UNA MIRADA A TRAVÉS DE GRÁFICOS FUNCIONALES DEL ALUMNADO DE QUINTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

A look throught the functionals graphs of fifth grade students.

Pérez-Martos, M. C.[a], Moreno, A.[a], Cañadas, M. C.[a] y Torres, M. D.[b]

[a]Universidad de Granada, [b] Universidad de Córdoba

Resumen

Este trabajo forma parte de una investigación más amplia centrada en la exploración del pensamiento funcional de estudiantes de educación primaria en España. El objetivo aquí es identificar y describir el modo en que un alumno de quinto de primaria (10-11 años) usa los gráficos y extrae información realizando tareas de generalización en las que se implican funciones lineales. Analizamos la entrevista individual aplicada a este alumno sobre funciones al finalizar sesiones de trabajo. Los resultados obtenidos evidenciaron la mirada a través de los gráficos de este alumno ya que identificó diferentes relaciones entre las variables, generalizó y/o identificó el término independiente de una función.

Palabras clave: *educación primaria, generalización, pensamiento funcional, representación gráfica.*

Abstract

This study is part of a broader investigation focused on exploring the functional thinking of primary school students in Spain. The objective here is to identify and describe the way in which a fifth-grade student (10-11 years old) uses graphs and extracts information by performing generalization tasks involving linear functions. We analyze the individual interview applied to this student about functions at the end of work sessions. The results obtained evidenced the look through the graphs of this student since he identified different relationships between the variables, generalized and / or identified the independent term of a function.

Keywords: *functional thinking, generalization, graphic representation, primary school.*

INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Este estudio lo centramos en el enfoque funcional del pensamiento algebraico. El pensamiento algebraico es un tema de interés entre investigadores en Educación Matemática en la actualidad (Cañadas et al., 2019; Kieran, 2022). En particular, el pensamiento funcional es "un componente del pensamiento algebraico basado en la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen" (Cañadas y Molina, 2016, p. 211). En este estudio analizamos el uso que hacen alumnos de quinto de primaria de los gráficos al trabajar tareas de generalización que implican funciones lineales.

El nuevo currículo de primaria actualmente en vigor en España incluye el sentido algebraico (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022). En este sentido el trabajo con la generalización y su representación cobra importancia debido a que estos procesos forman parte de las competencias específicas de matemáticas incluidas en este nuevo currículum.

En trabajos previos han abordado los usos y la comprensión de la representación tabular para trabajar las funciones con el alumnado de primaria (Brizuela et al, 2021; Torres et al., 2022a). En este estudio nos interesamos especialmente por el trabajo sobre los usos y comprensión de otro tipo

Pérez-Martos, M. C., Moreno, A., Cañadas, M. C. y Torres, M. D. (2023). Una mirada a través de gráficos funcionales del alumnado de quinto de educación primaria. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 435–442). SEIEM.

de representación, la gráfica, con el alumnado de quinto de primaria. Presentamos una primera aproximación a través de un estudio exploratorio con un estudiante.

Esta investigación tiene como objetivo identificar y describir el modo en que un alumno de quinto de primaria usa los gráficos y extrae información realizando tareas de generalización en las que se implican funciones lineales.

MARCO TEÓRICO Y ANTECEDENTES

La generalización se produce al identificar lo común de los casos particulares. Varios autores muestran interés por este proceso. Radford (2010) diferencia entre generalización algebraica y generalización aritmética, definiendo la primera de estas como la obtención de una expresión general que permite obtener cualquier caso particular, y la segunda como la manifestación de haber identificado lo común de los casos particulares y su uso para obtener cualquier otro caso particular, pero sin llegar a la expresión general. En (Torres et al., 2022b) también se trabaja este proceso y se tienen en cuenta estos dos tipos de generalización. En ocasiones, la generalización aritmética se logra con casos particulares cercanos (Stacey, 1989).

