemplos son utilizados por los profesores de primaria en sus planificaciones y reflexiones del portafolio, en el contexto de su evaluación docente?

La importancia de poder revisar planificaciones oficiales de docentes en ejercicio, radica en poder prestar atención a las tareas que propone el profesorado, dado que estas pueden ser utilizadas como medio para articular los contenidos y alcanzar los objetivos de enseñanza (Pincheira y Alsina, 2021).

## **MARCO TEÓRICO**

Para esta investigación se profundiza en el concepto de patrones y en la descripción de la categoría del modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas.

Un patrón consiste en una repetición regular de objetos, números, sonidos, movimientos o formas. El trabajo con patrones se considera fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático; más concretamente se le reconoce ser precursor del pensamiento algebraico ya que permite llegar a generalizaciones, contribuyendo directamente a la capacidad de establecer modelos matemáticos y sentar las bases para el desarrollo de habilidades algebraicas (Castro y Castro, 2016).

Los patrones se clasifican de acuerdo con su estructura independiente del contexto en que se produzcan encontramos: cualitativos, cuantitativos, de repetición, lógicos, de desarrollo, visuales o espaciales, numéricos, recurrentes y relaciones funcionales.

Los patrones cualitativos son aquellos donde las características de los atributos de los objetos del núcleo del patrón atienden a cualidades sensoriales como el color, forma, textura olor, tamaño, entre otros (Castro, 1995; Morales et al., 2017).

Los patrones cuantitativos son aquellos donde las características de los elementos del núcleo del patrón atienden a cantidades y números (Castro, 1995; Morales et al., 2017).

Los patrones de repetición o reiterativos son aquellos que tienen una secuencia de elementos que se repiten constantemente (Castro y Castro, 2016).

Los patrones lógicos son aquellos en los que predomina el razonamiento basado en igualdad y/o diferencia de atributos entre objetos (Ontario Ministry of Education, 2007).

Los patrones de desarrollo son aquellos que aumentan o disminuyen de forma sistemática produciendo expansión o reducción del núcleo (Castro y Castro, 2016). Existen de dos tipos, de crecimiento y de decrecimiento o disminución.

Los patrones visuales o espaciales son aquellos en que la regularidad se percibe a través de la vista. Por lo general este tipo de patrón suele ser también cualitativo dado que se encuentran en el ámbito de la geometría (Thornton, 2001).

Los patrones numéricos son aquellos patrones construidos sobre el número y donde el valor numérico de los elementos en cada posición es importante (Liljedahl, 2004).

Los patrones recurrentes o recursivos es una relación que se define con base en los valores de un mismo conjunto de valores (Johnsonbaugh, 2005). Desde una sucesión de datos la relación de recurrencia expresa cada término de esa sucesión en función de sus antecesores (Castro, 1995).

Las relaciones funcionales son aquellos patrones que se establecen entre las cantidades que covarían en una relación funcional. Estos tipos atienden a patrones cuantitativos porque son números los que intervienen en las cantidades variables. Estas relaciones funcionales pueden ser de dos subtipos de correspondencia y de covariación (Smith, 2008).

Para el análisis del portafolio se utiliza el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Con fines de difusión internacional, el grupo ha adoptado el uso de las siglas correspondientes a su traducción en inglés *Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK)* del nombre del modelo y de sus subdominios. El modelo, cuya finalidad es servir como herramienta teórica y analítica, permite identificar el conocimiento específico del profesor de matemáticas y comprender la naturaleza del mismo, desde un punto de vista sistemático y artificialmente organizado para su análisis (Carrillo et al., 2013; Carrillo et al., 2018).

El modelo en su estructura considera tres dominios: conocimiento matemático (MK); conocimiento didáctico del contenido matemático (PCK); y un dominio fundamentado en las creencias que permean los dos dominios anteriores. En relación con el PCK, definimos los subdominios de modo que el foco de todos ellos fuera la enseñanza y aprendizaje del contenido matemático, sin que pueda entenderse como una yuxtaposición de conocimiento pedagógico y conocimiento del contenido matemático. De este modo, hablaremos de Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT), Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) y Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS) (Contreras et al., 2018).

