Universidad de los Andes Colombia | Facultad de Educación | Centro de investigación y formación en Educación Matemática

Investigando procesos cognitivos en la argumentación en matemáticas

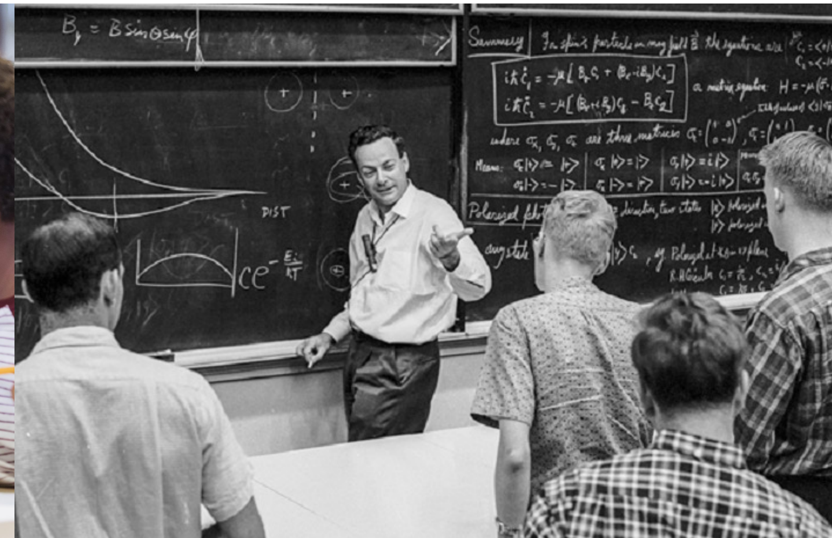
Juan Pablo Mejía Ramos

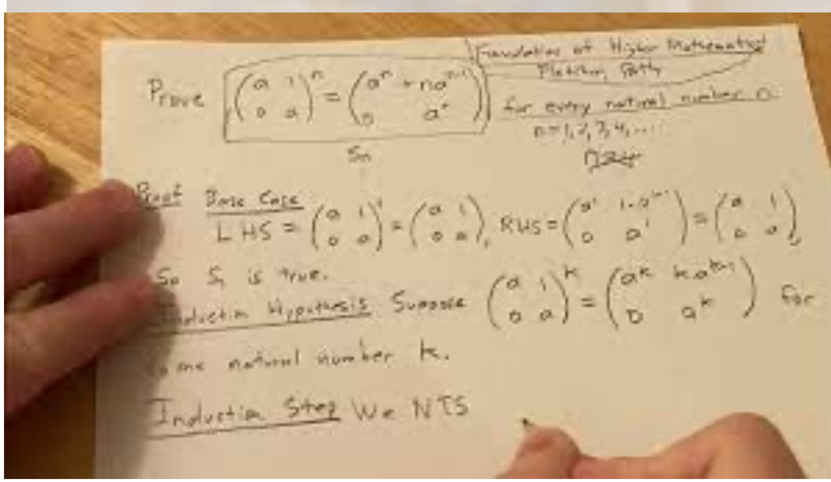
Rutgers University

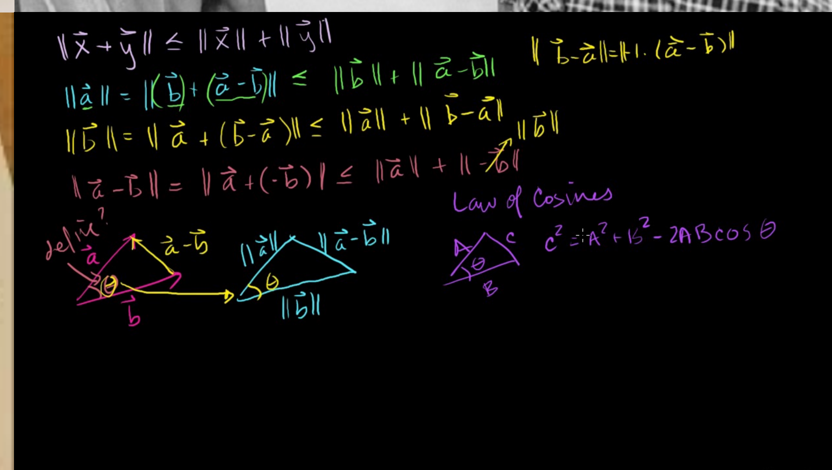
Foro EMAD

28 de octubre de 2023

Argumentación en matemáticas







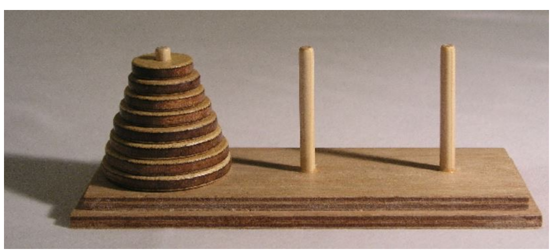
Perspectiva de la argumentación en matemáticas

