PENSAMIENTO FUNCIONAL EN 1° DE PRIMARIA: ESTRUCTURAS UTILIZADAS EN LA FUNCIÓN $f(x) = 5x$

Sandra Fuentes M., María C. Cañadas

Universidad de Granada, España.

sandrafuentesm@gmail.com, mconsu@ugr.es

Este documento forma parte de una investigación más amplia sobre pensamiento algebraico en educación infantil y primaria realizada en España (www.pensamientoalgebraico.es). Presentamos parte de una investigación exploratoria realizada con 32 alumnos de 1° de primaria (6-7 años). Se les planteó de forma escrita, una tarea de generalización en el contexto de pensamiento funcional, la cual involucra la función f(x)=5x. Identificamos 11 estructuras diferentes que los niños utilizaron al resolver la tarea planteada. Identificamos dos estructuras que son utilizadas con mayor frecuencia, f(x)=5x para números pequeños y consecutivos, y f(x)=x para números más grandes y no consecutivos.

Early algebra, Estructuras, Pensamiento funcional.

INTRODUCCIÓN

Este reporte de investigación se enmarca en el *early algebra*, específicamente en el enfoque funcional, el cual se centra en el estudio de las relaciones funcionales entre variables. Las investigaciones en el campo del pensamiento funcional son recientes y se enfocan en el análisis de la generalización, las representaciones, las estrategias y hace muy poco analizan las estructuras matemáticas que los alumnos utilizan al resolver una tarea (Mulligan et al., 2006).

A nivel curricular, en varios países se está incorporando nociones algebraicas en primaria, incluso en infantil. En Chile, en las bases curriculares, aparece el eje de patrones y álgebra, desde 1° de primaria a partir del año 2012 y este año académico también podemos observar que, en España, donde se desarrolla nuestra investigación, se incluye el sentido algebraico en primaria, lo que pone en valor investigaciones de este tipo (Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022).

El objetivo principal de este trabajo es identificar las estructuras que los alumnos de primero de primaria (6-7 años) establecen en la resolución de una tarea de generalización que involucra la función $f(x) = 5x$.

MARCO TEÓRICO

En este apartado describimos los principales elementos del marco conceptual y algunos antecedentes.

El pensamiento funcional es un proceso cognitivo que se centra en establecer relaciones entre dos o más cantidades que varían simultáneamente. Este proceso involucra las funciones como contenido matemático. El pensamiento funcional se centra en la construcción, descripción, representación y razonamiento con y sobre las funciones y los elementos que las constituyen (Cañadas y Molina, 2016, p. 211).

A través del pensamiento funcional, se busca que los alumnos sean capaces de detectar similitudes y diferencias entre los valores de las variables involucradas, repetición y otros aspectos de las regularidades, así como realizar operaciones aritméticas para generalizar, partiendo de casos particulares y llegando a la generalización.

Son variadas las investigaciones en torno al pensamiento funcional que abordan diferentes nociones como la generalización, representaciones, estrategias o estructuras. Algunas de ellas, por la edad de sus participantes (5-7 años), son: Blanton y Kaput (2004); Castro et al. (2017).

La estructura es una noción relacionada con el pensamiento funcional (Molina y Cañadas, 2018). Esta permite realizar conexiones entre los conceptos y procedimientos matemáticos, ayudando a establecer una regularidad y la posterior generalización. Identificar las estructuras que los alumnos utilizan al resolver una tarea algebraica, nos permite analizar la diversidad de conexiones matemáticas que movilizan frente a una misma tarea.

Diferentes investigaciones se enfocan en las estructuras que los alumnos utilizan al desarrollar las diferentes tareas. Pinto y Cañadas (2017) identificaron 17 estructuras diferentes en las respuestas de alumnos de 3° de primaria, para establecer una misma regularidad. Cinco estructuras se correspondieron de forma correcta con la tarea planteada. Al comparar las estructuras de alumnos de 3° y 5° de primaria, los de 3° establecieron una mayor variedad de estructuras, utilizando en muchas de ellas una estructura aditiva. En cambio, los alumnos de 5° utilizaron estructuras multiplicativas en sus estrategias de resolución. Torres et al. (2018) trabajaron con 6 alumnos de 2° de primaria en una tarea que involucraba la función $f(x) = x + 3$, utilizando la máquina de funciones. Se pueden observar diferentes estructuras que los alumnos identificaron de forma verbal. Entre ellas, se encuentran $x + x$, $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$. Finalmente, 5 de los 6 alumnos establecieron la relación correcta.

METODOLOGÍA

Esta es una investigación de carácter descriptivo (Hernández et al., 2010), ya que el análisis de los datos pretende describir las estructuras utilizadas por los alumnos.

Trabajamos con 32 alumnos de un colegio concertado de Granada, la mitad de los alumnos eran no lectores y la otra mitad estaba recién iniciando el proceso de lectoescritura. No tenían formación previa en tareas similares a las planteadas en esta investigación.