El KMT (*Knowledge of Mathematics Teaching*) es el conocimiento del profesor de teorías sobre la enseñanza de contenidos matemáticos, de recursos materiales y virtuales, y de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos.

Existen varios elementos didácticos para enseñar un contenido matemático en diversas etapas escolares. Para esta investigación se pone énfasis en la categoría estrategias, técnicas, tareas y ejemplos del subdominio KMT. Escudero-Ávila(2015) aborda las estrategias didácticas relacionadas con funciones de un profesor de secundaria, y a esta estrategia está ligada la técnica didáctica del tránsito entre distintos registros de representación. Rojas (2014) aborda un caso de un profesor de primaria, enfatiza que el profesor ha de conocer distintas estrategias para abordar un error, estrategias de reiterar procedimientos algoritmos para resolver errores de cálculo y saber desarrollar líneas argumentativas que faciliten la adquisición de los conceptos en su caso de fracciones. Ribeiro (2016) en la formación inicial de maestros ha realizado aportes en la conceptualización e implementación de una tarea. Sosa et al., (2016) presenta también en el usos de ejemplos realizados por dos profesoras distinguiendo el tipo y potencialidad de estos con base en la intencionalidad, como en las ayudas a sus estudiantes y el momento. Y finalmente Tarisfeño-Vasquez y Reyes-Bravo (2022) en formación de profesores realizan un análisis de contenido de Patrones y para la categoría emergieron descriptores: ejemplos de patrones en lo cotidiano, estrategias de cuestionamiento, estrategias para el uso y tránsito entre representaciones, y diversas tareas.

La observación de las actividades de los docentes, no solo lo que hacen en el aula, sino que todos los procedimientos que emplean para realizar su práctica de enseñanza, son una fuente esencial para la obtención de información acerca del conocimiento que el profesor pone en juego. Pero al analizar su aplicación o uso, a veces encontramos evidencias, a veces indicios del conocimiento que el profesor posee, filtrado, entre otros, por elementos del contexto y la propia interpretación del investigador-observador, y a veces oportunidades para seguir indagando (Contreras et al., 2018). Y frente a esas oportunidades para seguir indagando, nos apoyamos en otras actividades como, la planificación del profesor, cuestionarios y entrevistas, análisis de vídeos o situaciones de aula, entre otros escenarios

(Flores et al., 2013), para esta indagación del conocimiento didáctico de patrones contamos con planificaciones oficiales de docentes.

## **METODOLOGÍA**

Dentro de los instrumentos de evaluación es parte fundamental el desarrollo del portafolio y para la investigación contamos con los portafolios oficiales planificación y reflexión de clases, referida al diseño previo de actividades de clases frente al contenido de patrones.

La metodología utilizada es cualitativa, exploratoria y descriptiva (Hernández- Sampieri 2018).

Tiene un enfoque cualitativo porque se realizan categorías de análisis a priori, desde los criterios del MTSK para el contenido de patrones. Se realiza la codificación con el análisis de dos tareas del portafolio, la planificación y reflexión relacionadas con el objetivo curricular de patrones en primero de educación primaria. Para esta comunicación nos enfocamos en el subdominio del KMT, en la categoría estrategias, técnicas, tareas y ejemplos.

Es un estudio exploratorio que pretende contribuir al conocimiento didáctico del contenido matemático, cada planificación desarrolla tres clases de noventa minutos siguiendo lineamientos del portafolio en donde deben redactar actividades coherentes y pertinentes al objetivo curricular.

### **Participantes**

Esta investigación utiliza como instrumento de recogida de datos los portafolios de nueve profesores chilenos de primaria que realizaron su portafolio en esta temática. Los portafolios se solicitaron al sistema de evaluación del desempeño profesional docente, se mantiene la confidencialidad de la información de los datos elaborados utilizando la tarea de planificación y reflexión únicamente, para el fin de esta investigación.

