

Una carrera investigadora contada a través de proyectos I+D

A research career told through R+D projects

MARÍA C. CAÑADAS
Universidad de Granada

MARTA MOLINA
Universidad de Salamanca

Resumen

En este capítulo hacemos un reconocimiento a la trayectoria investigadora de Enrique Castro a través de los proyectos I+D en los que hemos trabajado con él. En los tres primeros, Enrique Castro fue investigador principal y las autoras se iniciaron como investigadoras hasta lograr el título de doctoras por la Universidad de Granada. Enrique fue codirector de ambas tesis doctorales y hemos compartido autoría en diferentes publicaciones. A partir de 2012 hay una diferenciación natural en las temáticas de la investigación y se diversifican los colaboradores, debido a la incursión de estos en nuevos campos de investigación.

Palabras clave: didáctica de la matemática, proyectos de investigación I+D, pensamiento numérico, pensamiento algebraico.

Abstract

In this chapter, we make a recognition to Enrique Castro's research trajectory through the R+D projects in which we have worked with him. In the first three projects, Enrique Castro was the principal investigator and the authors started as researchers till getting their PhD at the University of Granada. Enrique was the co-supervisor of both PhDs and we have worked together in different publications. Since 2012 there is a natural differentiation in the three researchers' research interests and also a diversification in the collaborators as result of each researcher' evolution.

Keywords: Mathematics education, R+D research projects, numerical thinking, algebraic thinking.

1.1. Introducción

En los primeros años del siglo XXI, las dos autoras de este capítulo terminaron la Licenciatura en Matemáticas en la Universidad de Granada y se matricularon en los cursos de Doctorado en Didáctica de la Matemática de la mencionada universidad. Iniciaron así su relación con el departamento Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada y conocieron a Enrique Castro, como profesor del curso de doctorado «Investigación en Educación Matemática: Avances Metodológicos». Este doctorado estuvo en vigor desde 1988 hasta el curso 2009-2010, año a partir del cual se implantó el Máster en Didáctica de la Matemática, que de esta forma se convirtió en el sucesor natural de los citados cursos. En la actualidad, Enrique sigue siendo profesor de una asignatura con igual título en dicho máster.

Ambas iniciaron su carrera investigadora contando con Encarnación Castro como directora. Su trabajo estaba inmerso en el marco del grupo de investigación «Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico» (FQM-193) del Plan Andaluz de Investigación, que en aquel momento lideraba Luis Rico y desde 2019 lidera Enrique Castro. Asimismo, María C. y Marta se integraron en el marco de un proyecto de investigación del Plan Nacional I+D (Ministerio de Ciencia y Tecnología) dirigido por Enrique Castro.

Para tener una imagen general del trabajo de Enrique, en la figura 1 recogemos las colaboraciones de él con otros autores, según la información disponible en el repositorio Funes¹ (<http://funes.uniandes.edu.co>) en abril de 2020. Este es un repositorio digital de documentos de educación matemática y recoge las publicaciones en abierto de la mayoría de los miembros de nuestro grupo, entre otra gran diversidad de fuentes.

La figura 1 muestra que los autores con los que más publicaciones comparte Enrique Castro son, ordenados de mayor a menor número de publicaciones: Encarnación Castro, Luis Rico, Isidoro Segovia, Marta Molina y María C. Cañadas. Limitándonos a los años a los que referiremos en este capítulo, desde 2002,

1. Este repositorio está diseñado y dirigido por Pedro Gómez, profesor de la Universidad de los Andes y también miembro de nuestro grupo de investigación. En abril de 2020 contaba con más de 12.000 registros.