Problema

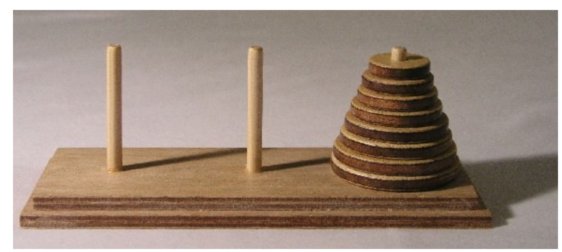
contexto

operaciones

Estado inicial → *Estado objetivo*



1. Puedes mover sólo un disco a la vez.
2. Sólo puedes mover el disco que es encuentra más arriba en una varilla.
3. Ningún disco puede estar encima de un disco más pequeño.



Perspectiva de la argumentación en matemáticas

Actividad argumentativa

contexto

Estado inicial $\xrightarrow{\textit{operaciones}}$ *Estado objetivo*

Estimación de verdad:

trabajo en clase

Conjetura:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \cdots = \frac{1}{3}$$

uso/deducción fórmula para serie geométrica

mirar en libro, usar calculadora, preguntar a alguien

Argumento

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} = \frac{1}{3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \neq \frac{1}{3}$$

Evaluación del poder persuasivo de un argumento

Aserción:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \cdots = \frac{1}{3}$$

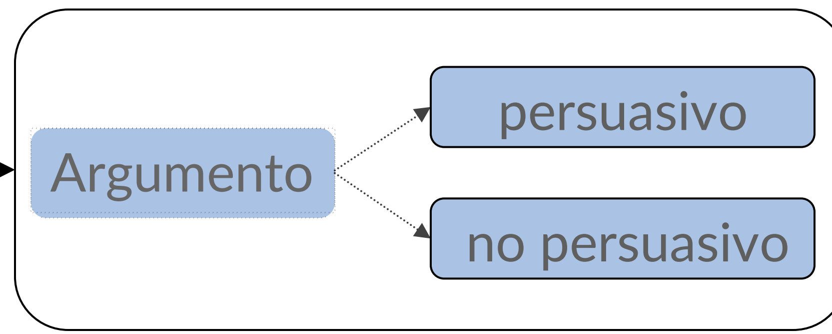
Argumento:

$$\sum_{n=1}^{1} \frac{1}{4^n} = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$\sum_{n=1}^{2} \frac{1}{4^n} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} = 0.3125$$

$$\vdots$$

$$\sum_{n=1}^{15} \frac{1}{4^n} = 0.33333333022892$$



¿Cuáles son las principales actividades argumentativas en matemáticas?

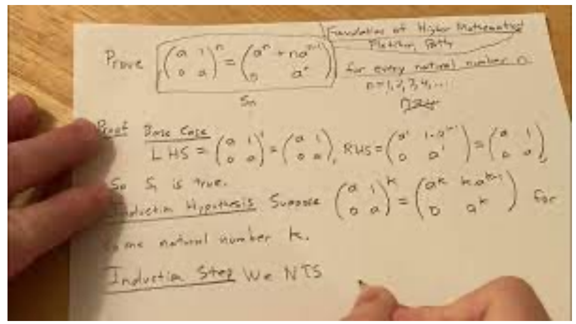
Construcción
- Exploración de un problema
- Estimación de verdad de una conjetura
- Justificación de una proposición

Lectura
- Comprensión de un argumento
- Evaluación de un argumento

Presentación
- Persuasión de una audiencia
- Explicación a una audiencia
- Demostración de validez
- Demostración de comprensión a un profesor

Procesos cognitivos en la construcción de demostraciones

Justificación (demostración)
de una proposición



1. Utilizar definiciones formales de los términos en la proposición.
2. Utilizar deducción, cálculo, y reglas de inferencia formales.
3. Todo el trabajo es hecho en el systema representativo formal.