Las representaciones matemáticas son las herramientas que nos permiten hacer presentes los conceptos y procedimientos matemáticos y a partir de las cuales se registra y comunica el conocimiento sobre las matemáticas (Rico, 2009). Así, las representaciones son las que conducen a expresar y relacionar objetos matemáticos (Pinto et al., 2016). Nos centramos aquí en los gráficos como una de esas representaciones.

La comprensión de los gráficos no es una tarea sencilla. Varias investigaciones muestran dificultades y errores de los estudiantes al construir, comunicar o extraer información de los gráficos (Acuña, 2001; Wainer, 1992). En este sentido, Wainer (1992) concreta que existe gran diferencia entre contestar a una pregunta que tan solo requiera de la lectura del gráfico para extraer un dato específico, y contestar a una que requiera de la comprensión de la estructura profunda de la totalidad de los datos que presenta. Este autor asegura que comprender la estructura profunda de los datos de un gráfico para poder conectar ideas presenta mayor complejidad que la lectura de un gráfico, como se podía esperar.

Los gráficos de las funciones se han abordado en investigación desde diferentes aproximaciones: la visualización, la integración de la tecnología en la educación y la construcción de un lenguaje gráfico (Cordero, 2006). Cordero y Flores (2007) analizaron libros de texto de educación primaria e indicaron que “las investigaciones de las gráficas de las funciones, en Matemática Educativa, tradicionalmente han tenido un tratamiento privilegiado como representación del concepto de función” (p. 4). En este estudio nos quedamos con el enfoque de los gráficos orientado a la visualización, pensando en estos como representaciones visuales empleadas para comunicar e interpretar relaciones funcionales (Brizuela et al. 2021). Martí et al. (2010) indican que un gráfico consta de los siguientes componentes: (a) el marco, que informa sobre qué medida se utiliza y qué es lo que se mide; (b) los especificadores, a través de los que visualizamos las relaciones, como son las tendencias o comparaciones entre valores y (c) las etiquetas. Además, estos autores nos hablan de diferentes niveles de comprensión en un gráfico: leer datos, leer entre datos y leer más allá de los datos. Estos autores indican que este último nivel de comprensión, leer más allá de los datos, es lo que entiende Wainer (1992) por comprensión de la estructura profunda de la totalidad de los datos que se presentan.

Basamos nuestro marco teórico en las representaciones como herramientas en la perspectiva sociocultural de Vygotsky sobre el papel mediador de las herramientas en el pensamiento propio. En este sentido, el trabajo de Brizuela et al. (2021) toma la idea de Kaput et al. (2008) de que, al trabajar con símbolos o representaciones, uno puede o bien solo mirarlos como objetos opacos en sí mismos, o bien mirar a través de ellos, que quiere decir mirar lo que podrían significar. Brizuela et al. (2021), concluyeron que una vez que se consigue mirar a través de una representación, es cuando comenzamos a usarlo como herramienta para pensar y razonar sobre los significados subyacentes, al explorar cómo un niño de infantil miraba a través de la representación tabular. La mirada a través de las tablas permitió hacer inferencias y generalizaciones como resultado de las contribuciones particulares proporcionadas por la visualización. En nuestro estudio queremos extender esta idea de mirar a través de una representación a los gráficos de funciones.

En este trabajo definimos mirar a través de los gráficos como la capacidad de hacer inferencias y generalizaciones a partir de las contribuciones particulares proporcionadas por la visualización de los gráficos, además de pensar y razonar sobre los significados subyacentes a esta representación. La mirada a través de los gráficos se evidencia en este estudio por conceptos que emergen del propio análisis llevado a cabo: relación de covariación, punto de corte de dos funciones, intervalos donde varía la comparación entre dos funciones, las generalizaciones algebraica y aritmética, el término independiente de una función, o más generalmente, la deducción o predicción de información y la obtención de conclusiones. En este trabajo describimos la mirada a través de los gráficos de un alumno de quinto de primaria mediante la identificación de estos conceptos.