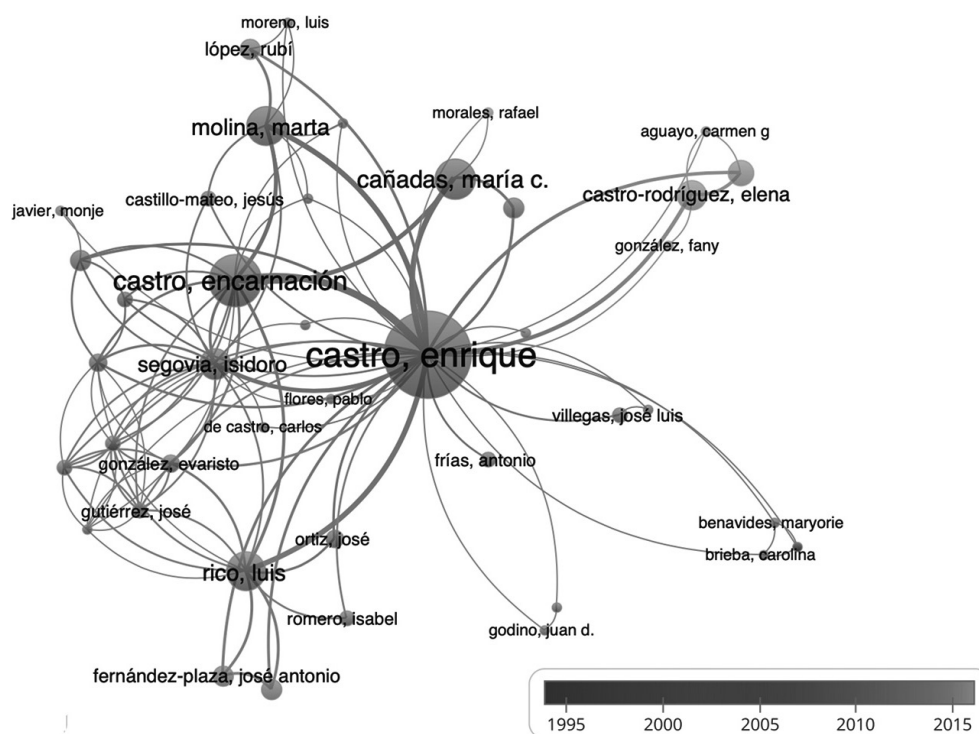


Figura 1. Red de colaboradores de Enrique Castro según la información de Funes.

las autoras con las que más ha publicado Enrique Castro son Encarnación Castro, María C. Cañadas y Marta Molina; siendo algunas de dichas publicaciones conjuntas, como evidenciaremos más adelante.

Desde el marco que nos proporcionan los proyectos de investigación I+D en los que Enrique ha trabajado desde 2002, en este capítulo hacemos un recorrido por parte de la actividad investigadora en la que él ha participado durante 15 años, bien como investigador principal o como miembro del equipo de investigación.

1.2. Proyecto 1 (2002-2005)

El primer proyecto dirigido por Enrique en el que participaron las autoras de este capítulo se tituló «Representaciones y resolución de problemas en Educación Matemática» y estuvo en vigor desde noviembre de 2002 a octubre de 2005. Otros investigadores de este proyecto fueron Asunción Bosch, Encarnación Castro,

Antonio Codina, Francisco Fernández, Antonio Frías y Francisco Ruíz; pertenecientes a las universidades de Granada o Almería. La finalidad era estudiar componentes cognitivas y metacognitivas asociadas con el empleo de las representaciones en la resolución de problemas de matemáticas por sujetos que se encuentran en una fase de aprendizaje escolar. En este proyecto, las dos autoras de este capítulo realizaron su primer trabajo de investigación, asociado a sus cursos de doctorado. En ambos casos, estos trabajos se realizaron con la guía de la profesora Encarnación Castro como tutora.

María C. defendió su trabajo de investigación tutelada titulado «Razonamiento inductivo puesto de manifiesto por alumnos de Secundaria» (Cañadas, 2002). En el marco del pensamiento numérico y pensamiento algebraico que se venía trabajando en el grupo de investigación, el objetivo general de este trabajo fue estudiar la utilización que hacen los individuos del razonamiento inductivo cuando se enfrentan a tareas matemáticas no rutinarias. Entre los resultados de esta investigación, destacamos las siguientes categorías de análisis del razonamiento de los estudiantes, que permitieron describir su avance. Estas son: *a*) comprensión del enunciado de la tarea, *b*) trabajo con casos particulares, *c*) formulación de conjeturas, *d*) grado de generalización de la tarea, *e*) autoconvencimiento del entrevistado, *f*) representaciones, *g*) errores y dificultades, y *h*) actitud del entrevistado ante la tarea propuesta. Este trabajo representa una primera aproximación al razonamiento inductivo de estudiantes de Educación Secundaria, con especial énfasis en la generalización y los errores y dificultades que presentaron dichos estudiantes.