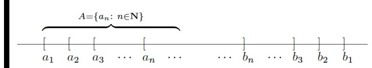
1. Expresar los términos de manera informal (p.e., ejemplos, esquemas).
2. Transformas estas representaciones informales para justificar la proposición.
3. Traducir el argumento informal en términos de definiciones y reglas de inferencia formales.

Procesos cognitivos en la lectura de de demostraciones

Comprensión
de un argumento (demostración)

Theorem. *If (I_n) is a nested sequence of bounded closed intervals, then $\bigcap_{n=1}^{\infty} I_n \neq \emptyset$.*

Proof. Let (I_n) be a nested sequence of bounded closed intervals, with $I_n = [a_n, b_n]$ for each $n \in \mathbb{N}$. Consider the set $A = \{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ of left-hand endpoints of the intervals.



Because the intervals are nested, we see that every b_n serves as an upper bound for A. Using the Axiom of Completeness, we know A has a least upper bound. Let $x = \sup A$.

Now, consider a particular $I_n = [a_n, b_n]$. Because x is an upper bound for A, we have $a_n \leq x$. The fact that each b_n is an upper bound for A and that x is the least upper bound implies $x \leq b_n$.

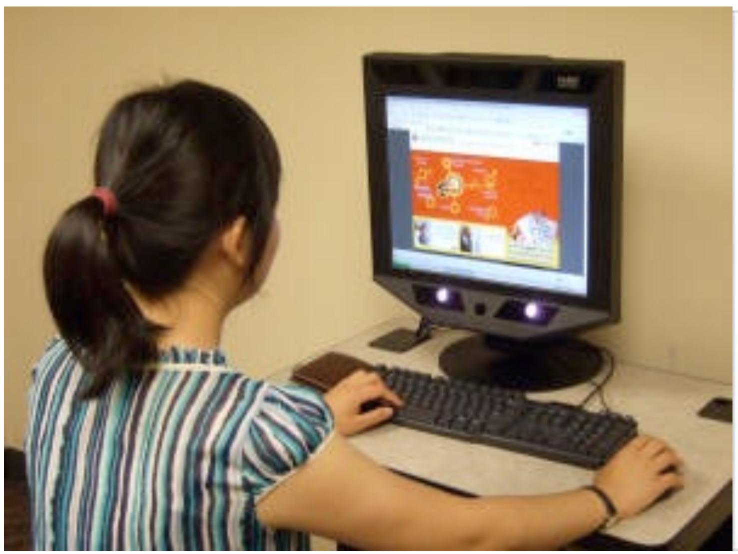
Altogether then, we have $a_n \leq x \leq b_n$, which means $x \in I_n$ for every choice of $n \in \mathbb{N}$. Hence, $x \in \bigcap_{n=1}^{\infty} I_n$, and the intersection is not empty. $\square$

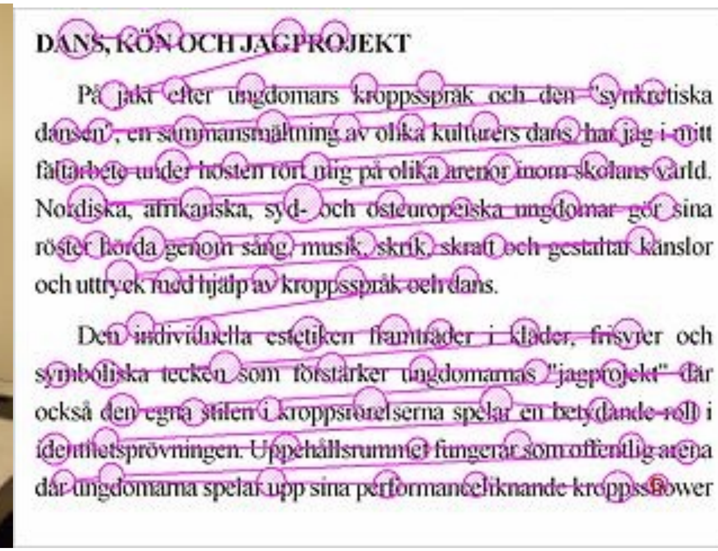
1. Leer el argumento (o demostración) paso por paso.
2. Asegurarse que cada inferencia es válida.

