

Integrar el razonamiento proporcional-algebraico y estadístico en la práctica de aula

María Magdalena Gea Serrano

Universidad de Granada, España

Foro EMAD

28 de octubre de 2023



Razonamiento proporcional y algebraico en la formación de profesores para enseñar estadística



Proyecto *PID2019-105601GB-I00* financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033

Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad



Proyecto *PID2022-139748NB-100* financiado por MCIN/AEI/10.13039/501100011033/ y por FEDER Una manera de hacer Europa



¿Enseñar a pensar - educar el pensamiento?
¡Pensamiento con sentido estadístico!





¿Enseñar a pensar - educar el pensamiento?
¡Pensamiento con sentido estadístico!



¿Conocemos el límite entre
aritmética - proporcionalidad - álgebra?
¡Una enseñanza sin límite!





¿Enseñar a pensar - educar el pensamiento?
¡Pensamiento con sentido estadístico!



¿Conocemos el límite entre
aritmética - proporcionalidad - álgebra?
¡Una enseñanza sin límite!



Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y aprendizaje de la estadística



Reflexiones sobre el razonamiento proporcional-
algebraico y estadístico en la práctica de aula



¿Enseñar a pensar - educar el pensamiento?
¡Pensamiento con sentido estadístico!



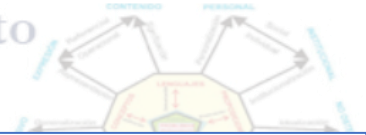
¿Enseñar a pensar - educar el pensamiento?



¿Enseñar a pensar - educar el pensamiento?



Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos



- ✓ El aprendizaje se determina mediante la experiencia y el conocimiento previo ante la resolución de una situación problemática.
- ✓ Las nuevas ideas provocan conflictos cognitivos en el sujeto que aprende, que se resuelven mediante *asimilación* y *acomodación*, reestructurando sus modos de pensamiento.

Piaget e Inhelder proponen a los niños problemas y los entrevistan determinando sus razonamientos a diferentes edades.

En vista de ello describen el razonamiento típico en cada etapa de desarrollo.

Aplicaciones del EOS a diferentes temas:	➔
Formación de profesores	➔
Estadística, Probabilidad...	➔
Álgebra	➔
Aritmética	➔
Cálculo	➔



Facebook
Página interactiva

Google académico

Formación sobre EOS

¿Enseñar a pensar - educar el pensamiento?



Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos

EOS



● Inicio

PUBLICACIONES:

Trabajos de síntesis →

Significados y configuraciones ontosemióticas →

Diseño y análisis didáctico →

Dimensión normativa →

Idoneidad didáctica →

Articulación con otros marcos teóricos →

Aplicaciones del EOS a diferentes temas: →

Formación de profesores →

Estadística, Probabilidad... →

Álgebra →

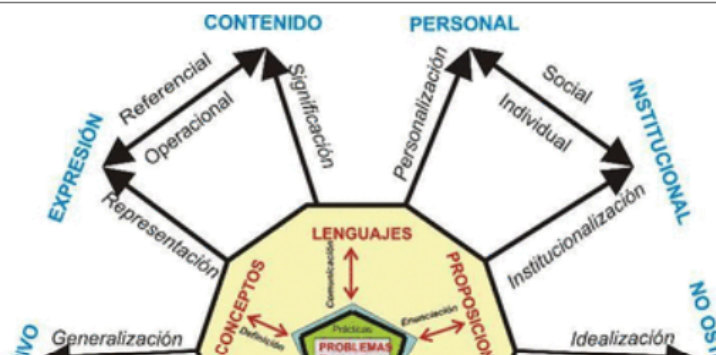
Aritmética →

Cálculo →

Presentación

El EOS es un sistema teórico inclusivo que trata de articular diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática a partir de presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas y su enseñanza. Fue iniciado por el grupo de investigación Teoría de la Educación Matemática de la Universidad de Granada a principios de los años 90 siendo en la actualidad desarrollado y aplicado por otros grupos de investigación españoles y latinoamericanos.

[Para buscar los trabajos publicados sobre un tema o autor dentro de este sitio web, usar el buscador Google disponible al final del menú de la izquierda.]



English publications

Enlaces destacados

Contactos y colaboradores

Facebook
Página interactiva

Google académico

Formación sobre EOS

<https://enfoqueontosemiotico.ugr.es/>



¿Enseñar a pensar - educar el pensamiento?
¡Pensamiento con sentido estadístico!

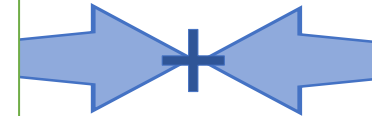


¿Enseñar a pensar - educar el pensamiento? ¡Pensamiento con sentido estadístico!



- a) **Capacidad** para interpretar y evaluar críticamente información estadística y argumentos apoyados en datos, según diversos *contextos*;
- b) **Capacidad** para discutir o comunicar opiniones respecto informaciones estadísticas.

Elementos de
conocimiento



Elementos de
disposición



¿Enseñar a pensar - educar el pensamiento?

¡Pensamiento con sentido estadístico!



International Statistical Review (2002), 70, 1, 1-51. Printed in The Netherlands
© International Statistical Institute

Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities

Iddo Gal
University of Haifa, Israel

Summary
Statistical literacy is a touted as an expected outcome of literacy. Yet, its meaning and conceptualization of statistical literacy as the ability to interpret, communicate, and use statistical knowledge bases (literacy) supporting dispositions and responsibilities facing education.

Key words: Statistics education

1 Introduction and Need
Many curriculum frameworks are not limited to those focusing on all people to function effectively. Education Council, 1991; European Commission, 1991; paper focuses on statistical literacy addressed if adults (or future citizens) have been eloquently made by the American Statistical Association that have no statistical competence because data, variation and Presidential address, emphasize statistical thinking among misperceptions, mistrust, and private choices. Research of proper judgmental probabilities (Kahneman, Slovic) solving certain types of education planners have perceived competencies as a component. Gainer & Meltzer, 1990;

IDDO GAL

TOWARDS "PROBABILITY LITERACY" FOR ALL CITIZENS: BUILDING BLOCKS AND INSTRUCTIONAL DILEMMAS

Chapter 2

Probability is the very guide of life. (Cicero)
Chance favors the prepared mind. (Louis Pasteur)

1. INTRODUCTION

What do we want students to learn about probability, and why do we want them to learn that? Two reasons/answers are often provided in the mathematics and statistics education literature. The first is that probability is part of mathematics and statistics, fields of knowledge that are important to learn in their own right, as part of modern education. A variation on this answer is that learning of probability is a foundation for learning more advanced subjects such as sampling and statistical significance (Scheaffer, Watkins, & Landwehr, 1998) or topics in other sciences. The second answer is that the learning of probability is essential to help prepare students for life, since random events and chance phenomena permeate our lives and environments (Bennett, 1998; Beltrami, 1999; Everitt, 1999).