En el marco de este proyecto y de una beca de Formación del Profesorado Universitario (FPU) asociada a él, Marta inició su experiencia investigadora con el trabajo de investigación tutelada titulado «Resolución de igualdades numéricas por estudiantes de 3.º grado: un estudio sobre la comprensión del signo igual y el desarrollo de pensamiento relacional» (Molina, 2004). Desde el marco de la propuesta de innovación curricular *early algebra*, por entonces poco conocida aún en España, se describe un experimento de enseñanza con foco en la comprensión del signo igual de un grupo de alumnos estadounidenses, de entre 8 y 9 años, que no habían recibido formación específica previa al respecto. Se describe el desarrollo de dicha comprensión a lo largo

de cinco intervenciones en el aula. Dichas intervenciones estaban centradas en la resolución y discusión de igualdades numéricas abiertas y sentencias numéricas verdaderas y falsas, basadas en propiedades aritméticas básicas y con formas poco familiares para los estudiantes. Los resultados muestran progreso de una comprensión operacional a una comprensión relacional del signo igual, que va paralelo a avances en su desarrollo de pensamiento relacional. Este tipo de pensamiento favorece y facilita la algebrización de la aritmética, al centrar la atención en la estructura que subyace a esta.

A lo largo del citado proyecto, y una vez finalizados los trabajos de investigación descritos, las autoras iniciaron sus respectivas tesis doctorales. Además, como parte de su formación investigadora, participaron en otras publicaciones relacionadas con los temas abordados en sus investigaciones en este proyecto. Por un lado, Cañadas y Castro (2002) destacan la importancia del razonamiento inductivo en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Secundaria y, como consecuencia, la necesidad que tienen los futuros profesores de realizar tareas que fomenten el uso, y, por tanto, el conocimiento, de este tipo de razonamiento. Se plantea una reflexión sobre una metodología en la que este razonamiento esté presente, desde la formación inicial de profesores y, más concretamente, desde la Didáctica de la Matemática. En este caso, se observan elementos relevantes en el contexto de este proyecto en lo referente al razonamiento como componente cognitiva y el empleo de diferentes representaciones en la resolución de problemas. Por otro lado, Molina, Castro, y Ambrose (2005, 2006) presentan diferentes dimensiones del trabajo de investigación tutelada antes mencionado, describiendo las capacidades que los estudiantes de 7-8 años pusieron de manifiesto al trabajar sentencias numéricas ricas en relaciones aritméticas en el contexto de un experimento de enseñanza. Las múltiples verbalizaciones de los estudiantes en sus discusiones sobre las sentencias propuestas muestran su comprensión de importantes propiedades aritméticas y su avance en la comprensión del signo igual y el uso de pensamiento relacional. En particular se evidencia el potencial de este tipo de trabajo escolar para llevar la propuesta *early algebra* a las aulas.

1.3. Proyecto 2 (2006-2009)

Este segundo proyecto, también dirigido por Enrique, se tituló «Representaciones, nuevas tecnologías y construcción de significados en educación matemática» y estuvo en vigor desde octubre de 2006 a octubre de 2009. Es un proyecto continuación del anterior en el que se mantiene el equipo de investigadores participantes. La finalidad era estudiar las componentes cognitivas y metacognitivas asociadas al empleo de las representaciones en la construcción de conceptos matemáticos y en la resolución de problemas dentro del ámbito de la educación matemática.

En este proyecto las autoras de este capítulo realizaron la mayor parte del trabajo relativo a sus tesis doctorales, defendiéndolas dentro del Programa de doctorado en Educación de la Universidad de Granada. Durante este periodo Enrique se incorporó a la codirección de las tesis doctorales de María y Marta, junto a Encarnación Castro, en un momento en que se hacía necesario avanzar en la descripción de aspectos metodológicos de los trabajos y dar forma al análisis de los datos. Ambas tesis fueron defendidas durante el periodo de vigencia de este proyecto.