METODOLOGÍA

Llevamos a cabo en este documento un estudio de caso que forma parte de un experimento de enseñanza, enmarcado en un proyecto, con un total de cuatro sesiones comunes para los 25 alumnos en el aula, y seis entrevistas individuales semi-estructuradas realizadas a seis de estos estudiantes. Analizamos la entrevista de un estudiante (videograbación y fichas de apoyo) donde estaba implicada la función y=3x+1 y la comparación de las funciones y=2x+5, y=3x. Algunas de estas funciones fueron trabajadas previamente en las sesiones de grupo-clase.

Los seis estudiantes asisten a un colegio público situado al sur de España. La elección del centro fue intencional. El único contacto que este grupo había tenido con la representación gráfica y la generalización en contextos funcionales fue en las sesiones del grupo-clase. Fueron cuatro sesiones, y en todas ellas planteamos tareas sobre funciones, a través de las representaciones verbal, simbólica, tabular y gráfica. Respondieron preguntas que involucraban la lectura e interpretación de diferentes representaciones. El objetivo de todas era que llegaran a la generalización de la expresión funcional asociada a cada contexto. En la sesión 1 se trabajó la función f(x)=2x+5, en la sesión 2 se trabajó f(x)=3x, en la sesión 3 se trabajó la comparación de las dos funciones anteriores y la última sesión giró en torno a f(x)=2x+2.

Para seleccionar los seis estudiantes a entrevistar, atendimos a su trabajo previo en las sesiones: (a) generalizaban desde el principio (A1 y A2), (b) no generalizaban al principio, pero sí al final (B1 y B2) y (c) no manifestaron generalización en ningún momento de las sesiones (C1 y C2).

El investigador-docente de las sesiones del grupo-clase realizó también las entrevistas, siguiendo un protocolo diseñado por los miembros del equipo de investigación.

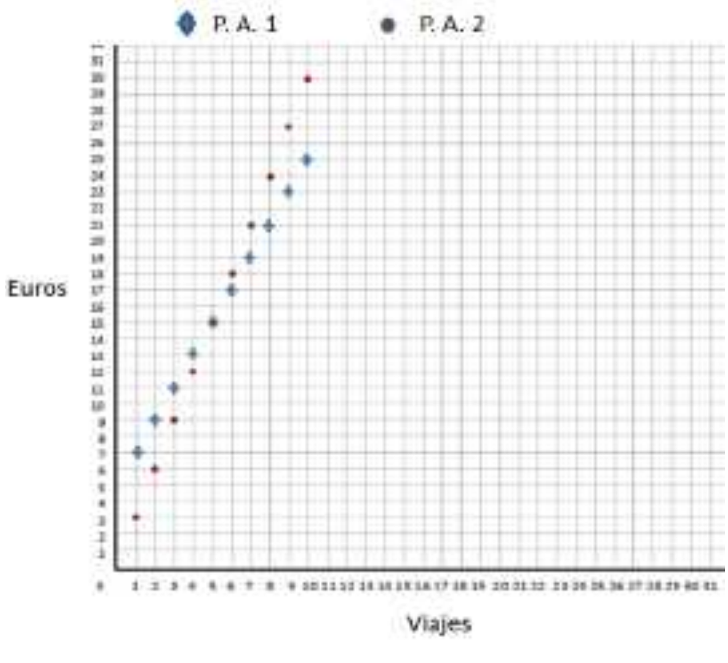
Cada entrevista duró unos 23 minutos y todas fueron organizadas en torno a tres momentos que se asocian a tres tareas diferentes, en el siguiente orden:

Tabla 1. Breve descripción de las partes de la entrevista.