These two reasons for learning probability, which are driven by internal and external considerations, respectively, are not mutually exclusive; both have merit and should influence our thinking about the content and process of education. This chapter is based, however, on the belief that it is essential to place sufficient emphasis on issues that are external to the structure of probability as a mathematical and statistical topic. We have to reflect on the nature of the probability-laden situations in the real world that adults may have to understand or cope with, and on the implications for needed knowledge and educational experiences. Attention to real-world demands should not be the only factor influencing curricular planning or teachers' practices, but it must be a part of the considerations that guide what gets planned, taught, assessed, and valued in the classroom.

Graham A. Jones (Ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning, 39-63. ©2005

NÚMEROS

Revista de Didáctica de las Matemáticas

<http://www.sinewton.org/numeros>

ISSN: 1887-1984

Volumen 83, julio de 2013, páginas 7-18

El sentido estadístico y su desarrollo

Carmen Batanero (Universidad de Granada. España)

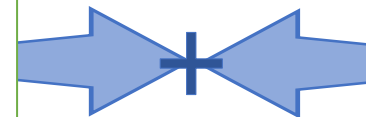
Carmen Díaz (Universidad de Huelva. España)

José Miguel Contreras (Universidad de Granada. España)

Rafael Roa (Universidad de Granada. España)

- a) Capacidad para interpretar y evaluar críticamente información estadística y argumentos apoyados en datos, según diversos contextos;
- b) Capacidad para discutir o comunicar opiniones respecto informaciones estadísticas.

Elementos de conocimiento



Elementos de disposición

Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J.M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números*, 83, 7-18.

Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.

Gal, I. (2005). Towards probability literacy for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school* (pp. 39-63). Springer.

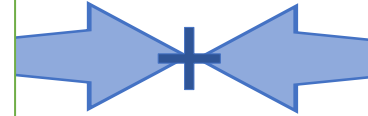


¿Enseñar a pensar - educar el pensamiento? ¡Pensamiento con sentido estadístico!



- a) **Capacidad** para interpretar y evaluar críticamente información estadística y argumentos apoyados en datos, según diversos *contextos*;
- b) **Capacidad** para discutir o comunicar opiniones respecto informaciones estadísticas.

Elementos de conocimiento



Elementos de disposición

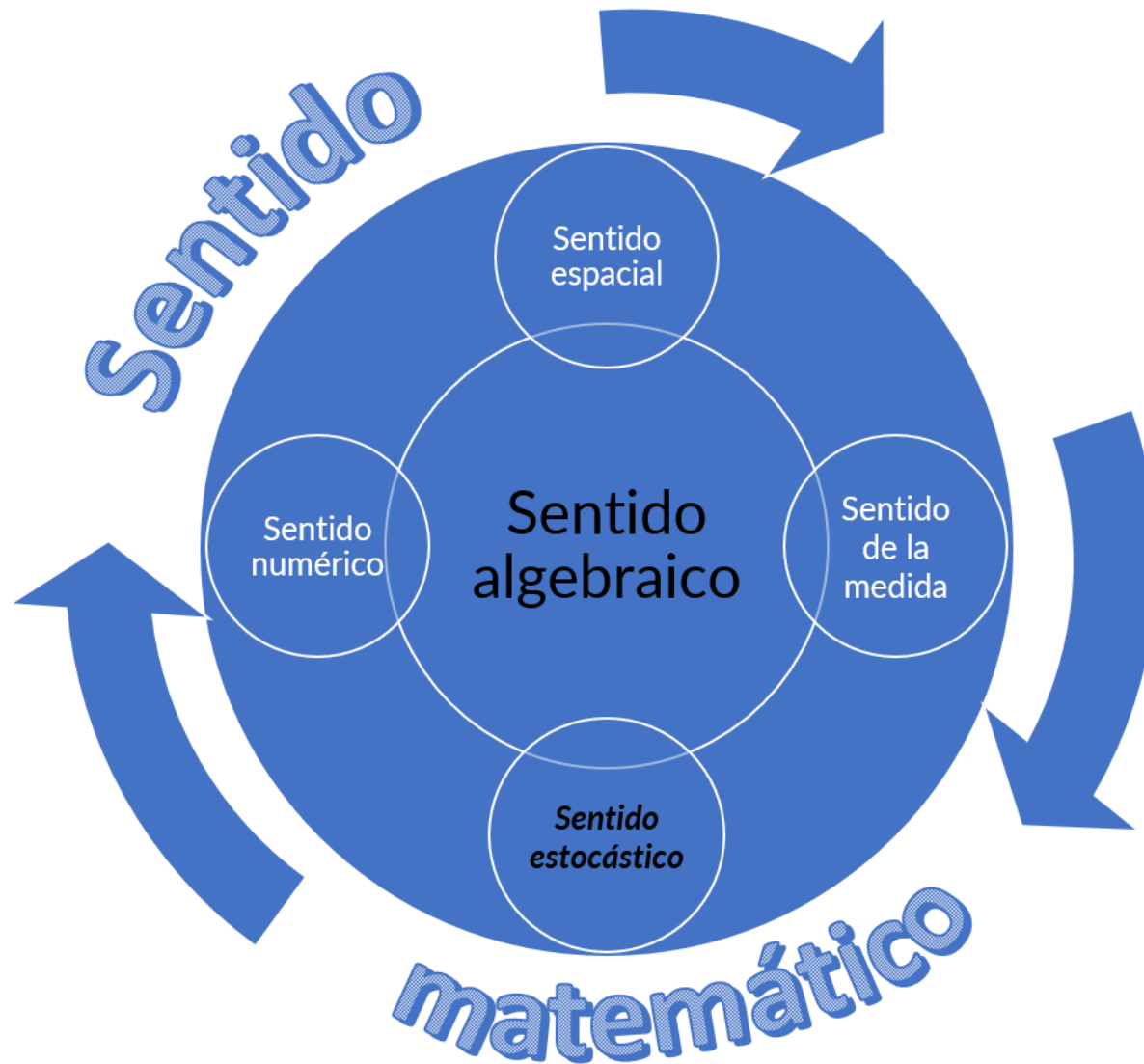
Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J.M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números*, 83, 7-18.

Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.

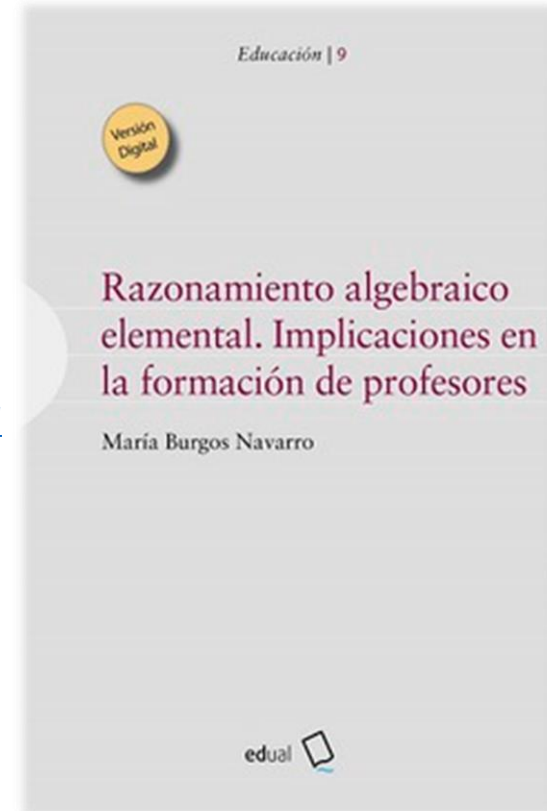
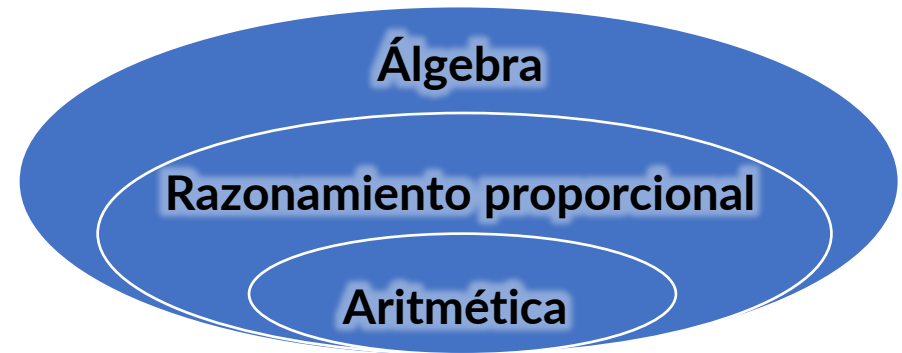
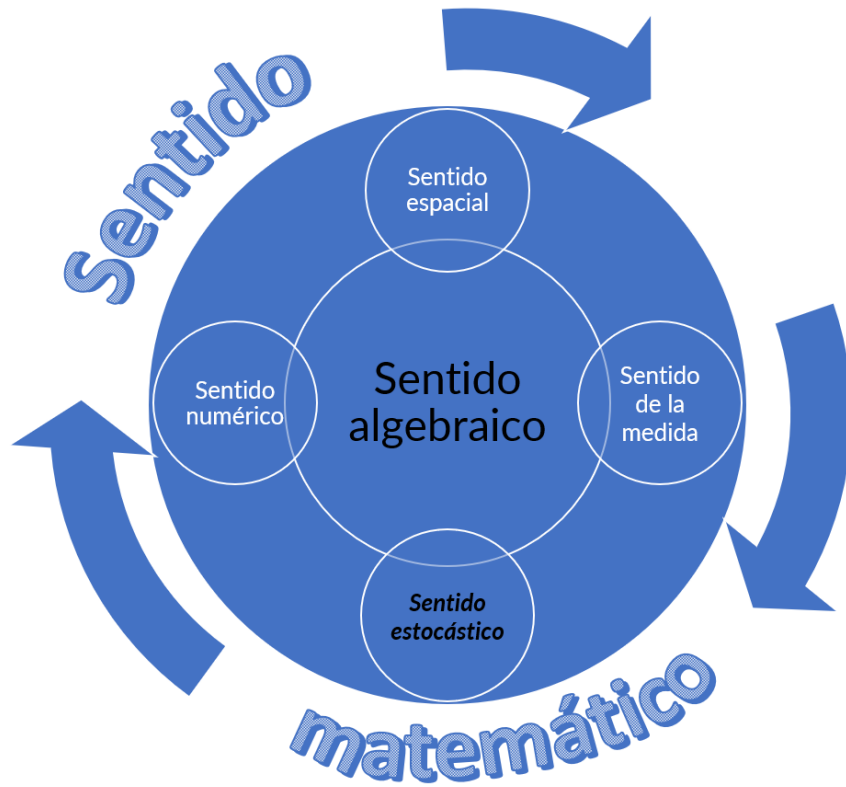
Gal, I. (2005). Towards probability literacy for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school* (pp. 39-63). Springer.



¿Conocemos el límite entre
aritmética – proporcionalidad – álgebra?



¿Conocemos el límite entre aritmética – proporcionalidad – álgebra?



Burgos, M. (2022). [*Razonamiento algebraico elemental. Implicaciones en la formación de profesores*](#). Editorial Universidad de Almería.

Burgos, M. y Godino, J.D. (2019). [*Emergencia de razonamiento proto-algebraico en tareas de proporcionalidad en estudiantes de primaria*](#). *Educación Matemática*, 31(3), 117-150.

Burgos, M. y Godino, J. D. (2020). [*Modelo ontosemiótico de referencia de la proporcionalidad. Implicaciones para la planificación curricular en primaria y secundaria*](#). *AIEM*, 18, 1-20.

Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

Advances in Mathematics Education

Gail F. Burrill
Leandro de Oliveria Souza
Enriqueta Reston *Editors*

Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives

 Springer

Pallauta, J.D., Gea, M. M., Batanero, C., & Arteaga, P. (2023). Algebraization Levels of Activities Linked to Statistical Tables in Spanish Secondary Textbooks. In G.F. Burrill, L.O. Souza, E. Reston (Eds) *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives* (pp. 317-339). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_23

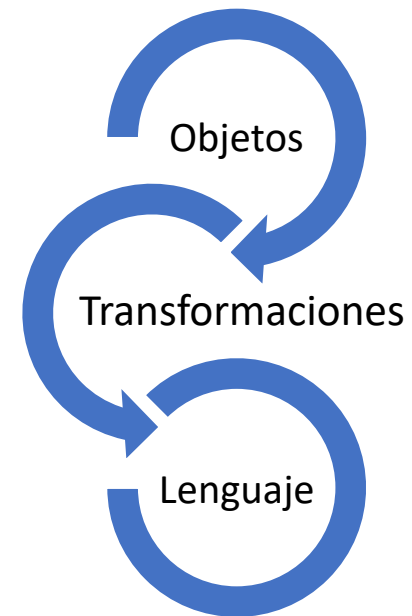
Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

Tabla 1 Porcentaje de actividades analizadas según curso y editorial

Curso	Anaya n=862	Edelvives n=892	Santillana n=795	Total n=2549
1	12.4	9.8	8.9	10.4
2	13.0	16.0	10.8	13.4
3	29.7	30.2	44.8	34.6
4	44.9	44.1	35.5	41.7

OBJETOS ALGEBRAICOS

- ✓ Variable y valores de la variable (tipos, escala, clases de equivalencia)
- ✓ Significado operacional de la igualdad
- ✓ Significado relacional de la igualdad
- ✓ Clases en intervalos, extremos, intervalo modal o mediano
- ✓ Frecuencia y tipos de frecuencia
- ✓ Rango, máximo, mínimo
- ✓ Dependencia e independencia
- ✓ Parámetros
- ✓ Función (lineal y no lineal); proporcionalidad



Advances in Mathematics Education

Gail F. Burrill
Leandro de Oliveria Souza
Enriqueta Reston *Editors*

Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives

 Springer

Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

- **Tabla de datos.** Primera organización de un conjunto de datos (contiene valores de una o varias variables para cada individuo de la muestra).
- **Tabla de distribución de una variable.** Se asocia a cada modalidad de la variable el número de individuos de la muestra (frecuencia) y representa su distribución.
- **Tabla de doble entrada o de contingencia.** Representa datos mediante el cruce de dos variables estadísticas (correspondencia entre modalidades de fila y columna) junto a las frecuencias conjuntas de los mismos.

Edad (años)	F_A	Edad $\times F_A$
11	8	88
12	12	
13	10	
14	6	
15	3	
Total	39	

Datos, x_i	c_i	n_i	$c_i \cdot n_i$	N_i
[0, 6)	3	3	9	3
[6, 12)	9	6	54	9
[12, 18)	15	8	120	17
[18, 24)	21	5	105	22
[24, 30]	27	3	81	25
Total		N = 25	369	

a.

$x \backslash y$	[170, 175)	[175, 180)	[180, 185)	[185, 190)	[190, 195]	Frecuencia absoluta de X
[65, 70)	3	0	0	0	0	3
[70, 75)	1	3	0	0	0	4
[75, 80)	1	2	4	0	0	7
[80, 85)	0	1	2	1	2	6
[85, 90]	0	0	1	1	3	5
Frecuencia absoluta de Y	5	6	7	2	5	25

Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

Tabla de datos (Nivel 0 - aritmético)

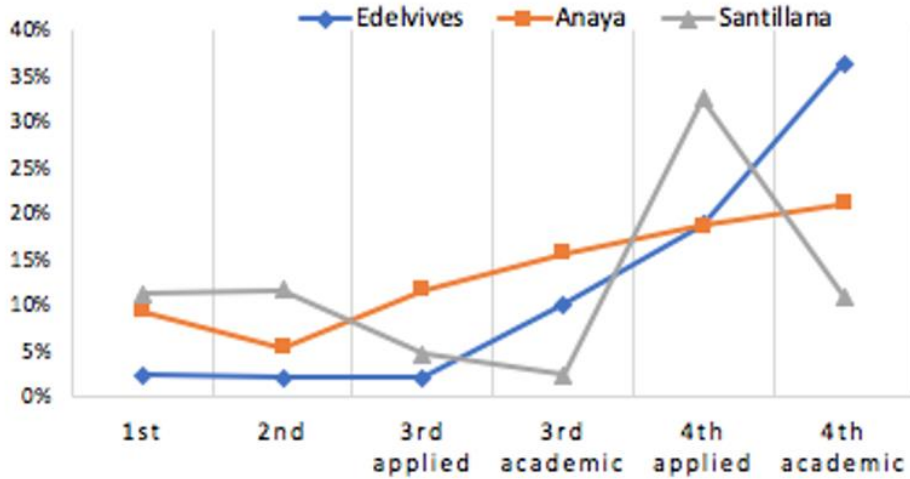


Tabla de distribución en frecuencias absolutas y relativas (Nivel 1 - prealgebraico)

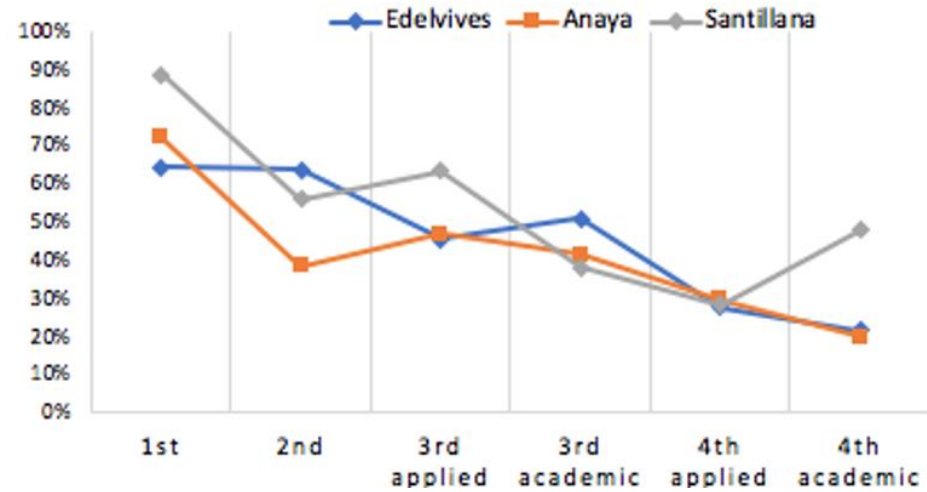


Tabla de distribución en frecuencias acumuladas (Nivel 3 - algebraico)