La tesis de María C. se centró en el proceso cognitivo conocido como razonamiento inductivo que siguen un grupo de estudiantes en la resolución de problemas de generalización (Cañadas, 2007). Este trabajo fue la continuación de su trabajo de investigación tutelada. El principal aporte teórico de dicho trabajo es la elaboración de un modelo de razonamiento inductivo, constituido por los siguientes pasos: *a*) trabajo con casos particulares, *b*) organización de casos particulares, *c*) identificación de patrón, *d*) formulación de conjetura, *e*) justificación de conjetura (con base en casos particulares), *f*) generalización, y *g*) demostración. No se trata de un modelo lineal y no todos los pasos tienen la misma relevancia. Las estrategias de resolución de problemas y las representaciones fueron otros dos focos del trabajo.

La recogida de datos se realizó mediante una prueba individual escrita compuesta por seis problemas que resolvieron 359 estudiantes de 3.º y 4.º de ESO (14-16 años) pertenecientes a centros de Cúllar-Vega (Granada), Granada, Madrid y Teruel. El procedimiento para la identificación y descripción de las estrategias inductivas es el aporte metodológico destacado.

Se evidencia en los estudiantes una preferencia por los casos particulares (no llegan a la generalización) y la tendencia a expresarlos en el sistema de representación numérico. Los estudiantes utilizan ocasionalmente el sistema de representación gráfico cuando este estaba presente en el enunciado y recurren a la representación verbal al final de sus respuestas, al justificarlas. De los criterios considerados para la selección de los problemas, el sistema de representación en el que se plantean los casos particulares es el que más diferencias significativas produce en la frecuencia de realización de los pasos del razonamiento inductivo.

El principal aporte de Enrique a este trabajo fue su guía en el análisis de datos, principalmente en el cuantitativo, a través de un análisis logarítmico lineal. Partimos de un modelo saturado que considera los efectos de todos los órdenes posibles entre las variables pasos del razonamiento inductivo, tipo de sucesión y sistema de representación, utilizando el método de eliminación hacia atrás. El ajuste de modelo se comprobó mediante la razón de verosimilitud. Este análisis se llevó a cabo con la ayuda del programa SPSS.

Como consecuencia del trabajo conjunto entre María C. y sus directores de tesis, destacamos las publicaciones que describimos a continuación. En Cañadas, Castro y Castro (2008) prestamos especial atención a los tipos de patrones identificados por estudiantes de Secundaria, a la forma en que expresaron la generalización y presentamos algunas características de la generalización. Las respuestas de los estudiantes evidenciaron la relevancia de la identificación de patrones en el proceso de generalización en un problema. La mayoría de los patrones que identificaron los estudiantes fueron correctos. A la luz de los resultados, se deduce que la generalización verbal es una forma más accesible para estos estudiantes que la algebraica. También se puso de manifiesto que la generalización, ya sea verbal o algebraica, la utilizaron los estudiantes de Secundaria ocasionalmente, para calcular el caso particular por el que pregunta el problema.

Cañadas, Castro y Castro (2009) muestran resultados relacionados con: *a*) las frecuencias de los pasos que emplean los estudiantes, *b*) las relaciones entre las frecuencias de los pasos según las características del problema, y *c*) el estudio de las relaciones de (in)dependencia entre los diferentes pasos del modelo de razonamiento inductivo. Este trabajo evidencia que el modelo de

razonamiento inductivo no es lineal: hubo estudiantes que generalizaron sin haber pasado por pasos previos en algunos problemas.

En su tesis, Marta siguió profundizando en la propuesta de innovación curricular y línea de investigación *early algebra* (Molina, 2006). En su trabajo, indaga en la comprensión del signo igual y el pensamiento relacional de estudiantes de 3.º de Primaria, cobrando este segundo componente ahora mayor peso. Se logra describir y caracterizar el pensamiento relacional y analizar su vinculación con otros términos existentes en la literatura del área, tales como los sentidos *numérico*, *operacional*, *estructural* y *simbólico*. Desde el marco conceptual se profundiza en el significado de los términos *igualdad*, *identidad* y *equivalencia*, el origen y evolución histórica del signo igual y los diversos significados que se le reconocen a este signo en la aritmética y el álgebra escolar.

