UNA EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE VOLUMEN EN EL ENTORNO CABRI

A LEARNING EXPERIENCE OF THE CONCEPT OF VOLUME IN THE CABRI ENVIRONMENT

Wilmer Ríos-Cuesta[1], Fabricio Vladimir Vinces-Vinces[2], Luis Albeiro Zabala-Jaramillo[3]

[1]Universidad del Valle, [2]Universidad Nacional de Loja, [3]Universidad de Medellín

wilmer.rios@correounivalle.edu.co, fabricio.vinces@unl.edu.ec, lzabala@udemedellin.edu.co

Resumen

Los resultados de las pruebas estandarizadas realizadas a estudiantes de secundaria en Colombia documentan dificultades en la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos a la resolución de problemas. Algunos de los cuales refieren al uso de diferentes métodos de cálculo para trabajar volúmenes de cuerpos geométricos, los cuales, además, coinciden con métodos tradicionales de enseñanza donde la memorización juega un papel importante. En ese sentido, el objetivo de este estudio es presentar una experiencia desarrollada con estudiantes de secundaria de una institución educativa sobre la construcción y uso del concepto de volumen de un prisma en el entorno Cabri II Plus. Los resultados permiten inferir que el paso del aprendizaje centrado en la memorización de algoritmos hacia un aprendizaje comprensivo usando tecnología es progresivo y requiere que se incorpore en el aula el uso frecuente de tecnología para que los estudiantes desarrollen modos de pensar y abordar los problemas matemáticos.

Volumen, software Cabri, tecnología en el aula, modelos emergentes, articulación teórica.

Abstract

The results of standardized tests given to high school students in Colombia document difficulties in the understanding and application of mathematical concepts to problem solving. Some of them refer to the use of different calculation methods to work with volumes of geometric bodies, which, in addition, coincide with traditional teaching methods where memorization plays an important role. In this sense, the objective of this study is to present an experience developed with high school students of an educational institution on the construction and use of the concept of volume of a prism in the Cabri II Plus environment. The results allow us to infer that the transition from learning focused on memorizing algorithms to comprehensive learning using technology is progressive and requires the frequent use of technology to be incorporated in the classroom so that students develop ways of thinking and approaching mathematical problems.

Volume, Cabri software, classroom technology, emerging models, theoretical articulation.

INTRODUCCIÓN

El Ministerio de Educación Nacional de Colombia realiza, cada año, un examen estandarizado para medir los aprendizajes que han alcanzado los estudiantes de los grados 3°, 5°, 9° y 11°. Además, entrega un informe de los resultados el cual sirve como insumo para que las instituciones educativas desarrollen planes de mejoramiento para atender las dificultades que se evidenciaron en los estudiantes de la institución y que requieren atención. En el caso concreto del departamento del Chocó, los resultados no son buenos si se comparan con la media de los otros departamentos del país (Ríos-Cuesta, 2020). Revisando dicho informe nos llama la atención que los estudiantes que presentaron la prueba tienen dificultades para resolver problemas donde emerge el concepto de volumen.

El manejo de este concepto por los estudiantes de diversos niveles escolares termina influenciado por la aplicación de algoritmos para su cálculo, en los cuales, los estudiantes suelen permanecer alejados de las construcciones cuando se les enseña a manejar la fórmula, pero no a construir ni comprender su significado (Barrett et al., 2017; Battista, 2004; Lehrer et al., 2014). Lo anterior, se debe a que en la literatura especializada se reportan dificultades tanto para enseñar como para aprender este concepto, incluso en la formación continuada de profesores de primaria (Sáiz, 2003). Barana et al. (2021) documentaron cómo profesores en formación cometen errores al hacer cálculos relativos al volumen de un frasco, algunos de ellos se deben a confusiones con la pregunta y a la falta de atención según los autores del estudio.

Un factor importante que debe ser atendido por los profesores es la forma como se desarrolla este concepto en el aula de clase, las prácticas educativas tradicionales y el apoyo docente en los libros de texto crea un efecto indeseado en los estudiantes que los lleva a confundir las diversas fórmulas para los sólidos que se enseñan. Los estudiantes usan fórmulas para calcular volúmenes sin una comprensión de su funcionamiento (Battista, 2004; Hong y Runnalls, 2021; Runnalls y Hong, 2020; Vasilyeva et al., 2013) algunos de los cuales se relacionan con la tenencia de priorizar el cálculo de la medida y otros con el conocimiento del profesor (Hong et al., 2018, 2019; Hong y Runnalls, 2021; Runnalls y Hong, 2019; Smith et al., 2016).