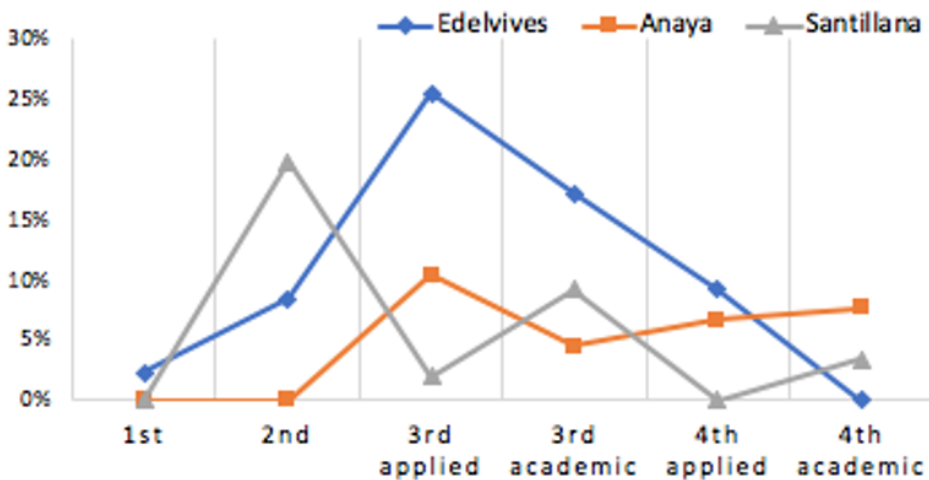
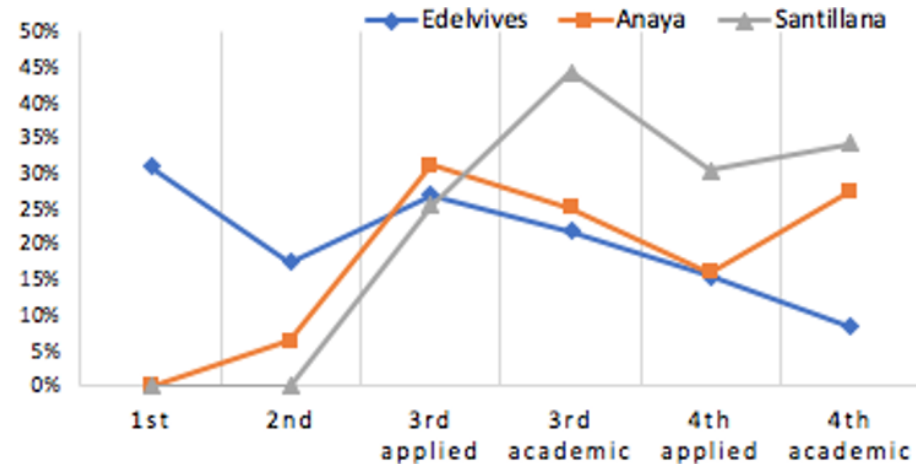


Tabla de distribución en intervalos de valores (Nivel 3 - algebraico)



Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

Advances in Mathematics Education

Gail F. Burrill
Leandro de Oliveria Souza
Enriqueta Reston *Editors*

Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives

 Springer

Pallauta, J.D., Gea, M. M., Batanero, C., & Arteaga, P. (2023). Algebraization Levels of Activities Linked to Statistical Tables in Spanish Secondary Textbooks. In G.F. Burrill, L.O. Souza, E. Reston (Eds) *Research on Reasoning with Data and Statistical Thinking: International Perspectives* (pp. 317-339). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-031-29459-4_23

Tabla de doble entrada en frecuencias absolutas o relativas (Nivel 4 - algebraico)

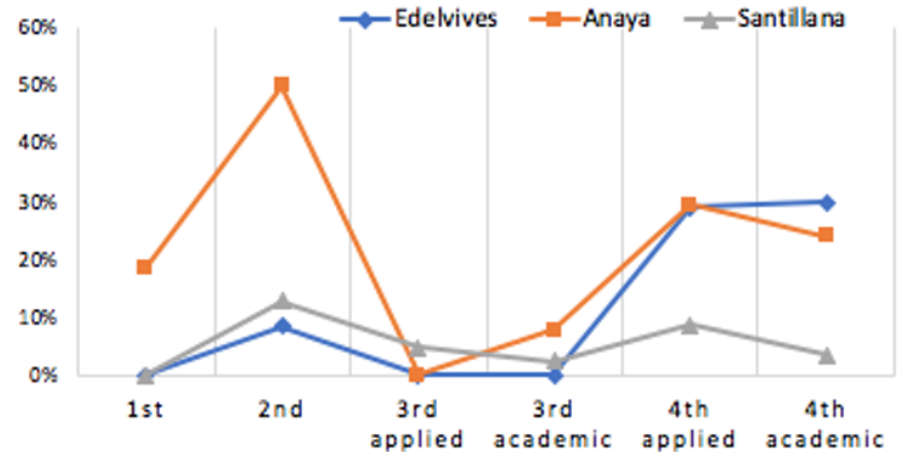
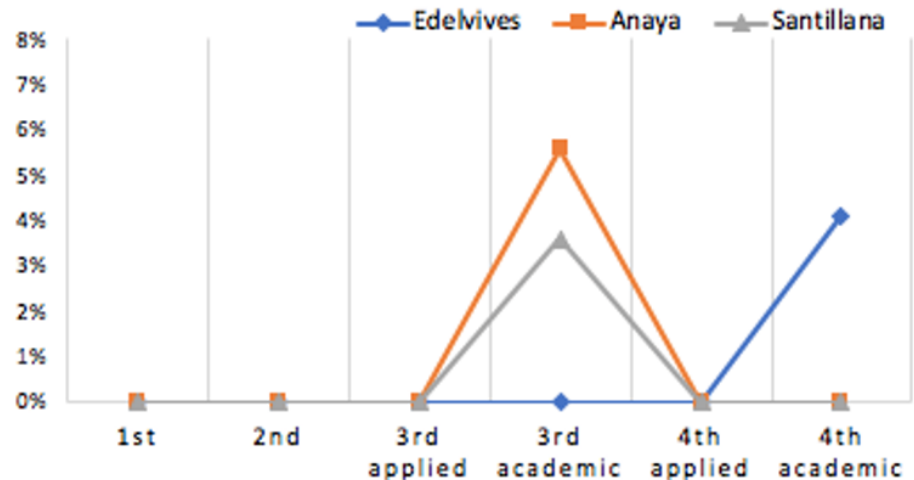