Además, debido al carácter emergente de la metodología utilizada, se discuten los orígenes, la fundamentación, las principales características, la potencialidad y las limitaciones de la investigación de diseño y, más concretamente, de los experimentos de enseñanza. También se identifican dificultades. De este modo se contribuye al desarrollo y divulgación de este paradigma metodológico.

La parte empírica de la investigación se centra en: *a*) la identificación las estrategias que emplean los alumnos en la resolución de las sentencias numéricas consideradas, *b*) la caracterización del uso de pensamiento relacional que evidencian sus producciones e intervenciones, *c*) el análisis y la evaluación de la comprensión del signo igual que muestran, y *d*) el detalle de la evolución de dicha comprensión y del uso de pensamiento relacional que ponen de manifiesto.

Los resultados muestran parte del potencial de la propuesta *early algebra*. La mayoría de los alumnos evidencian uso de pensamiento relacional, algunos incluso antes de que sea promovido en el aula. Las estrategias utilizadas en la resolución de las igualdades y sentencias propuestas difieren en el papel del cálculo, así como en el momento del proceso y modo en que se hace uso de pensamiento relacional. También se evidencian diversidad de estructuras de atención de los alumnos; sujetas a interacciones sociales además de a la carga cognitiva y dificultades que plantea la tarea. Se conjetura que el desarrollo de la compren-

sión del signo igual consiste en la adopción de multiplicidad de significados. Como consecuencia del trabajo conjunto entre Marta y sus directores de tesis, destacamos las siguientes publicaciones relativas a tres dimensiones del trabajo de tesis: el diseño metodológico adoptado, al estudio del pensamiento relacional de los estudiantes y el análisis del desarrollo de la comprensión del signo igual por estos.

Molina, Castro, Molina y Castro (2011) contribuyen con esta publicación a la divulgación y desarrollo del paradigma metodológico denominado *investigación de diseño*, así como a promover la reflexión y discusión al respecto. Presentan y ejemplifican las principales características de este paradigma y, más concretamente, de los experimentos de enseñanza. Su experiencia con dicha metodología les permite describirla desde un punto de vista práctico, señalando las acciones que implica su desarrollo, ejemplificando los diferentes elementos que la componen e identificando sus principales fortalezas y debilidades con la intención de guiar a investigadores interesados en llevar a la práctica esta metodología y permitirles tomar conciencia de los elementos clave a controlar en este tipo de estudios.

Molina, Ambrose, Castro y Castro (2009) profundizan en el uso y desarrollo de pensamiento relacional por parte de los estudiantes, haciendo uso del constructo *know to act* ('saber hacer'). Desde esta perspectiva argumentan que para involucrarse en el pensamiento algebraico los estudiantes tienen que romper algunos hábitos y que una forma de conseguirlo puede ser el uso de sentencias numéricas cuidadosamente diseñadas y discusiones orquestadas. Se identifican elementos específicos que promovieron que los estudiantes «supieran hacer» en este contexto. Los resultados ayudan a avanzar en el estudio de los modos emergentes de pensamiento algebraico.

En Molina, Castro y Castro (2009) se describen cuatro significados diferentes del signo igual identificados en las producciones orales y escritas de los estudiantes. Estos significados permiten distinguir niveles en su comprensión y analizar la evolución de esta a lo largo del experimento. En general los estudiantes emplearon multiplicidad de significados del signo igual y algunos mostraron cierta inestabilidad en su comprensión a lo largo de las seis sesiones. Identificamos factores específicos que explican esta inestabilidad y extraemos algunas consecuencias didácticas.

1.4. Proyecto 3 (2010-2012)

Este proyecto, dirigido también por Enrique Castro, se tituló «Modelización y representaciones en educación matemática» y estuvo en vigor desde enero de 2010 a diciembre de 2012. Vuelve a ser un proyecto continuación del anterior en el que se mantiene el equipo de investigación. Su finalidad fue estudiar las componentes cognitivas y metacognitivas asociadas con el empleo de las representaciones en la construcción de conceptos matemáticos y en la resolución de problemas dentro del ámbito de la educación matemática desde una perspectiva de la modelización matemática en el aula.