Tarea	Contexto	Funciones asociadas	Descripción	Preguntas planteadas
1	Máquina de bolas	y=3x+1	Les presentamos la situación de una máquina misteriosa en la que metes un número de bolas, y esta saca otro diferente. La máquina hace algo y debemos averiguar qué es.	Para cualquier número de bolas que entraran, ¿cuántas bolas saldrían?; ¿Cómo me explicarías el funcionamiento de la

				máquina?; ¿Serías capaz de representar en un gráfico esta situación?
2	Parque de atracciones	y=3x+1	Les presentamos la situación de una visita a un parque de atracciones en el cual deben pagar 1 euro por hacerse un carnet de socio necesario para entrar, y luego, una vez dentro, cada viaje les cuesta 3 euros. Igual función a la anterior pero el contexto ofrece el valor del término independiente.	Si hago un número de viajes cualquiera, ¿cómo sabría cuánto tengo que pagar?; ¿Es posible que pagase yo 33 euros en viajes?; El gráfico de esta situación, ¿lo podrías representar?
3	Comparación de parques	1. y=2x+5 2. y=3x	Les mostramos un gráfico representando la comparación de dos parques cualesquiera, el 1(representado con cruces azules) y el 2 (representado con puntos rojos) (ver figura 1), sin indicarles que representaban las mismas funciones que los parques de Almería y Málaga de la sesión 3 y haciendo énfasis en que se trataba de parques diferentes al de la situación anterior. No se ofrecía ninguna otra información.	¿Cómo puedo saber cuánto tengo que pagar en cada parque?; ¿Cuál de los dos parques crees que es más caro?; ¿A qué parque me interesaría ir?; ¿Cómo observas eso en el gráfico?

Figura 1. Gráfico presentado en tarea 3



En este estudio de caso analizamos las transcripciones del vídeo y las producciones orales y escritas durante la entrevista de A1. Seleccionamos a este alumno para estudiarlo en profundidad por ser el que aportó una mayor cantidad de información. El análisis lo hicimos atendiendo a las generalizaciones evidenciadas (aritmética o algebraica) y a los diferentes elementos puestos en juego en relación a la mirada del gráfico (Martí et al., 2010).

RESULTADOS Y DISCUSIONES

En este apartado ofrecemos el progreso de A1 a lo largo de la entrevista en lo que a su mirada a través de los gráficos se refiere.

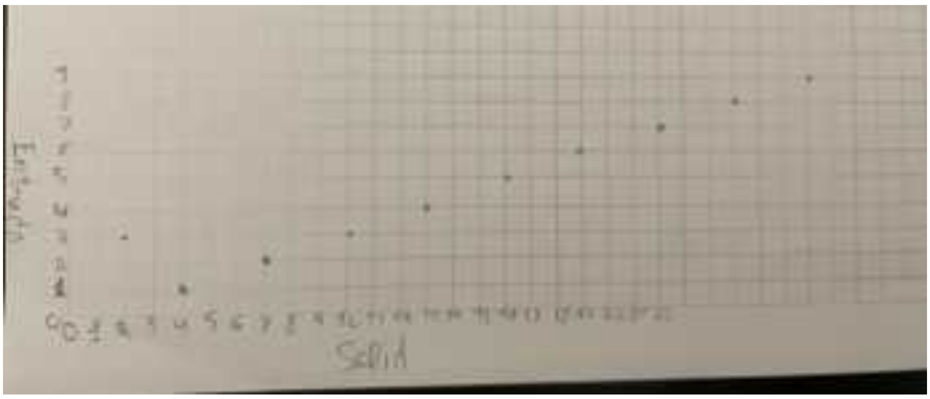
Cuando pedimos a A1 que representara en un gráfico la situación de la tarea 1, empezó por colocar los números en el eje X. El primer número que indicó en el punto intersección de ambos ejes fue el uno en vez del cero. Cuando terminó de escribir los números que consideró para el eje X se dio cuenta de que le faltaba el cero, y comenzó de nuevo en otra hoja cuadriculada. Hasta ahora, A1 solo había mirado el gráfico como objeto en sí mismo (Brizuela et al., 2021), usándolo para organizar la información obtenida de la situación. A partir de este momento empezaron a emerger los conceptos en relación con los elementos anteriormente considerados (Martí et al., 2010), como evidencia de su mirada a través de los gráficos. Colocó las dos variables involucradas en los ejes del gráfico, aunque colocó la independiente (bolas que entran) en el eje Y, y la variable dependiente (bolas que salen) en el eje X (ver figura 2), identificándose así la relación entre las variables.