Diseñamos 3 tareas de generalización en el contexto de una fiesta de cumpleaños ($f(x) = x$, $f(x) = 3x$ y $f(x) = 5x$) en el seno del proyecto de investigación en el que se enmarca este trabajo. En este reporte describiremos lo acontecido con la tarea 3. Se buscó que las tareas tuvieran un contexto cercano a los alumnos y con números que no complicaran la resolución de la tarea y los llevaran a la generalización.

En la tarea 3, la variable independiente es el número de niños que asisten a una fiesta de cumpleaños y la dependiente el número de globos que se deben comprar. Los valores dados a la variable independiente fueron cercanos consecutivos (1, 2, 3, 4 y 5), lejanos no consecutivos (8 y 10) y para la generalización utilizamos números que escapan de su ámbito numérico (20 y 100). La tarea 3 establecía una relación entre el número de niños y el número de globos necesarios para la fiesta de cumpleaños. Se les dio escrita la relación 1 niño - 5 globos ($f(x)=5x$) y se construyó con el gran grupo la relación 2 niños - 10 globos, quedando como apartados de esta tarea los valores para 3, 4, 5, 8, 10, 20 y 100 niños.

ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

Analizamos las estructuras utilizadas en las producciones escritas de los alumnos al resolver la tarea 3. Damos una descripción de cada estructura identificada en las respuestas de los alumnos. Se presenta a continuación, la tabulación de los datos obtenidos, el análisis y discusión de estos.

Las estructuras que los alumnos utilizaron en la resolución de la tarea fueron:

(a) $f(x) = 5x$, Identifican la relación el quíntuple de elementos, a cada niño le corresponden 5 globos.

(b) $f(x) = 3x$, Identifican la relación el triple, a cada niño le corresponden 3 globos.

(c) $f(x) = 2x$, Identifica la relación doble, a cada niño le corresponden 2 globos.

(d) $f(x) = x$, Identifican la relación identidad, a cada niño le corresponde solo un globo.

(e) $f(x)=10$, Solo escriben o dibujan 10 elementos en cada caso pedido, sin importar el número de niños en la fiesta.

(f) $f(x) = x+1$, Identifican la relación uno más, por lo que a cada niño le corresponde un globo y sobra uno siempre.

(g) $f(x) = x+5$, Suman el caso unitario a la variable independiente, al número de niños invitados a la fiesta le suman 5 globos.

(h) $f(x) = x-1$. Identifican la relación uno menos, por lo que siempre queda un niño sin un globo.

(i) $f(x) = x/2$, Identifican la relación mitad, compran la mitad de los globos que niños en la fiesta.

(j) $f(x) = 5z$, Cambia el número de niños de la relación, se le pregunta por 8 niños, contesta lo que corresponde a 6 niños.

(k) $f(x) = 2*f(x-1)$. Duplican el valor del número de niños anteriormente encontrado. Estas categorías son excluyentes, ya que la respuesta del alumno podía corresponder a una única estructura.

En la Tabla 1 se resumen el número de alumnos que utilizaron cada estructura.

Tabla 1.

Estructuras utilizadas en la tarea 3.

Estructura	Apartado						
	A (x=3)	B (x=4)	C (x=5)	D (x=8)	E (x=10)	F (x=20)	G (x=100)
(a) f(x)=5x	11	11	7	4	3	0	1
(b) f(x)=3x	3	1	0	0	1	1	0
(c) f(x)=2x	0	1	0	1	4	4	0
(d) f(x)=x	4	5	11	12	10	7	12
(e) f(x)=10	2	2	1	1	1	1	0
(f) f(x)=x+1	1	0	1	1	2	3	0
(g) f(x)=x+5	3	2	2	1	1	2	2

(h) f(x)=x-1	0	0	2	1	0	0	0
(i) f(x)=x/2	0	0	0	0	0	1	0
(j) f(x)=5z	0	0	0	2	0	0	0
(k) f(x)=2*f(x-1)	4	3	2	0	0	0	0
Estructuras por apartado	7	7	7	8	7	7	3

Observamos que en promedio se utilizaron 7 estructuras distintas en cada apartado, siendo el apartado de generalización el que presenta menos estructuras, solo 3.

De la Tabla 1 se desglosa que, en los primeros apartados, cuando los números son cercanos y consecutivos, es así como la estructura f(x) = 5x, fue utilizada por 11 alumnos en el apartado A y B, 7 en el apartado C y luego decae a 4 y 3 en los apartados D y E, respectivamente. A medida que los valores son más grandes y no consecutivos, las respuestas escapan de su ámbito numérico y tienden a utilizar estructuras que hagan que los números resultantes sean más accesibles. Observamos este cambio de estrategia desde el apartado C, donde la estructura f(x) = x, es utilizada con mayor frecuencia, 11, 12, 10, 7 y 12, para los apartados C, D, E, F y G. En cuanto a la estructura f(x)=2x, son 4 alumnos que la utilizan en los apartados E y F. Es posible que los alumnos que utilizaron la estructura f(x)=3x, hayan trasladado la estrategia encontrada en la tarea 2 (f(x) = 3x).