Las planificaciones son de docentes que tienen distinta localización geográfica, de norte a sur tenemos: un docente de la región de Valparaíso, un docente de la región Metropolitana, dos pertenecen a la región de O'Higgins, uno de la región del Ñuble, uno de la región del Biobío, uno de la región de la Araucanía, y dos de la región de los Lagos. Las planificaciones son elaboradas por docentes de distinta profesionalización, seis de ellos son docentes generalistas y tres son educadores de educación especial en dificultades específicas de aprendizaje.

Los docentes redactaron su portafolio en el año 2016 y 2017 para el objetivo curricular de patrones OA 11 que es, reconocer, describir, crear y continuar patrones repetitivos (sonidos, figuras, ritmos) y patrones numéricos hasta el 20, crecientes y decrecientes, usando material concreto, pictórico y simbólico, de manera manual y/o por medio de software educativo (Ministerio de Educación, 2013). Luego implementaron la planificación y realizaron una reflexión de esa unidad pedagógica implementada analizando la experiencia de su propia práctica pedagógica.

### **Clasificación y selección de la muestra**

La selección de los documentos se hizo de forma intencionada, primero optando por la asignatura de matemática, segundo eligiendo el eje temático de patrones y álgebra, tercero seleccionando el nivel de enseñanza abarcando desde primero a sexto, y finalmente escogiendo el objetivo curricular de patrones. Por lo tanto, esta es parte de una muestra de treinta y cinco portafolios del contenido de patrones, cuando los docentes llevaban tres años con los cambios curriculares y analizamos aquí los documentos de los nueve docentes de primero de educación primaria.

### **Codificación**

Se procede a codificar la planificación y la reflexión de los nueve profesores especificando a cada uno por letra, así tenemos nueve docentes de primero de educación primaria ( 1° A, 1° B, 1° C, 1° D, 1° E, 1° F, 1° G, 1° H y 1° I) para proteger su anonimato. Se hace referencia en las planificaciones y reflexiones, a indicios y/o evidencias, destacando la información de episodios, fragmentos de

episodio, frases o palabras relativas a la codificación de la categoría. El indicio es una señal que permite deducir la existencia de conocimiento, en cambio la evidencia es una certeza de que se manifiesta el conocimiento.

## RESULTADOS

Estas actividades se obtienen luego de analizar que el profesorado manifiesta evidencias de sus extractos. Nos centramos en esta categoría porque abarca la mayor parte de la redacción de las planificaciones docentes. Una vez codificadas las evidencias e indicios y basados en la literatura procedemos a buscar las estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. En la tabla 1 se presentan extractos de planificaciones que corresponden a evidencias de cada indicador de la categoría, se especifica de donde se extrae el extracto y no son excluyentes ya que pueden incluir otros indicios.

Tabla 1: Categoría de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos utilizados en 1º primaria