Seguidamente, sin intervención del investigador, A1 comenzó a colocar en el gráfico los puntos correspondientes a la situación trabajada. Primero representó los datos que había indicado en los ejes, identificó lo común en la representación de estos puntos (si aumentaba una unidad en el eje Y, entonces se aumentaba en tres unidades en el eje X) y continuó colocando puntos sin necesitar ya prestar atención al resultado de salida (ver figura 2), generalizando así la construcción del gráfico a partir de la relación funcional. En línea con Wainer (1992), está evidenciando su comprensión de la estructura de los datos que se presentan en el gráfico. Encontramos evidencia de esto en el siguiente fragmento:

I: ¿Cómo estás construyendo eso?

A1: ¿Cómo? Pues me fijo… Primero hago los dos primeros, o los tres, y digo ¿cómo sube? Pues, miro cómo sube y como me he dado cuenta que es tres para el lado y uno para arriba, pues lo hago así (Y sigue poniendo más puntos ya donde no hay números en los ejes, siguiendo la tendencia).

Figura 2. Ejemplo de construcción de un gráfico a partir de la relación funcional



En el siguiente fragmento del diálogo, correspondiente a la tarea 2, A1 identificó la igualdad de la relación entre las variables de las tareas 1 y 2:

I: Ah bueno, el gráfico de esta situación ¿cómo lo harías?

A1: Pues lo mismo, mira, ya está hecho (dice señalando el gráfico trabajado en el contexto 1).

En la tarea 3, donde presentamos el gráfico que aparece en la figura 1, A1 identificó la presencia de término independiente en una de las funciones involucradas (parque 1), además de dar su valor exacto, y justificó la no existencia de término independiente en la otra función (parque 2). En el contexto de la tarea esto se traduce en que reconoció en qué parque de atracciones había que pagar carnet de socio para entrar dando su valor exacto, y en qué parque no había que pagar carnet para entrar. A1 identificó que el cambio a lo largo de todos los valores de las abscisas consecutivas es constante en ambas funciones. Sin embargo, se da cuenta de que, mientras que en la función roja el cambio de cero a uno en la abscisa es el mismo que en el resto de la gráfica, en la azul es diferente. Esa diferencia en el cambio de cero a uno en la abscisa de la función azul es la que le hace reconocer que tiene término independiente e identificar que su valor es cinco. En este caso, el alumno atendió a elementos de los que Martí et al. (2010) reconocen como especificadores. Esto se puede observar en el siguiente fragmento de diálogo:

I: A ver, tú en este caso, ¿qué crees? ¿pagas carnet, o no?

A1: Sí, en el parque 1 (dice sin pararse a pensar mucho)

I: (Refiriéndose al parque de atracciones 1) Por cada viaje pago dos euros, y entonces por un solo viaje, ¿cuánto he pagado en total?

A1: Siete euros.

I: ¿Cuánto vale el carnet?

A1: ¡Cuatro! ¿Siete menos dos? (pregunta al investigador señalando y observando el gráfico como para hacer ver que su respuesta es correcta, pero entonces se da cuenta de su error) ... Cinco.

I: Y en el parque de atracciones dos, ¿hay que pagar carnet o no?