Se observa que solo uno o dos alumnos utilizan estructuras aditivas, agregándole 1 elemento y que 2 o 3 alumnos, dependiendo del apartado, le agregan 5 elementos al total de niños invitados a la fiesta o bien, tenemos el caso de 2 alumnos en el apartado C y 1 alumno en el apartado D, que utilizan el restarle 1 al total de elementos necesarios para la fiesta. Un alumno, en el apartado F, utiliza la mitad y solo uno cambia el número de niños de la relación, respondiendo por 6 niños cuando se le pregunta por 8. También observamos que dos alumnos duplican el valor obtenido en el apartado anterior.

Al ordenar los datos en la Tabla 1, se pierden las individualidades, pero se aprecia en las producciones escritas, que los alumnos que establecen una estructura correcta continúan con ella en todos los apartados.

CONCLUSIONES

Con el análisis de las producciones escritas de los alumnos hemos identificado 11 estructuras diferentes evidenciadas en las respuestas, no identificamos estructuras equivalentes y solo una de ellas es la adecuada a la tarea. Las estructuras no adecuadas siguen la lógica de las tareas anteriormente trabajadas (f(x) = x y f(x) =3x). En cada apartado utilizaron una media de 7 estructuras distintas, es decir, los alumnos tratan de establecer y validar estructuras que den solución al problema que se les plantea. A medida que se aumenta el valor de la variable independiente por el que se pregunta, aparece un mayor número de estructuras para dar solución al problema. Esto puede indicar que los alumnos no tienen clara la respuesta y encuentran mayores dificultades porque en algunos casos la estructura no responde a la tarea.

Aportamos a Blanton y Kaput (2004) y Castro et al (2017), que los alumnos utilizaron la estrategia de armar grupos con 5 elementos para solucionar el problema y llegar a la generalización, la estructura utilizada en este contexto es f(x)=5x. Coincidimos con Pinto y Cañadas (2017) en la variedad significativa de estructuras que los alumnos utilizan. También concordamos con Torres, Cañadas y

Moreno (2018) en que cuando se les pide generalizar, el número de estructuras disminuye. Aportamos a estos autores, que a medida que el ámbito numérico de las respuestas obtenidas aumenta, cambian la estructura a una que como solución de números más pequeños.

Actividades como la presentada, que suponen un problema para los estudiantes, puede promover el uso de diferentes estructuras, así como el desarrollo del pensamiento algebraico en cuanto se pretende llegar a la generalización. Prever y analizar las estructuras que los alumnos pueden utilizar en la resolución de una tarea de generalización permite al profesor reconocer si los contenidos que desea abordar son adecuados con esos alumnos. Además, permite adelantar los errores que pueden tener lugar en la clase y establecer estructuras equivalentes para la resolución de la tarea.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo forma parte de los proyectos con referencias EDU2016-75771 y PID2020-113601GB-I00, financiados por Agencia Española de Investigación y el FEDER y Beca Chile N° 72210402.

REFERENCIAS

Blanton, M., y Kaput, J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. En M. Jonsen Hoines y A. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 135-142). PME.

Castro, E., Cañadas, M. C., y Molina, M. (2017). Pensamiento funcional mostrado por estudiantes de educación infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, 6*(2), 1-13.

Cañadas, M. C., y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En E. Castro, E. Castro, J. L. Lupiáñez, J. F. Ruiz y M. Torralbo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico* (pp. 209-218). Comares.

Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2010). *Metodología de la investigación*. McGraw Hill.

Ministerio de Educación y Formación Profesional (2022). Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. *BOE, 56*, 24386-24504.

Mullingan, J., Mitchelmore, M., y Prescott, A. (2006). Integrating concepts and processes in early mathematics: The Australian pattern and structure mathematics awareness Project (PASMAP). En J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká y N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 209-216). PME.

Molina, M., y Cañadas, M. C. (2018). La noción de estructura en el *early algebra*. En P. Flores, J. L. Lupiáñez e I. Segovia (Eds.), *Enseñar matemáticas. Homenaje a los profesores Francisco Fernández y Francisco Ruiz* (pp. 129-141). Atrio.

Pinto, E., y Cañadas, M.C. (2017). Estructuras y generalización de estudiantes de tercero y quinto de primaria: un estudio comparativo. En J. M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 407-416). SEIEM

Torres, M. D., Cañadas, M. C., y Moreno, A. (2018). Estructuras, generalización y significado de letras en un contexto funcional por estudiantes de 2º de primaria. En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. J. García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 574-583). SEIEM.