Estrategias para el uso y tránsito	Técnicas de preguntas	Tareas	Ejemplos cotidianos
1ºE Clase 2: ... el patrón creado por medio de las imágenes adheridas a la cartulina y de esta forma presentan el patrón creado gráficamente. La docente junto a los alumnos(as) comparan la secuencia percutada con lo graficado con el fin de establecer si existe relación entre ambos mediante las siguientes preguntas: ¿Qué instrumentos utilizaron en la secuencia? ¿Se logró la secuencia en el sonido? ...	1ºB Clase 2: Se presentan tiras de caramelos "lolis" de 1, 2 y 3. Se proyecta actividad en la pizarra, preguntando ¿Cuántos lolis tiene cada tira? Luego, al agregar una nueva tira, ¿cuántos lolis debe tener? Deben anotar las cantidades bajo cada tira, y agregar una 4ª. En el siguiente ejercicio, se presentan tiras de 2, 4 y 6 lolis, se hacen las mismas preguntas, y se pide que anoten las cantidades abajo de cada tira, y dibujen una 4ª tira. Se presenta un 3er ejercicio, con los lolis, pero esta vez, secuencia descendente, de 8,6 y 4; preguntando ¿De cuántos lolis, debe ser la siguiente tira? ¿Por qué?	1ºH Clase 3: Se le entrega a cada estudiante palotines (palos de madera), se les solicita que formen sobre sus mesas la secuencia de palotines que indique la profesora: un palotín amarillo, dos palotines verdes y un palotín rojo, tienen que repetir el patrón tres veces para que se vea que es repetitivo. Luego se les pide que cada uno invente una secuencia de palotines en que intervengan por lo menos 4 colores. Cuando terminen se solicita que cambien de puesto por el puesto de otro compañero y deben continuar con la secuencia de palotines comenzada sobre el escritorio respectivo.	1ºG Clase 2: Se evalúa de forma oral los contenidos como "continuar series de ritmos y/o sonidos". Se establece una serie de sonidos con palmadas o movimientos del cuerpo, el cual ordene un patrón que se distinga con facilidad, se pide a los estudiantes que continúen los sonidos de la serie.

En primero de educación primaria los nueve docentes planifican actividades en esta categoría frente a indicadores como: estrategias para el uso y el tránsito, técnicas de realizar preguntas orientadoras y de cuestionamiento, en la creación de tareas, y frente a ejemplos presentados de patrones en lo cotidiano. Algunas actividades relativas a estos indicadores son: descubrir patrones, creación de secuencias y de problemas de patrones, identificar el patrón repetitivo, utilizan material concreto, pictográfico y simbólico. Los docentes realizan también actividades de completar secuencias

referentes a: secuencias de sonidos onomatopéyicos, de movimientos corporales, de crecimiento de plantas, sonidos y ritmo, de objetos cotidianos, numéricas, y por atributos de forma y color.

Sobre el conocimiento de estrategias para el uso de representaciones y el tránsito entre ellas, el profesorado plantea actividades que trabajan desde el material concreto a las representaciones pictóricas y abstractas, tales como: búsqueda y creación de patrones numéricos, continuación de secuencias ascendentes y descendentes, búsqueda de regularidades, completar tablas, generalización, resolución de problemas de patrones, y creación de secuencias y patrones.

Respecto a la técnica de realizar preguntas orientadoras y de cuestionamiento es utilizada por los docentes, cuando las preguntas hechas por el profesorado son adecuadas, es cuando se instala un recurso didáctico para estimular el proceso de enseñanza (Zakaryan et al., 2018). Siete de los nueve docentes ( 1ºB, 1ºC, 1ºD, 1ºE, 1ºF, 1ºG, 1ºI ) que planifican manifiestan evidencias de preguntas orientadoras y de cuestionamiento en sus planificaciones dirigidas a: conceptos, completar secuencias, resolución de problemas de patrones y sobre el uso del material concreto.

Las decisiones del maestro sobre las tareas en la planificación son aspectos que determinan el aprendizaje de los estudiantes (Bernabeu et al., 2022). Los nueve docentes presentan evidencias de tareas de patrones relacionadas con: movimientos con patrones, ejercicios rítmicos de patrones, ejercicio con instrumentos musicales, juego del luche. En la identificación y clasificación de patrones planifican tareas donde utilizan material manipulable (palos de helado, lápices de colores, figuras geométricas, set de cubos encajables, juego de legos, bloques lógicos) para los atributos de forma, color y tamaño. Las tareas con patrones en forma gráfica están planificadas con actividades del texto escolar, uso de fichas, guías de trabajo, y creación e identificación de secuencias con el uso de TIC.

Y finalmente en los ejemplos presentados de patrones en lo cotidiano (Morales et al., 2018), los docentes utilizan elementos de la naturaleza (sonidos onomatopéyicos, árboles frutales, frutas), elementos cotidianos (utensilios de cocina, cajas, etc), elementos relativos a su cuerpo (estatura, movimientos) y elementos de su entorno (escaleras mecánicas, guirnaldas de colores, y numeración de los edificios). Hay dos docentes (1ºA y 1ºG) que mencionan ejemplos de lo cotidiano.