Tekin-Sitrava e Isiksal-Bostan (2017) realizaron un estudio con profesores de secundaria en servicio para identificar sus estrategias de enseñanza y métodos de resolución alternativa donde encontraron que ellos usaban cuatro métodos alternativos de solución, pero en su práctica de aula sólo usaban fórmulas para calcular el volumen. Otro estudio ilustrativo es el realizado por Panorkou (2021) en el cual analiza los razonamientos de doce estudiantes de cuarto grado que participaron de una serie de experimentos de diseño cuyo propósito central era que exploraran el volumen de prismas y cilindros y los observaran como el resultado de un barrido dinámico sobre una superficie a través de una altura (sólidos en revolución), usando un enfoque denominado *Medición Dinámica del Volumen* (DYME-V); entre sus hallazgos destaca que los estudiantes identifican la relación entre las cantidades implicadas y su relación multiplicativa así como su concepción de los prismas y cilindros como espacios generados y definidos por otros objetos.

Por otro lado, a nivel curricular, los documentos emitidos por el Ministerio de Educación que son usados por las instituciones educativas para diseñar el currículo propio refieren la enseñanza de este concepto mediante el uso de medidas convencionales y no convencionales, tal es el caso de los Estándares Básicos de Competencia y los Derechos Básicos de Aprendizaje en los cuales se propone que los estudiantes de primer grado de educación primaria desarrollen actividades en las cuales usen partes de su cuerpo como patrón de medida (MEN, 2006; 2015) y poco a poco van avanzando en su aprendizaje hasta dominar los algoritmos que se usan para los diversos cuerpos geométricos.

A pesar de lo anterior, los estudiantes son promovidos de grado sin lograr una comprensión y construcción conceptual del volumen (Ríos et al., 2021), además, es un concepto fundamental para desarrollar el pensamiento espacial. Para enfrentar esta dificultad, diversos investigadores han desarrollado estudios en los cuales ofrecen alternativas para abordar su enseñanza y aprendizaje (Fernández-Mosquera y Marmolejo, 2013; García y Guillén, 2010; Jaimes y Romo, 2013; Pizarro y Zamorano-Vargas, 2019). En este estudio en particular, nos propusimos identificar cómo a través del uso del software Cabri II Plus los estudiantes logran interiorizar el concepto de volumen y lo aplican al modelado de un paralelepípedo la resolución de problemas de modelación.

MARCO CONCEPTUAL

Para el diseño de la experiencia se articularon tres constructos teóricos: la *modelación*, la *representación* y la *geometría dinámica*. A continuación, presentamos cómo fueron definidos cada uno de ellos y la forma en cómo estos constructos, vistos de manera integral, nos permitieron observar el producto de dicho proceso.

La *modelación* se concibe desde un entorno digital dinámico o un lenguaje de programación pertinente y una tarea matemática intuitiva acorde al mismo. En este contexto, la modelación es el uso pertinente de los diferentes signos geométricos, recursos, herramientas y funciones que dicho entorno o lenguaje ofrezca, de tal manera que el estudiante construya un *modelo* que sustituya al objeto matemático en estudio. Esta definición nos lleva a precisar lo que se considera como un *modelo* dentro de esta perspectiva. *Modelo* es la estructura que sustituye al fenómeno u objeto de estudio durante la simulación que el sujeto efectúa para extraer datos y conocimientos, dando validez a diferentes descripciones que representan las diversas formas dinámicas del objeto al hacer uso del arrastre que permite el software de geometría dinámica (Zabala-Jaramillo et al., 2017).

Las formas de *representación* permiten el desarrollo de ciertas nociones, ideas y que emerjan ciertos conceptos necesarios para resolver la tarea. En ese sentido, la modelación se convierte en un medio para transmitir la información que ha representado en su pensamiento; en consecuencia, la representación sirve para extraer datos y propiedades del objeto a representar para dar validez a las distintas formas dinámicas del modelo (Confrey, 2007; Duval, 2006; Hanna y Jahnke, 2007). Una *representación* es una producción visible, concreta o manipulable, una expresión matemática o una representación en la pantalla de un ordenador donde se codifican relaciones matemáticas (Goldin, 2008).