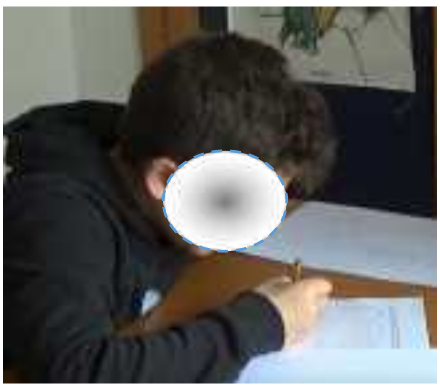
A1: Tres, tres, no, tres euros de entrada… porque si te fijas siempre es: uno dos y tres, uno dos y tres. (Dice marcando con el dedo. Se refiere a que el primer punto está a la misma altura desde el cero que la que hay luego entre cada dos de los siguientes puntos y, por tanto, quiere concluir con que no hay carnet).

En esta misma tarea, A1 identificó el punto de corte (Martí et al. 2010), aquel en el que la imagen de ambas funciones era igual y, por lo tanto, a partir del cual la función que tenía imagen mayor pasaba a tener imagen menor, y viceversa. En el contexto de la tarea, identificó el número de viajes para el que ambos parques costaban lo mismo y a partir del cual un parque dejaba de ser el más caro para pasar a serlo el otro. En primer lugar, identificó, señalando en el eje Y, el valor de la variable dependiente a partir del cual se produce dicho cambio (15 euros), y luego, señalando en el eje X, el valor de la independiente (5 viajes). En la figura 3 se observa que lo indica en el gráfico. De nuevo la identificación de este concepto permite al alumno ofrecer la conclusión de que si das 5 viajes te cuesta igual en un parque y en otro, como muestra el siguiente fragmento:

I: Muy bien. ¿A partir de cuánto es más barato un parque de atracciones que otro?

A1: A partir del 15, a partir del 15 es lo mismo. Si das 5 viajes es lo mismo.

Figura 3. A1 señala en el gráfico para dar sus respuestas



Por último, A1 generalizó aritméticamente con los casos particulares (Stacey, 1989) asociados a la función y = 3x (parque 2). En el contexto de la tarea lo que hizo el alumno fue identificar el coste de entrar al parque 2 y subirse en 50 atracciones:

I: En el caso del parque de atracciones 2, el rojo, viendo el gráfico ¿me podrías decir…?

A1: Sumar tres

I: Sumar tres, y… ¿hay alguna expresión general? Es decir, si yo te digo que desconozco el número de viajes, ¿cómo me explicas tú que si yo he dado un número de viajes cualesquiera, los que sean? (A1 se queda pensando) Por ejemplo he dado 50 viajes.

A1: ¿50 viajes? Pues 50 por 3.

CONCLUSIONES

Aunque los resultados de nuestro estudio no son generalizables, nos han permitido describir el modo en que A1 trabaja con la representación gráfica en tareas de generalización sobre funciones, y extender a la representación gráfica la idea de mirar a través de una representación (Brizuela et al., 2021). Hemos encontrado evidencias en relación tanto con la generalización aritmética (Radford, 2010; Torres et al., 2022b; Stacy, 1989), como con el uso de elementos propios del trabajo con funciones mediante la representación gráfica (Martí et al., 2010).

Hemos observado como A1 ha identificado la relación de covariación entre las variables, el punto de corte de dos funciones, el término independiente de una función (indicando su valor exacto), además de generalizar aritméticamente, predecir información y extraer ciertas conclusiones. Por tanto, en base a la definición de mirada a través de los gráficos que tomamos para este estudio, evidenciamos que este estudiante ha conseguido mirar a través de los gráficos, conectando ideas y extrayendo información para comunicar e interpretar relaciones funcionales (Brizuela et al., 2021; Kaput et al., 2008; Wainer, 1989) y dar así respuesta a las tareas planteadas.