## **DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES**

Nuestro objetivo era especificar el conocimiento didáctico del contenido de patrones que manifestó el profesorado al participar del proceso de evaluación docente. Se describieron extractos de sus portafolios de las planificaciones de patrones, las cuales aparecen de forma natural y frecuente en la redacción y se clasificaron dentro de la categoría estrategias, técnicas, tareas y ejemplos.

Diversos autores ya destacan la importancia de tareas en la enseñanza de patrones en primaria (Morales et al., 2018; Torres et al., 2021). Si bien los docentes de primero de educación primaria no planifican para todos los tipos de patrones, en estas planificaciones y reflexiones encontramos actividades docentes que proponen estrategias, tareas, técnicas y ejemplos relativos a dos tipos de ellos, patrones repetitivos y numéricos de acuerdo al objetivo curricular de primero de educación primaria.

Pincheira y Alsina (2021), mencionan que son escasos los estudios, que analizan tareas propuestas por el profesorado, para abordar conocimientos de naturaleza algebraica en los primeros niveles de escolaridad. Estas planificaciones pueden ser un insumo hacia la formación docente inicial y continua de maestros, para el diseño de tareas y evaluar la dificultad de resolución de estas tareas. Las producciones sirven para diseñar nuevos materiales docentes que ayuden a identificar las estrategias utilizadas y los elementos matemáticos significativos para el desarrollo del pensamiento algebraico (Callejo et al., 2016). Resulta necesario especificar el tipo de tareas que realiza el profesorado, y evaluar la dificultad que supone la resolución de tales tareas (Pincheira y Alsina (2021).

Contribuimos a documentar prácticas como una fuente para otras prácticas pedagógicas relacionadas con patrones, ya que el interés es comprender el conocimiento del profesor desde una perspectiva interpretativa, comprender la estructura de su conocimiento y los elementos que lo conforman en el contexto de la práctica (Contreras et al., 2018). Las planificaciones oficiales en sí mismas son una fuente primordial de información del profesorado hacia la enseñanza del álgebra en primaria.

Este estudio ha profundizado en la comprensión del conocimiento especializado de profesores de primero de educación primaria que enseñan patrones, en el contexto de su evaluación docente, permitiendo visualizar el carácter sistemático y sistémico del MTSK en la categoría del KMT estrategias, técnicas, tareas y ejemplos.

La limitación del estudio es que solo contamos con las planificaciones y reflexiones del profesorado, no podemos acceder a más información y tampoco a otros instrumentos por la legalidad vigente del proceso de evaluación docente. Queda como línea abierta de investigación poder realizar el análisis en paralelo de los instrumentos de evaluación cuando la legalidad lo permita.

### Agradecimientos

Becas Chile doctorado en el extranjero, Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID) Folio 72220142.

Proyecto con referencia PID 2020-113601 GB-I00, financiado por la Agencia Estatal de Investigación (AEI) de España.

### Referencias

- Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2022). Interacción entre la maestra y los estudiantes en la enseñanza aprendizaje de clases de polígonos. En T. F., Blanco, C., Núñez-García, M. C. Cañadas, y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 179-187). SEIEM.
- Callejo, M.J., García-Reche, A., y Fernández, C. (2016). Pensamiento algebraico de estudiantes de educación primaria (6-12 años) en problemas de generalización de patrones lineales. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 10, 5 – 25. <https://doi.org/10.35763/qiem.voi10.106>
- Carrillo J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Ribeiro, M. y Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Castro, E. (1995). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales*. Comares.
- Castro-Rodríguez, E. y Castro, E. (2016). Pensamiento lógico matemático. En E. Castro y E. Castro (Coords.) *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil* (pp. 87-107). Pirámide. <http://hdl.handle.net/10481/47545>
- Contreras, L. C., Carrillo, J. y Climent, N. (2018). Aproximándonos al conocimiento especializado de una estudiante para maestro a partir de una narrativa. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñoz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García García, y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 51-65). SEIEM
- Escudero-Avila, D. (2015). Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria [tesis doctoral, Universidad de Huelva]. Repositorio institucional <http://hdl.handle.net/10272/11456>.
- Flores, P. (2007). Profesores de matemáticas reflexivos: formación y cuestiones de investigación. *PNA*, 1(4), 139-159 <https://ruc.udc.es/dspace/bitstream/handle/2183/11273/CC-75%20art%202.pdf>
- Flores, E., Escudero, D. I. y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa, y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). SEIEM.