En este periodo Enrique ofreció a María y a Marta incorporarse a la dirección de varias tesis doctorales que él venía dirigiendo. En concreto, Marta inició la codirección de las tesis de Rubí C. López (2014) y de Jesús J. Castillo (2012), esta última codirigida también por Isidoro Segovia. María se incorporó como codirectora de la tesis de Antonio Codina (2015).

La tesis de Jesús J. Castillo, titulada *Estimación de cantidades continuas: Longitud y superficie* (2012), aborda la descripción y caracterización de la capacidad estimativa en longitud y superficie de un grupo de alumnos de 3.º de Educación Secundaria Obligatoria siguiendo la metodología de las investigaciones de diseño. Como aportes teóricos de este trabajo destacan la identificación de las componentes de la estimación en medida y los errores que suelen cometer los alumnos al resolver tareas de estimación en medida. Los resultados evidencian que los estudiantes son mucho más precisos en las estimaciones de longitudes que en las estimaciones de superficies y que no existe correspondencia entre el dominio de la capacidad estimativa de ambas magnitudes. Existe una tendencia a la subestimación/sobrestimación que depende de la cantidad a estimar, no de la magnitud ni del alumno. Se identifican perfiles basados en las componentes de la estimación que tienen asimiladas. Otros resultados informan sobre las estrategias empleadas y su influencia en la precisión de las estimaciones, los errores en que incurren los estudiantes al estimar y su relación con la precisión alcanzada, así como la influencia de las variables de tarea en las estimaciones.

En la tesis de Rubí, titulada *Resolución de problemas en Cálculo mediante nuevas tecnologías* (López, 2014), se estudia el desempe-

ño de un grupo de alumnos de ingeniería en la resolución de problemas de optimización mediante modelización matemática con la ayuda del CAS Maple. Adicionalmente se evalúan sus actitudes hacia el uso de la tecnología para hacer y aprender matemáticas, antes y después de la experimentación en el aula. En este trabajo se adopta un diseño mixto que combina un experimento de enseñanza, en el marco del paradigma de la investigación de diseño, y un estudio mediante encuesta de las actitudes de los estudiantes. Se diseña y valida un cuestionario de actitudes hacia el uso de la tecnología en las matemáticas que permite establecer un sistema categorial de actitudes afectivas. Los resultados indican que la tecnología no tiene influencia en el desempeño de actividades de modelización para resolver problemas con CAS. En relación con el proceso de modelización, se observa que la secuenciación de actividades seguidas a través de las siete fases del proceso de modelización, no se realiza de forma secuencial. El análisis secuencial de conductas a través de la técnica de coordenadas polares permite determinar qué fases del proceso de modelización provocan o inhiben que otras conductas se lleven a cabo.

De esta tesis se derivan, entre otras, las dos siguientes publicaciones. López, Castro y Molina (2013) analizan las actitudes de estudiantes de Ingeniería de nuevo ingreso hacia el uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Con este fin se diseña un cuestionario y se describe el proceso para establecer categorías sobre dichas actitudes. El establecimiento de factores relevantes y categorías mediante la metodología de análisis de contenido permite determinar tendencias en las actitudes de los estudiantes y es un aporte para futuras clasificaciones de actitudes hacia el uso de la tecnología en las aulas de clase. Los resultados indican una tendencia hacia actitudes positivas.

En López, Molina y Castro (2017) se describe un estudio de caso en el contexto del experimento de enseñanza anteriormente referido. Se analiza cómo una estudiante se apropia del proceso de modelización a lo largo de varias sesiones. Se detecta una concepción no unidireccional del proceso de modelización, con riqueza de interacción entre sus fases y omisión de acciones clave en la matematización y desmatematización del problema. Este estudio aporta información detallada de utilidad para la implementación de la modelización en el aula.