Por otro lado, Duval (2006) señala que el uso de la palabra "figura" induce a confundir su visualización con su codificación, esta última permite identificar los parámetros importantes del objeto matemático para que el modelo a ser desarrollado soporte la prueba de arrastre. Esta integración entre la *modelación*, el *modelo* y la *representación* se da por medio de la *geometría dinámica* con el cual el estudiante o resolutor puede visualizar instantáneamente las n-representaciones posibles del objeto modelado considerando primitivas geométricas o unidades figurales elementales. Además, la *geometría dinámica* se convierte en un instrumento semiótico que soporta la construcción del objeto matemático que supera las representaciones hechas en papel dado que la visualización y manipulación de las construcciones permite la comprobación de conjeturas y validación de los razonamientos. Entendemos por *geometría dinámica* aquella geometría que se ocupa del estudio de familias de figuras; de la deformación de las figuras; de cuerpos n-dimensionales; de modelos geométricos para diversas disciplinas científicas, en los cuales se incorpora al movimiento como una operación inmersa en este sistema (Ríos-Cuesta et al., 2021).

MÉTODO

Se presenta un estudio de casos intrínseco de corte empírico cuasi experimental en el cual Stake (2010) señala que *"en el estudio intrínseco, hay poco interés en generalizar (…); el mayor interés reside en el caso concreto, aunque el investigador estudia también una parte del todo, y busca comprender qué es la muestra, como función"* (p. 39).

Los participantes de este estudio corresponden a un grupo voluntario de estudiantes de noveno grado con edades entre los 14 y 16 años, de una institución pública del departamento del Chocó conformada por doce estudiantes a los cuales se les entregó un cuestionario con tareas sobre optimización. Los estudiantes recibieron una formación sobre el manejo del Software Cabri II Plus durante tres semanas con una intensidad de 90 minutos por semana y una asignación de tareas para desarrollar en casa para que entregaran como práctica del taller realizado. Los estudiantes aceptaron ser entrevistados para ahondar en los resultados del cuestionario que se les entregó con tres tareas a resolver. Dada la extensión de este documento, presentamos una de las tareas propuestas en el cuestionario:

Una persona desea construir una caja abierta partiendo de una lámina cuadrada de cartón, cortando cuadrados en las esquinas y doblando los lados hacia arriba para formar dicha caja. ¿Cómo sabemos cuándo el volumen es el máximo posible?

¿Entre mayor sea la cantidad de material recortado, menor será el volumen obtenido en la caja?

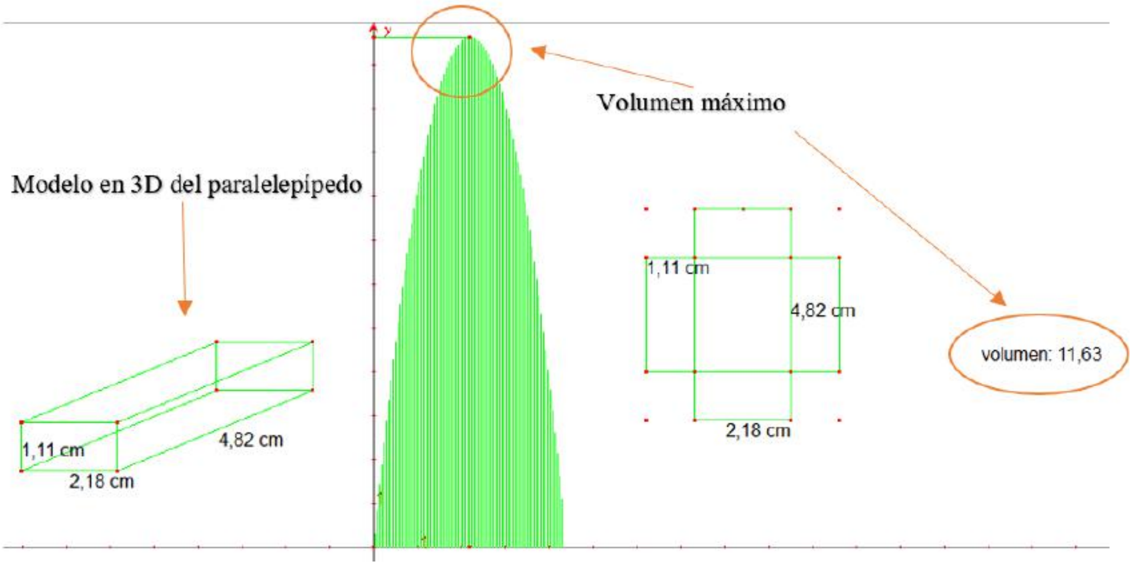
¿Es posible que haya dos recortes (Modelos) distintos que resulten en un volumen equivalente?