Ahora nos quedaría poder ampliar el estudio a un mayor número de sujetos comparando lo que ocurre con las categorías estudiadas aquí. Después de centrarnos en la mirada a través de los gráficos nos preguntamos por, ¿cómo será la mirada a través de otras representaciones?, ¿qué ocurrirá con las justificaciones de los estudiantes sobre las relaciones funcionales implicando dos representaciones, tabular y gráfica? Seguiremos profundizando en si las explicaciones de los estudiantes pueden evolucionar al implicar una representación u otra.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha realizado con el apoyo del Proyecto PID2020-113601GB-I00 financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033.

REFERENCIAS

Acuña, C. (2001). Concepciones en graficación, el orden entre las coordenadas de los puntos del plano cartesiano. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa RELIME*, *4*(3), 203-217. http://funes.uniandes.edu.co/9623/

Blanton, M. L. y Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. En J. Cai y E. Knuth (Eds.), *Early algebraization, advances in mathematics education: a global dialogue from multiple perspective* (pp. 5-23). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_2

Brizuela, B. M., Blanton, M. L. y Kim, Y. (2021). A kindergarten student's use and understanding of tables while working with function problems. En A. G. Spinillo, S. L. Lautert y R.E.d.S.R. Borba (eds), *Mathematical reasoning of children and adults*, (pp. 171–190). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-69657-3_8

Cañadas, M. C. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruíz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en educación matemática. Homenaje a Luis Rico*, (pp. 209-218). Comares. http://funes.uniandes.edu.co/8379/1/2016_Can%CC%83adasMolina.pdf

Cañadas, M. C., Blanton, M. y Brizuela, B. M. (2019) Special issue on early algebraic thinking, *Journal for the Study of Education and Development*, *42*(3), 469-478, 10.1080/02103702.2019.1638569

Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matemática. *La Matematica e la sua Didattica*, *20*(1), 59-79.

Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar: Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *10*(1), 07-38. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362007000100002&script=sci_arttext

Kaput, J., Blanton, M. y Moreno, L. (2008). Algebra from a symbolization point of view. En J. Kaput, D. W. Carraher y M. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades*, (pp. 19–56). Lawrence Erlbaum Associates/Taylor & Francis Group.

Kieran, C. (2022). The multi-dimensionality of early algebraic thinking: background, overarching dimensions, and new directions. *ZDM Mathematics Education*, *54*, 1131–1150. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01435-6

Martí, E., Gabucio, F., Enfedaque, J. y Gilabert, S. (2010). Cuando los alumnos interpretan un gráfico de frecuencias. Niveles de comprensión y obstáculos cognitivos. *Irice, 21*, 65-80. https://doi.org/10.35305/revistairice.v21i21.508

Pinto, E., Cañadas, M. C., Moreno, A. y Castro, E. (2016). Relaciones funcionales que evidencian estudiantes de tercero de educación primaria y sistemas de representación que usan. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (eds.), *Investigación en educación matemática XX,* (pp. 417-426). SEIEM.

Radford, L. (2010). Niveles de generalidad y tipos de generalizaciones en actividades de patrones. *PNA,* 4 *(2),* 37-62. http://hdl.handle.net/11162/79439

Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la educación primaria. *BOE, 52,* 24.386- 24.504.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA, 4*(1), 1-14. http://hdl.handle.net/11162/79435

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, *20*, 147-164. https://doi.org/10.1007/BF00579460

Torres, M. D.; Brizuela, B. M.; Cañadas, M. C.; Moreno, A. (2022a). Introducing tables to second-grade elementary students in an algebraic thinking context. *Mathematics, 10*(1) 56. https://doi.org/10.3390/math10010056

Torres, M. D., Cañadas, M. C. y Moreno, A. (2022b). Pensamiento funcional de estudiantes de 2º de primaria: estructuras y representaciones. *PNA, 16*(3), 215-236. https://hdl.handle.net/11162/224518

Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, *21*(1), 14-23. https://doi.org/10.3102/0013189X021001014