María C. se incorporó a la codirección de la tesis doctoral de Antonio Codina, también investigador del proyecto. El título de esta tesis es *Interacción e interactividad con nuevas tecnologías en la resolución de problemas matemáticos* (Codina, 2015). El objetivo de investigación general de este trabajo es describir el proceso de resolución de un problema de optimización y la influencia de la interactividad en dicho proceso en parejas de resolutores, empleando como recurso una actividad en formato web, que se diseña a tal efecto. Este estudio refleja una descripción macroscópica del proceso de resolución de los estudiantes. La obtención y concreción de las relaciones y tránsitos entre los estadios permiten describir las distintas dinámicas que se producen entre ellos. Se evidencia cómo la i-actividad fomenta la interactividad y, a su vez, cómo esta influye en la aparición de *insight* y en los cambios cognitivos y metacognitivos de los estudiantes. Conjuntamente detectamos que la influencia de la interactividad, transcurrido un tiempo desde que se produce la interacción, es relevante en el proceso de resolución colaborativo.

Con base en la tesis doctoral de Codina, destacamos el artículo de Codina, Cañadas y Castro (2015). Como innovación en la investigación en nuestra disciplina, se aplica el análisis secuencial de procesos y la técnica de coordenadas polares para estudiar las relaciones secuenciales e interrelaciones globales entre los distintos estadios en la resolución de problemas matemáticos. Se presentan dos niveles de concreción, uno para cada sujeto y otro para la pareja. Se analizan el conjunto de estadísticas básicas; periodos de trabajo colaborativo y paralelo; probabilidades de transición, secuencias o cadenas significativas, traslaciones de ejecución y el conjunto de mapas de relaciones globales entre los diferentes estadios. Se describen los comportamientos de los sujetos y las parejas durante el proceso de resolución, así como el trabajo colaborativo puesto en juego.

En el marco de este proyecto Enrique también dirigió o colaboró en otros trabajos de investigación. Fruto de esas colaboraciones destacamos, a modo de ejemplo, el artículo de Pérez-Tyteca, Castro, Rico y Castro (2011). Los autores analizan los niveles de ansiedad matemática que presentan alumnos universitarios de 1.^{er} curso. Este análisis se hace de forma global y también en función del género y las ramas de conocimiento. Globalmente, los sujetos presentan una ansiedad inferior al valor neutro. Las

mujeres presentan una ansiedad significativamente mayor que los hombres. Son significativas las diferencias entre ramas de conocimiento. Las titulaciones técnicas son las que menos ansiedad presentan y las titulaciones sanitarias las que más.

1.5. Desde 2012 hasta hoy

Desde 2012 hasta la actualidad, distinguimos una nueva etapa en la que Enrique pasa el testigo a las autoras de este capítulo. En la convocatoria de 2013, María C. y Marta consiguen su primer proyecto de investigación, titulado «Pensamiento funcional en estudiantes de Educación Primaria como aproximación al pensamiento algebraico». Los investigadores de este proyecto fueron, además de Enrique Castro, otros miembros del grupo FQM-193: Encarnación Castro, Aurora Del Río, Pedro Gómez, Antonio Moreno, Rafael Ramírez e Isidoro Segovia; junto con otros colaboradores de universidades extranjeras de reconocido prestigio a nivel internacional. En 2017, un equipo similar al anterior sigue trabajando bajo el paraguas de un proyecto continuación del previo, titulado «Pensamiento funcional en Educación Primaria: relaciones funcionales, representaciones y generalización». En estos proyectos las autoras de este capítulo retoman temas de investigación que provienen de sus tesis doctorales y de colaboraciones internacionales para abordar una amplia línea de trabajo.

En esta última etapa Enrique trabaja con diferentes investigadores, algunos de ellos miembros de los citados proyectos, continuando con sus intereses investigadores clásicos sobre la resolución de problemas y las estructuras multiplicativas o aditivas involucradas. Esto también se ve reflejado en la figura 1. A modo de ejemplo citamos las tesis doctorales de Carlos de Castro (2012), Rafael Ramírez Ucles (2012), Fany González (2015), José Antonio Fernández-Plaza (2015) y Juan Luis Piñeiro (2019), ya defendidas, y la de Islande Delgado-Monge en proceso de elaboración. Estas investigaciones han dado lugar a diversas publicaciones con indicios de calidad relevantes.

1.6. Reflexiones finales

Somos conscientes de que en este capítulo destacamos solo algunas de las publicaciones en las que Enrique ha colaborado. Enrique ha mostrado a lo largo de su carrera investigadora una producción científica elevada, no solo en cantidad, sino también en calidad, tal y como reflejan sus 5 sexenios de investigación y su vinculación como Catedrático en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Dada la limitación de extensión existente, hemos realizado una selección de trabajos, limitándonos a artículos y capítulos de libro, dejando de lado otras aportaciones que también constituyen parte importante de la actividad de Enrique. Pedimos disculpas por la ausencia de publicaciones relevantes que algún lector pueda echar en falta.