RESULTADOS

Las construcciones entregadas por los estudiantes dejaban ver un proceso de modelado en el cual se valieron de la representación para la elaboración del modelo haciendo uso de las características del objeto pedido en la tarea. En el caso particular de E_1, el estudiante realiza una construcción donde se puede ver la representación en 2D y 3D del paralelepípedo, además, ofrece una gráfica en el plano cartesiano donde se observa el uso de la opción traza para observar el comportamiento del volumen a medida que modifica el área de la superficie recortada en las esquinas de la caja mediante la prueba de arrastre. Esta manera de proceder requiere que el estudiante vaya graduando el movimiento con el cursor e ir observando los cambios en la figura, en la gráfica y en el cálculo dinámico que muestra la calculadora y que el estudiante ha puesto en la parte izquierda de la tarea (Figura 1).

Figura 1.

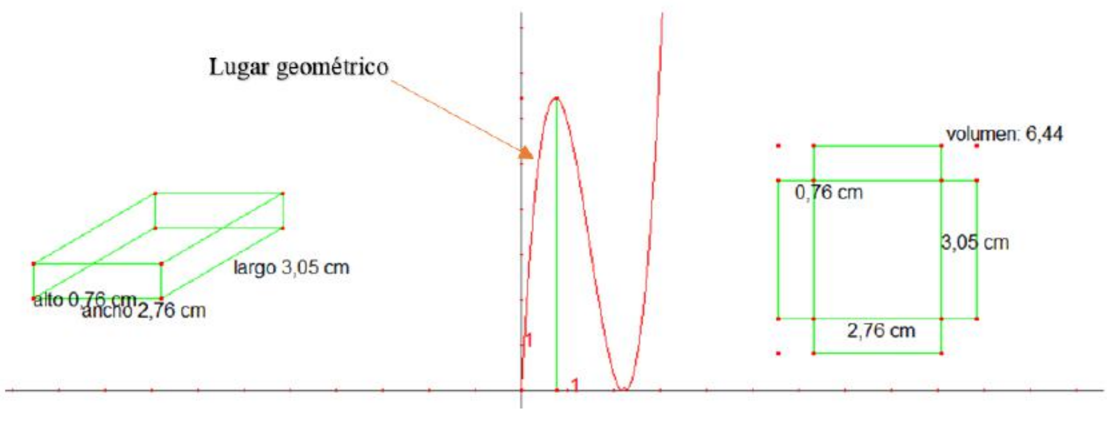
Respuesta de E_1 a la tarea.



En el caso de E_3, este estudiante ofrece una repuesta en la que hace uso de la opción lugar geométrico para observar el comportamiento del volumen a medida que se modifica el área del cuadrado que se recorta en las esquinas, esto le permite observar el punto donde se alcanza el volumen máximo y las condiciones que debe tener el modelo 2D para conseguirlo (Figura 2).

Figura 2.

Respuesta de E_3 a la tarea.



En los dos casos presentados, los estudiantes deben conocer el proceso para calcular el volumen del paralelepípedo y también usar la calculadora del software Cabri II Plus para conectar de manera dinámica las medidas de los lados que les permiten calcularlo. Esto requiere que, en vez de introducir valores fijos para el volumen, los estudiantes agreguen las variables en la calculadora y esto permite que al realizar el arrastre el volumen se calcule de acuerdo con las nuevas dimensiones lo cual le da el dinamismo a los cálculos.