1. Leer la demostración “por encima” para obtener la idea principal del argumento (demostración).
2. Enfocarse en únicamente los pasos claves del argumento (demostración)

Procesos cognitivos en la lectura de de demostraciones

Comprensión
de un argumento (demostración)





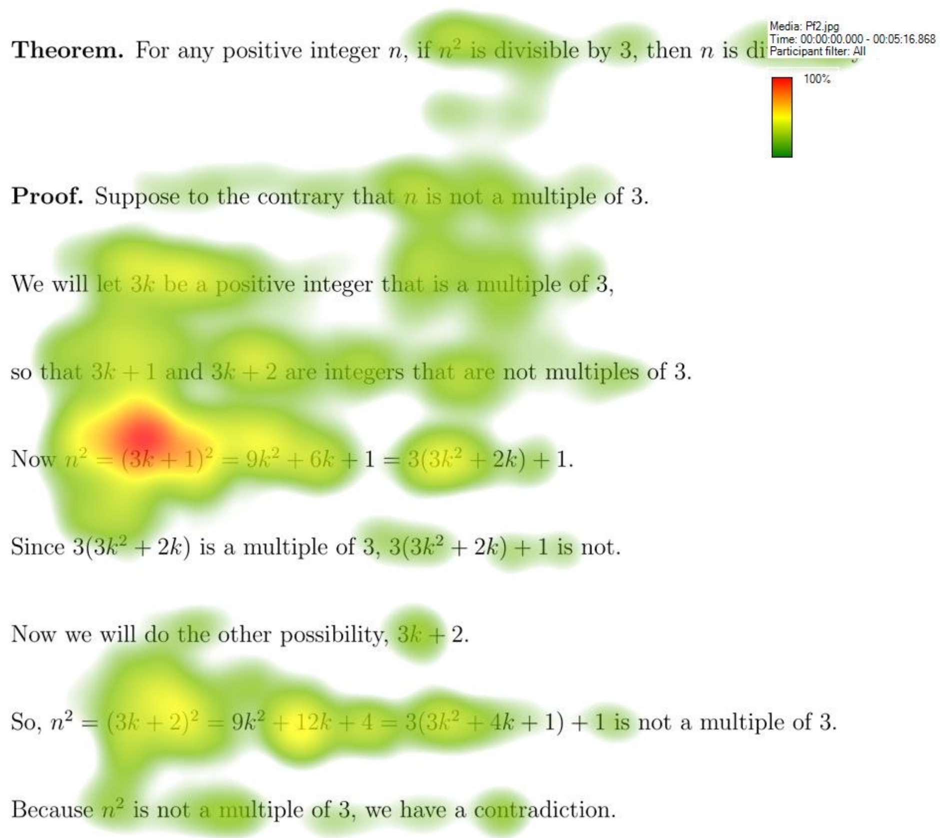
DANS, KÖN OCH JAGPROJEKT

På jakt efter ungdomars kroppsspråk och den "synkretiska dansen", en sammansmältning av olika kulturers dans, har jag i mitt fältarbete under hösten rört mig på olika arenor inom skolans värld. Nordiska, afrikanska, syd- och östeuropeiska ungdomar gör sina röster hörda genom sång, musik, skrik, skratt och gestaltar känslor och uttryck med hjälp av kroppsspråk och dans.

Den individuella estetiken framträder i kläder, frisyrer och symboliska tecken som förstärker ungdomarnas "jagprojekt" där också den egna stilen i kroppsrörelserna spelar en betydande roll i identitetsprövningen. Uppehållsrummet fungerar som offentlig arena där ungdomarna spelar upp sina performanceliknande kroppsshower

Procesos cognitivos en la lectura de de demostraciones

Comprensión
de un argumento (demostración)


Theorem. For any positive integer n, if n^2 is divisible by 3, then n is di

Proof. Suppose to the contrary that n is not a multiple of 3.

We will let $3k$ be a positive integer that is a multiple of 3,

so that $3k+1$ and $3k+2$ are integers that are not multiples of 3.

Now $n^2 = (3k+1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$.

Since $3(3k^2+2k)$ is a multiple of 3, $3(3k^2+2k)+1$ is not.

Now we will do the other possibility, $3k+2$.

So, $n^2 = (3k+2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$ is not a multiple of 3.

Because n^2 is not a multiple of 3, we have a contradiction.

¿Cuáles son las principales actividades argumentativas en matemáticas?

Construcción
- Exploración de un problema
- Estimación de verdad de una conjetura
- Justificación de una proposición

Lectura
- Comprensión de un argumento
- Evaluación de un argumento

Presentación
- Persuasión de una audiencia
- Explicación a una audiencia
- Demostración de validez
- Demostración de comprensión a un profesor

Gracias!

- jpmejia@math.rutgers.edu