Tabla de doble entrada en valores en intervalos (Nivel 4 - algebraico)



Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

Journal on Mathematics Education
Volume 14, No. 4, 2023, pp. 663-682



Relating students' proportional reasoning level and their understanding of fair games

María Magdalena Gea¹, Luis Armando Hernández-Solís², Carmen Batanero¹, Rocío Álvarez-Arroyo¹

¹Mathematics Education Department, University of Granada, Granada, Spain
²Mathematics Education Department, State Distance University, San José, Costa Rica
*Correspondence: mmgea@ugr.es

Received: 28 March 2023 | Revised: 19 August 2023 | Accepted: 28 August 2023 | Published Online: 1 September 2023
© The Author(s) 2023

Abstract

This paper analyzes the relationship between proportional reasoning and understanding fair games in Costa Rican students. We conducted a quantitative and qualitative analysis of the answers to six items on comparing ratios of increasing difficulty level and another item on prize estimation in a fair game. We describe the strategies employed and the semantic conflicts detected in 292 Costa Rican students from Grades 6 to 10 (11-16-year-olds), comparing the findings with those established in previous research. The results show an increase in the level of proportional reasoning with the grade, although the age at which the higher levels are reached is lower than that assumed by Noëling. The percentage of students applying correct strategies in the fair game problem also increases with grade, and a relationship between the understanding of fair game and the level of proportional reasoning is observed.

Keywords: Evaluation, Fair Game, Understanding Proportional Reasoning Level

How to Cite: Gea, M. M., Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2023). Relating students' proportional reasoning level and their understanding of fair games. *Journal on Mathematics Education*, 14(4), 663-682. <https://doi.org/10.22342/jme.v14i4.pp663-682>

The development of statistical inference and the increase of probabilistic information in the media and professional and scientific contexts, together with its role in decision-making, requires the probabilistic education of citizens (Jones et al., 2007; Sharma, 2016). Probability has strong links to other mathematical content, such as proportionality, combinatorics, logic, and algebra (Van Dooren, 2014). This prominence has led to the teaching of probability from primary school onwards in mathematics curricula (e.g., Ministerio de Educación Pública [MEP], 2012; Ministerio de Educación y Formación Profesional, 2022).

In this paper, we focus on students' understanding of fair games, specifically their competence to transform a non-equitable game into a fair one. Games of chance originated the first ideas of probability (Batanero et al., 2005) and played a role in its teaching. They are the primary context where children become aware of randomness and perform probabilistic estimations, even before instruction (Batanero et al., 2019). Moreover, they reinforce some fundamental ideas Gal (2005) included in his probabilistic literacy model: randomness, variability, uncertainty, and independence. They also require estimating or calculating probabilities and using the probability language. In addition, Pratt (2000) suggested that understanding fairness is linked to children's conception of randomness, to which they attribute the

<https://doi.org/10.22342/jme.v14i4.pp663-682>



ANALYSING COSTA RICAN AND SPANISH STUDENTS' COMPARISONS OF PROBABILITIES AND RATIOS

CARMEN BATANERO
University of Granada, Spain
batanero@ugr.es

LUIS A. HERNÁNDEZ-SOLÍS
State Distance University, Costa Rica
lhernandez@uned.ac.cr

MARÍA M. GEA
University of Granada, Spain
mmgea@ugr.es

ABSTRACT

We present an exploratory study of Costa Rican and Spanish students' (11-16-year-olds) competence to compare probabilities in urns and compare ratios in mixture problems. A sample of 704 students in grades 6 through 10, 292 from Costa Rica and 412 from Spain, were given one of two forms of a questionnaire with three probability comparison and three ratio comparison problems each. The full questionnaire consisting of both forms covers six different proportional reasoning levels for each type of problem. We analyze the percentages of correct responses to the items and the strategies used by students in each grade and in each country. The results suggest students had the highest difficulty in comparing probabilities for items at the same proportional reasoning level. The results also point to some probabilistic biases in students' responses, although these biases were less frequent than in previous research.

Keywords: Comparing probabilities in urns, proportional reasoning, reasoning levels, 11-16-year-old students

1. INTRODUCTION

Probability is currently taught in primary and secondary education in countries such as Costa Rica (Ministerio de Educación Pública [MEP], 2012) and Spain (Ministerio de Educación y Formación Profesional [MEFP], 2022a, 2022b). The aim is to provide students with a strong probabilistic culture (Gal, 2005) to understand random phenomena and to make appropriate decisions in uncertain situations. This need became evident during the COVID pandemic, when discussions of probability models to assess the situation and the potential risks associated with different policy decisions were prevalent in the media (Gal & Geiger, 2022; Muñoz-Rodríguez et al., 2020).

The achievement of students' learning requires a prior assessment of their abilities to cope with the tasks proposed to them in the classroom. In this paper, we focus on probability comparison, which received considerable interest in early studies on the topic in a period when most participants in that research had received no formal education in probability (Bryant & Nunez, 2012; Hernández-Solís et al., 2023; Nikiforidou, 2018; Pratt & Kazak, 2018). These investigations suggested a strong relationship between students' success with probability comparison and their proportional reasoning. However, few studies examined both competencies systematically and simultaneously.

This research is part of a funded research project aimed at relating Spanish students' solving of proportional problems with their solving of probabilistic problems. In this paper, we describe an exploratory assessment of 11-16-year-old students' competence with comparing probabilities in relation to the proportional reasoning level required for comparison—a topic where more research is needed (Batanero, & Álvarez-Arroyo, 2023). Our work complements previous studies that did not systematically consider all proportional reasoning levels in probability comparison tasks for students

MODESTUM

EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 2023, 19(1), em000X

ISSN:1305-8223 (online)

OPEN ACCESS

Research Paper

<https://doi.org/10.29333/egmste/xxxx>

Costa Rican students' proportional reasoning and comparing probabilities in spinners

Luis A. Hernández-Solís¹, Carmen Batanero², María M. Gea²

¹ Universidad Estatal a Distancia, Mercedes, San José, COSTA RICA
² University of Granada, Granada, SPAIN

Received 26 June 2023 • Accepted 15 September 2023

Abstract

This research aimed to relate Costa Rican students' (11-16-year-olds) competence to compare probabilities in spinners and proportional reasoning in the comparison of ratios. We gave one of two questionnaires to a sample of 292 students (grade 6 to grade 10) with three probability comparison and three ratio comparison problems each. Globally both questionnaires cover six different proportional reasoning levels for each type of problem. Additionally, each questionnaire contains two comparison probabilities items intended to discover a specific bias. We analyze the percentages of correct responses to the items, strategies used to compare probabilities per school grade, and students' probabilistic reasoning level. The results confirm more difficulty in comparing ratio than in comparing probability and suggest that the reasoning level achieved is lower than established in previous research. The main bias in the students' responses was to consider the physical distribution of colored sectors in the spinners. Equiprobability and outcome approach were very scarce.