En las entrevistas se encontró un cambio en el discurso de los estudiantes al aludir a elementos geométricos que son consecuencia de la interacción con el software dado que, para realizar las construcciones básicas, se accede a ellos mediante las etiquetas tales como segmento, recta, semirrecta, recta perpendicular, entre otros. En el siguiente fragmento se han subrayado algunos elementos clave en el discurso:

E_7: Se hace la construcción en Cabri partiendo del modelo en 2D simulando la lámina de cartón, luego mediante la <u>transferencia de medidas</u>, trazando <u>paralelas</u> y <u>perpendiculares</u> y uniendo los puntos de <u>intersección</u> con <u>segmentos</u> se construye el modelo en 3D. Se toman las medidas de la caja y se puede calcular el volumen haciendo la <u>multiplicación</u> de las tres dimensiones.

Después, transferimos la medida de la altura de la caja al eje "x" y la medida del volumen al eje "y", usando paralelas o perpendiculares buscamos el punto donde estas se interceptan y mediante el comando <u>traza</u> seleccionamos el punto que queremos que se dibuje, después movemos el punto de la altura de la caja y se nos dibuja una parábola.

El volumen máximo se encuentra cuando el punto está en la parte más alta de la gráfica.

Dado que interesaba indagar sobre el uso que los estudiantes le daban al software para modelar la caja, se les preguntó por la forma en que calculaban el volumen:

Investigador: ¿Y cómo calculas el volumen de la caja?

E_2: Se multiplican el alto por el ancho por el largo en la calculadora que tiene el Cabri para que cuando uno mueva la figura el volumen cambie.

Investigador: ¿Cómo haces para saber cuándo el volumen de la caja es el máximo posible si se tiene una lámina de 6 de largo y 4 de ancho?

E_2: Lo que hice fue mover el punto que me marcaba el recorte de la caja y me fijé en el número que me salía, vi que subía y luego empezó a bajar el volumen entonces me devolví y supe cuál era.

Este hecho corrobora una de las afirmaciones hechas en este estudio en la cual los estudiantes hacen uso de cálculos dinámicos para lograr que el arrastre les permita observar los cambios tanto en la construcción del modelo 2D y 3D, como en el volumen que se origina al modificar algunos parámetros de la figura. Por otro lado, la interiorización de la parte operativa del cálculo del volumen se evidencia al alejarse del uso de valores estáticos o fijos, es decir, que el estudiante observe las medidas en el modelo y que decida hacer los cálculos de forma manual por cada variación que hace de las medidas, en cambio, usa las variables que intervienen en el cálculo y que restringen el valor del volumen a dichos valores. Otro elemento clave es la visualización unida al arrastre que les permite observar los cambios en la construcción, esto es fundamental para la validación de los razonamientos y la prueba de las conjeturas que emergen al momento de responder las preguntas que se les realizan.

En el siguiente fragmento el estudiante E_2 presenta una confusión relacionada con la conservación del volumen y, a pesar de que la visualización le permite observar los cambios en el volumen, el estudiante hace una asociación con la cantidad de material lo que también es un error, es probable que el estudiante se refiera al tamaño de la caja. Este hecho fue superado al preguntarle sobre las medidas de la caja y su incidencia en el volumen:

Investigador: ¿Entre más le recortas a la caja mayor es su volumen?

E_2: El volumen no varía porque lo que se pierde de ancho a la caja se recupera con el alto.

Investigador: ¿Es decir que cuando mueves el punto que aumenta o disminuye el recorte de la caja, los números no cambian?

E_2: Sí cambian.

Investigador: ¿Qué es lo que está cambiando?

E_2: El volumen de la caja, entonces el volumen se hace más grande pero luego empieza a bajar.

En la entrevista el E_5 muestra la relación que hay entre la cantidad de material recortado y el volumen que se obtiene, comentando que al hacer uso del arrastre que permite modificar la cantidad de material recortado en el modelo en 2D puede observar que en determinado momento llega un punto en el cual se alcanza el valor máximo posible. Esto constituye en una evidencia del potencial de la visualización, que además es dinámica, al resolver problemas.

Investigador: ¿Entre mayor sea la cantidad de material recortado menor será el volumen obtenido?