- Hernández-Sampieri, R., y Torres, C. (2018). *Metodología de la investigación* (Vol. 4). McGraw-Hill Interamericana.
- Ministerio de Educación (2013). *Bases Curriculares Primero a Sexto básico*. Disponible en <https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-Curriculares/Bases-curriculares/>
- Morales, R., Cañadas, M. C., y Castro, E. (2017). Generación y continuación de patrones por dos alumnas de 6-7 años en tareas de seriaciones. *PNA Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 11(4), 233-252.
- Morales, R., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M. y Gómez, P. (2018). Relaciones funcionales y estrategias de alumnos de primero de Educación Primaria en un contexto funcional. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(3), 59-78. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2472>
- Ontario Ministry of Education (2007). A guide to effective instruction in mathematics. Kindergarten to grade 3. Patterning and algebra. Ontario, Canadá.
- Pincheira, N. y Alsina, Á. (2021). El álgebra temprana en los libros de texto de Educación Primaria: implicaciones para la formación docente. *Bolema*, 35 (71) 1316-1337 <https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n71a05>
- Pincheira, N. y Alsina, Á. (2021). Explorando la demanda cognitiva de tareas matemáticas de búsqueda de patrones diseñadas por futuros profesores de Educación Primaria. En , P. D. Diago., D. F., Yáñez., M. T., González-Astudillo, y D. Carrillo, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 489 – 496). SEIEM.
- Ribeiro, M.(2016). Tareas para alumnos y tareas para la formación: Discutiendo el conocimiento especializado del profesor y del formador de profesores de matemáticas. En S. Estrella, et al. (Eds.), *XX Actas de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática* (pp. 31-39) SOCHIEM.
- Rojas, N. (2014) Caracterización del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática. [Tesis doctoral, Universidad de Granada].
- Sosa Guerrero, L., Flores-Medrano, E., y Carrillo Yáñez, J. (2016). Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas del profesor cuando ejemplifica y ayuda en clase de álgebra lineal. *Educación Matemática*, 28(2)151-174. <https://www.scielo.org.mx/pdf/edumat/v28n2/1665-5826-ed-28-02-00151.pdf>
- Smith, E. (2008). Representational thinking as a framework for introducing functions in the elementary curriculum. En J. J. Kaput, D. W. Carraher, y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 133-160). Lawrence Erlbaum Associates.
- Torres, M. D., Moreno, A. y Cañadas, M. C. (2021). Generalization process by second grade students. *Mathematics*, 9,1109. <https://doi.org/10.3390/math9101109>
- Tarifeño-Vásquez S. y Reyes-Bravo M. (2022). Aproximación al conocimiento especializado del tema patrones: un análisis de contenido. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, y J. A. González-Calero (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (p. 635). SEIEM.
- Thornton, S. (2001). A picture is worth a thousand words. En A. Rogerson (Ed.), *New ideas in mathematics education: Proceedings of the International Conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project* (pp. 251-256). ALMA.
- Zakaryan, D., Estrella, S., Espinoza-Vásquez, G., Morales, S., Olfos, R., Flores-Medrano, E. y Carrillo J. (2018). Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas: caso de una profesora de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(2), 105–123. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2260>