Keywords: comparing probabilities in spinners, proportional reasoning, reasoning levels, 11-16-year-old students

INTRODUCTION

Probability is part of the mathematics curricula in primary and secondary education in Costa Rica (Ministerio de Educación Pública [Ministry of Public Education] [MEP], 2012) and other countries (e.g., Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority [ACARA], 2020; Ministerio de Educación y Formación Profesional [Ministry of Education and Professional Training] [MEFP], 2022). The reasons include usefulness of topic in decision-making, its instrumental role in other subjects and the study of inference, and the need to understand the probabilistic information prevalent in the media (Borovnik, 2016; Gal, 2005; Muñoz-Rodríguez et al., 2020; Vázquez et al., 2021).

Paollet and Inhelder (1951) first studied the problem of comparing two probabilities, and afterwards, many researchers investigated the children's capacity for this task (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2023; Hernández-Solís et al., 2023; Jones et al., 2007; Pratt & Kazak, 2018).

Children participating in these studies had not previously studied probability and revealed a strong relationship between success in probability comparison and proportional reasoning. Moreover, proportional reasoning is considered to be linked to the acquisition of probability reasoning (Beggoli et al., 2021; Bryant & Nunez, 2012; Watson & Shugrinessy, 2004).

Most research analyzing the comparison of two probabilities used the selection of balls from urns, and few of them considered at the same time the proportional reasoning of participants. In a related paper (Batanero et al., in press) we analyzed the responses of 704 11-16-year-old students from Costa Rica and Spain in the comparison of ratios and the comparison of probabilities in urns. The tasks covered six different proportional reasoning levels for each type of problem. The results confirmed the highest difficulty in comparing probability that in the comparison of ratios and that the reasoning level achieved in both tasks were lower than suggested in previous research. We also informed of correct and incorrect strategies of students in the comparison of probabilities.

© 2023 by the authors. Licensee Modestum. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).
✉ lhernandez@uned.ac.cr ✉ batanero@ugr.es ✉ *Correspondence ✉ mmgea@ugr.es

Estudiantes de 6º a 10º curso (11 a 15 años) en Costa Rica o España

Gea, M. M., Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2023). Relating students' proportional reasoning level and their understanding of fair games. *Journal on Mathematics Education*, 14(4), 663–682.

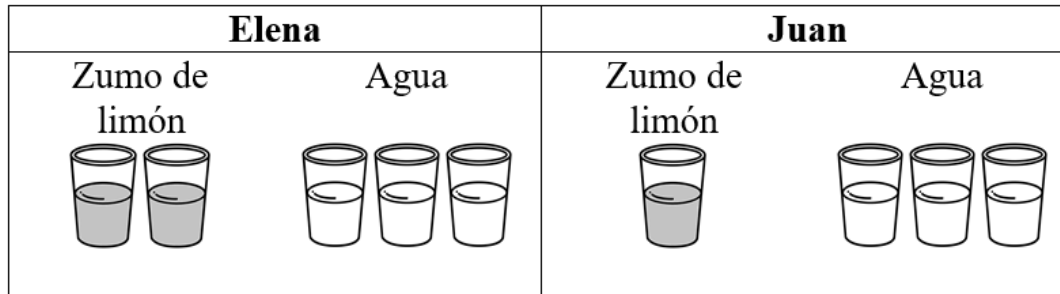
<https://doi.org/10.22342/jme.v14i4.pp663-682>

Hernández-Solís, L.A., Batanero, C. y Gea, M. (2023, en prensa). Costarican students' proportional reasoning and performance in comparing probabilities in spinners. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*.

Hernández-Solís, L. A., Batanero, C. y Gea, M.M. (2024, en prensa). Analysing Costarican and Spanish students' proportional reasoning and comparison of probabilities. *Statistics Education Research Journal*.

Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

Elena y Juan preparan limonada. Elena mezcla 2 vasos de zumo de limón con 3 vasos de agua. Juan mezcla 1 vaso de zumo de limón con 3 vasos de agua. Todos los vasos contienen la misma cantidad de líquido. Observa el dibujo.



¿Cuál de las dos limonadas sabe más a limón?

- La de Elena.
- La de Juan.
- Las dos igual.
- No lo sé.

Explica por qué das esta respuesta:

(Noelting, 1980a; 1980b)

Gea, M. M., Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2023). Relating students' proportional reasoning level and their understanding of fair games. *Journal on Mathematics Education*, 14(4), 663–682.

<https://doi.org/10.22342/jme.v14i4.pp663-682>

Hernández-Solís, L.A., Batanero, C. y Gea, M.(2023, en prensa). Costarican students' proportional reasoning and performance in comparing probabilities in spinners. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*.

Hernández-Solís, L. A, Batanero, C. y Gea, M.M. (2024, en prensa). Analysing Costarican and Spanish students' proportional reasoning and comparison of probabilities. *Statistics Education Research Journal*.

Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

María y Esteban juegan a lanzar un dado con 6 caras numeradas del 1 al 6. María gana 1 barra de chocolate si el dado sale 2 ó 3 ó 4 ó 5 ó 6. Si resulta un 1, Esteban gana una cierta cantidad de barras de chocolate. ¿Cuántas barras de chocolate debe ganar Esteban cuando sale el 1, para que el juego sea equitativo?

En la caja A hay 3 fichas negras y 2 fichas blancas. En la caja B hay 5 fichas negras y 2 fichas blancas. Observa el dibujo.



Se agitan las cajas y se saca una ficha con los ojos cerrados ¿En cuál es más probable sacar una ficha negra? Señala la respuesta correcta:

- Hay más probabilidad de sacar una ficha negra de la caja A.
- Hay más probabilidad de sacar una ficha negra de la caja B.
- En ambas cajas hay igual probabilidad de sacar una ficha negra.
- No lo sé.