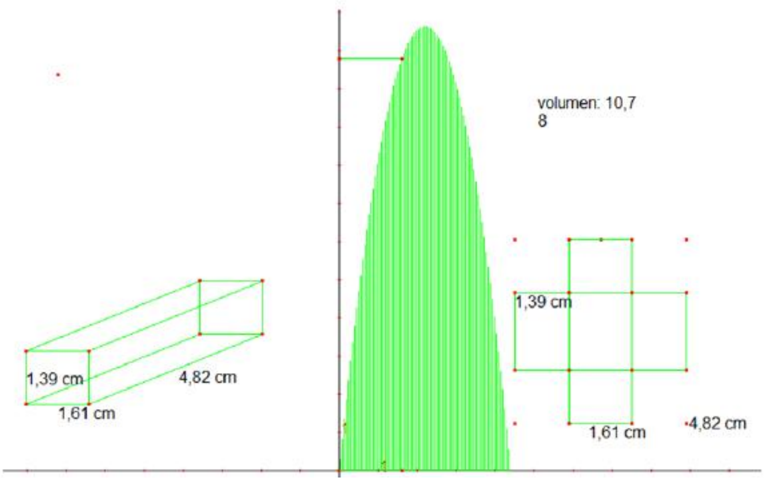
E_5: Depende profe, porque uno empieza moviendo poco el punto que muestra el recorte y el volumen va subiendo, pero llega un punto donde empieza a bajar.

Investigador: ¿Cómo sabes cuándo se consigue el volumen máximo?

E_5: Yo lo que hice fue trasladar la medida del volumen al eje y y la medida del alto de la caja al eje x, luego tracé paralelas a esa medida y marqué el punto de intersección, hice un segmento desde el punto de intersección hasta el eje x y oculté las rectas, después me fui a mostrar trazo y cuando empecé a mover el punto se fue dibujando una gráfica y se veía cuando el volumen era máximo y con eso supe la medida.

Figura 3.

Respuesta de E_5 a la tarea.



CONCLUSIONES

Se encontró que los estudiantes mejoraron el discurso matemático al enriquecer sus justificaciones mediante el uso de varios elementos geométricos tales como rectas paralelas y perpendiculares, semirrectas, lugar geométrico, segmento de recta, entre otros, que fueron reforzados por las etiquetas que ofrece el Cabri y que no eran recordados por los estudiantes producto de la enseñanza tradicional a la que venían habituados.

El uso del software sirvió como mecanismo de validación de hipótesis dado el potencial de la visualización y el arrastre, en particular, los estudiantes pudieron revisar concepciones erróneas sobre sus ideas al aplicar movimiento a sus construcciones y evidenciar la deformación o conservación de propiedades del objeto modelado.

Destacamos el potencial del arrastre y la visualización dinámica que permitió que uno de los estudiantes pudiera revisar una concepción errónea sobre la conservación del volumen. Es importante que los profesores se apoyen en los sistemas de geometría dinámica para desarrollar tareas que requieran que los estudiantes desarrollen procesos de modelación en los cuales se apoyen de los distintos registros de representación y visualización para mejorar su comprensión operativa de los objetos matemáticos.

Referencias

Barana, A., Fissore, C. y Marchisio, M. (2021). Automatic Formative Assessment Strategies for the Adaptive Teaching of Mathematics. En H.C. Lane, S. Zvacek y J. Uhomoibhi (Eds.), *Computer Supported Education. CSEDU 2020. Communications in Computer and Information Science* (pp. 341–365). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86439-2_18

Barrett, J. E., Clements, D. H. y Sarama, J. (2017). *Children's measurement: A longitudinal study of children's knowledge and learning of length, area, and volume* (Vol. 16). National Council of Teachers of Mathematics.

Battista, M. (2004). Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning*, *6*(2), 185–204. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0602_6

Confrey, J. (2007). Epistemology and modelling. En W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics educations* (pp. 125–128). Springer.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 143–168.

Fernández-Mosquera, E. y Marmolejo, G. (2013). Volumen y capacidad en grado quinto de primaria. Desarrollo de procesos aditivos y multiplicativos en mediciones directas e indirectas. *Revista Científica, esp.*, 601–605.

García, M. A. y Guillén, G. (2010). Aplicación de un modelo elaborado para categorizar la geometría de los sólidos en la ESO a libros de texto de tres editoriales. En M. Moreno, J. Carrillo y A. Estrada (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 327–340). SEIEM.

Goldin, G. (2008). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. En L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education second edition* (pp. 176–201). Routledge Taylor and Francis Group.

Hanna, G. y Jahnke, H. N. (2007). Proving and modelling. En W. Blum, P. Galbraith, H. W. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics educations* (pp. 145–152). Springer.

Hong, D. S., Choi, K. M., Runnalls, C. y Hwang, J. (2018). Do textbooks address known learning challenges in area measurement? *A Comparative Analysis. Mathematics Education Research Journal*, *30*(3), 325–354. https://doi.org/10.1007/s13394-018-0238-6

Hong, D. S., Choi, K. M., Runnalls, C. y Hwang, J. (2019). How well aligned are common core textbooks to students' development in area measurement? *School Science and Mathematics*, *119*(5), 240–254. https://doi.org/10.1111/ssm.12336

Hong, D. S. y Runnalls, C. (2021) Is it the width, the height, or the length?: pre-service teachers' responses to a volume task. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *52*(3), 477–490. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1772389

Jaimes, D. y Romo, A. (2013). Integrando el uso de habilidades espaciales y geométricas para el aprendizaje significativo del concepto de volumen de sólidos con estudiantes de dibujo técnico. *Revista Científica, esp.*, 462–466.

Lehrer, R., Slovin, H. y Dougherty, B. J. (2014). *Developing essential understanding of geometry and measurement for teaching mathematics in grades 3–5*. National Council of Teachers of Mathematics.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencia*. Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Ministerio de Educación Nacional. https://colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/2022-06/DBA_Matematicas-min.pdf

Pizarro, N. y Zamorano-Vargas, A. (2019). Factores que inciden en la enseñanza del volumen: un estudio de la práctica docente. En R. Flores, D. García e I. E. Pérez-Vera (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 610–618). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Panorkou, N. (2021). Exploring Students' Dynamic Measurement Reasoning About Right Prisms and Cylinders. *Cognition and Instruction*, *39*(4), 477–511. https://doi.org/10.1080/07370008.2021.1958218

Ríos-Cuesta, W. (2020). Competencias de argumentación y modelización de estudiantes de secundaria: la necesidad de un cambio de paradigma en la Educación Matemática del Chocó, Colombia. *Pesquisa e Ensino*, *1, 1-21*. https://doi.org/10.37853/pqe.e202020

Ríos-Cuesta, W., Zabala-Jaramillo, L. A., Roa-Fuentes, S. y Parraguez, M. C. (2021). *Modelación y Representación con Geometría Dinámica y Matemática Condicional en la comprensión del concepto de volumen del prisma*. Editorial Kali.

Runnalls, C. y Hong, D. S. (2019). "Well, they understand the concept of area": Pre-service teachers' responses to student area misconceptions. *Mathematics Education Research Journal*, *32***,** 629–651. https://doi.org/10.1007/s13394-019-00274-1

Runnalls, C. y Hong, D. S. (2020). Half the base or half the height?: Exploring a student's justification of 1/2 × *base* × *height*. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(4), 604–613. https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1576928

Sáiz, M. (2003). Algunos objetos mentales relacionados con el concepto de volumen de maestros de primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 8*(18), 447–478.

Smith, J. P., Males, L. M. y Gonulates, F. (2016). Conceptual limitations in curricular presentations of area measurement: One nation's challenges. *Mathematical Thinking and Learning*, *18*(4), 239–270. https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1219930

Stake, R. (2010). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata.

Tekin-Sitrava, R. y Isiksal-Bostan, M. (2016). The Nature of Middle School Mathematics Teachers' Subject Matter Knowledge: The Case of Volume of Prisms. *International Journal of Educational Sciences*, *12*(1), 29–37. https://doi.org/10.1080/09751122.2016.11890409

Vasilyeva, M., Ganley, C. M., Casey, B. M., Dulaney, A., Tillinger, M. y Anderson, K. (2013). How children determine the size of 3D structures: Investigating factors influencing strategy choice. *Cognition and Instruction*, *31*(1), 29–61. https://doi.org/10.1080/07370008.2012.742086

Zabala-Jaramillo, L., Barriga-Arceo, E., Roa-Fuentes, S., Parraguez, M., Laborde, C., Laborde, J. M. y Morales, A. (2017). Un nuevo marco conceptual: Modelación y Representación con Geometría Dinámica y Matemática Condicional. En N. Hincapié (Eds.), *I Congreso Internacional de Cabri Universidad de Medellín*.