Explica por qué das esta respuesta:

Gea, M. M., Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2023). Relating students' proportional reasoning level and their understanding of fair games. *Journal on Mathematics Education*, 14(4), 663–682.

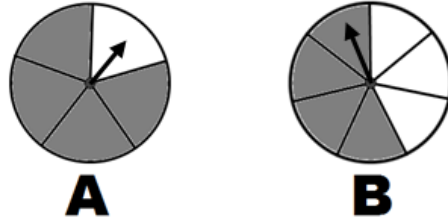
<https://doi.org/10.22342/jme.v14i4.pp663-682>

Hernández-Solís, L.A., Batanero, C. y Gea, M.(2023, en prensa). Costarican students' proportional reasoning and performance in comparing probabilities in spinners. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*.

Hernández-Solís, L. A, Batanero, C. y Gea, M.M. (2024, en prensa). Analysing Costarican and Spanish students' proportional reasoning and comparison of probabilities. *Statistics Education Research Journal*.

Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

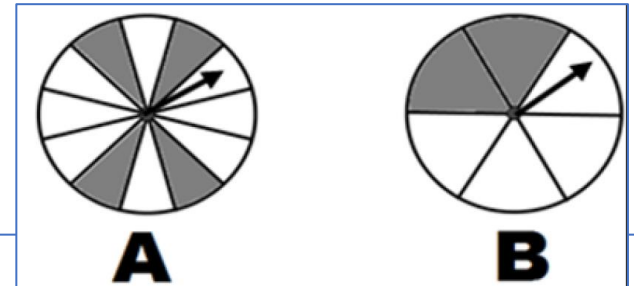
La ruleta A está dividida en 5 partes de igual área (4 están pintadas de negro y 1 pintada de blanco) y la ruleta B está dividida en 7 partes de igual área (4 están pintadas de negro y 3 pintadas de blanco). Observa el dibujo.



Si se gira la flecha, ¿Cuál de las dos ruletas da mayores probabilidades de que la flecha pare en el color negro? Señala la respuesta correcta.

- () La ruleta A.
- () La ruleta B
- () Las dos ruletas tienen la misma probabilidad.
- () No lo sé.

Explica por qué das esta respuesta:



Gea, M. M., Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2023). Relating students' proportional reasoning level and their understanding of fair games. *Journal on Mathematics Education*, 14(4), 663–682.

<https://doi.org/10.22342/jme.v14i4.pp663-682>

Hernández-Solís, L.A., Batanero, C. y Gea, M.(2023, en prensa). Costarican students' proportional reasoning and performance in comparing probabilities in spinners. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*.

Hernández-Solís, L. A, Batanero, C. y Gea, M.M. (2024, en prensa). Analysing Costarican and Spanish students' proportional reasoning and comparison of probabilities. *Statistics Education Research Journal*.

Razonamiento proporcional y algebraico en la enseñanza y aprendizaje de la estadística

RELACIÓN DE ESTRATEGIAS

Comparación de probabilidades

- Comparar casos favorables
- Comparar casos desfavorables
- Reconocer la equiprobabilidad
- Comparar razones entre casos favorables y desfavorables

Comparación de razones

- Comparar primeros términos en la razón
- Comparar segundos términos en la razón
- Reconocer la equivalencia a la unidad
- Reconocer la equivalencia de razones
- Comparar razones

- Reducir a común denominador

Los ítems de probabilidad resultaron complejos (mucho más en urnas y juego justo). Las respuestas incorrectas se fundamentan, principalmente, en comparaciones aditivas (términos o totales), siendo escasas las respuestas basadas en estrategias multiplicativas. La enseñanza del tema no evidencia mejores resultados que en investigaciones previas.

Gea, M. M., Hernández-Solís, L. A., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2023). Relating students' proportional reasoning level and their understanding of fair games. *Journal on Mathematics Education*, 14(4), 663–682.

<https://doi.org/10.22342/jme.v14i4.pp663-682>

Hernández-Solís, L.A., Batanero, C. y Gea, M.(2023, en prensa). Costarican students' proportional reasoning and performance in comparing probabilities in spinners. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*.

Hernández-Solís, L. A, Batanero, C. y Gea, M.M. (2024, en prensa). Analysing Costarican and Spanish students' proportional reasoning and comparison of probabilities. *Statistics Education Research Journal*.



Reflexiones sobre el razonamiento proporcional- algebraico y estadístico en la práctica de aula

- ✓ Es relevante considerar la actividad algebraica a partir de los primeros niveles educativos (Carraher y Schliemann (2007), Godino et al. (2014) o Radford (2014); en particular, el razonamiento proporcional es una capacidad fundamental que influencia otras áreas de las matemáticas como la medida, geometría, probabilidad, etc.
- ✓ En nuestros estudios mostramos que las tablas estadísticas podrían contribuir en este aspecto: se encuentran presentes en los currículos de muchos países y la actividad con ellas aborda diferentes niveles de algebrización, lo que permite **establecer conexiones entre la aproximación intuitiva y formal en la estadística.**
- ✓ Fomentar la comunicación en matemáticas requiere promover el uso del lenguaje en sus distintas representaciones (formales y no formales), lo que redundará en el pensamiento matemático que se aplica en la resolución de problemas.



Reflexiones sobre el razonamiento proporcional- algebraico y estadístico en la práctica de aula

- ✓ La estadística forma parte de la educación deseable para un **ciudadano**, pues contribuye en el desarrollo de la **capacidad en lectura e interpretación** de información (tablas y gráficos estadísticos, resúmenes e inferencias en base a datos) que con frecuencia aparecen en los medios de comunicación.
- ✓ Su estudio fomenta el **razonamiento crítico**, basado en la valoración de la evidencia objetiva. Pero se requiere atención a los posibles sesgos en situaciones de juego; por ejemplo, resulta difícil reconocer un juego justo (por ejemplo, creer que cualquier juego es justo por tratarse del azar) y estimar la ganancia para que el juego sea justo (por ejemplo, si hay diferentes probabilidades de ganar el juego nunca será justo).
- ✓ Si se quiere promover que el alumno adquiera un adecuado pensamiento estadístico es necesario que la resolución de problemas se enmarque en ambiente discursivo donde se fomente la comunicación tanto oral como escrita.

Integrar el razonamiento proporcional-algebraico y estadístico en la práctica de aula

María Magdalena Gea Serrano

Universidad de Granada, España

Foro EMAD

28 de octubre de 2023