Dirigir proyectos I+D durante tantos años como hemos puesto de manifiesto en este documento es un mérito en sí. Estos proyectos han llevado asociadas financiaciones que han permitido a los investigadores miembros formarse y participar en diferentes foros especializados en Didáctica de la Matemática. Esto es notorio, sobre todo teniendo en cuenta el escaso presupuesto que durante estas décadas ha habido y hay disponible para investigación en general, y en Ciencias Sociales en particular.

Como hemos evidenciado, Enrique ha colaborado con diferentes investigadores del grupo FQM-193 Didáctica de la Matemática. Pensamiento Numérico. En algunos casos, la colaboración ha sido puntual en el tiempo y, en otros casos, se ha tratado de una colaboración más estable. En el caso de las autoras de este capítulo, Enrique ha actuado como orientador desde sus inicios como investigadoras y ha pasado el testigo, dejando de ser él investigador principal para que tomaran las riendas y pudieran contar con su experiencia y conocimiento. Esto denota su generosidad e interés por contribuir en la continuidad de la disciplina.

Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado en el proyecto con referencia EDU2016-75771-P, financiado por la Agencia Estatal de Investigación (AEI) de España y el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER). Agradecemos a Pedro Gómez y a Paola Castro por la elaboración de la figura 1.

1.7. Referencias

- Cañadas, M. C. (2002). *Razonamiento inductivo puesto de manifiesto por alumnos de Secundaria* (trabajo de investigación tutelada). Universidad de Granada, España.
- (2007). *Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de Educación Secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas* (tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Cañadas, M. C. y Castro, E. (2002). La importancia del razonamiento inductivo en la formación inicial de profesores. En: Gutiérrez, J., Romero, A. y M. Coriat (eds.). *El Practicum en la formación inicial del profesorado de Magisterio y Educación Secundaria: avances de investigación, fundamentos y programas de formación* (pp. 133-138). Universidad de Granada.
- Cañadas, M. C., Castro E. y Castro, Enr. (2008). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3.º y 4.º de Educación Secundaria Obligatoria en el problema de las baldosas. *PNA*, 2(3), 137-151.
- (2009). Using a model to describe students' inductive reasoning in problem solving. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7(1), 261-278.
- Castillo, J. J. (2012). *Estimación de cantidades continuas: longitud, superficie, capacidad y masa* (tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Codina, A. (2015). *Interacción e interactividad con nuevas tecnologías en la resolución de problemas matemáticos* (tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Codina, A., Cañadas, M. C. y Castro, Enr. (2015). La resolución de problemas matemáticos a través del análisis secuencia de procesos. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 13(1), 73-110.
- De Castro, C. (2012). *Estimación en cálculo con números decimales: dificultad de las tareas y análisis de estrategias y errores con maestros en formación* (tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Fernández-Plaza, J. A. (2015). *Significados escolares del concepto de límite finito de una función en un punto* (tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- González, F. (2015). *La comparación multiplicativa en los primeros niveles de Secundaria* (tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- López, R. (2014). *Resolución de problemas en Cálculo mediante nuevas tecnologías* (tesis doctoral). Universidad de Granada, España.

- López, R., Molina, M. y Castro, Enr. (2017). Modelización en el aula de ingeniería: un estudio de caso en el marco de un experimento de enseñanza. *PNA*, 11(2), 75-96.
- López, R., Castro, Enr. y Molina, M. (2013). Actitudes de estudiantes de ingeniería de nuevo ingreso hacia el uso de la tecnología en matemáticas. *PNA*, 8(1), 31-50.
- Molina, M. (2004). *Resolución de igualdades numéricas por estudiantes de tercer grado: un estudio sobre la comprensión del signo igual y el desarrollo de pensamiento relacional* (trabajo de investigación tutelada). Universidad de Granada, España.
- (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de Primaria* (tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Molina, M., Ambrose, R., Castro E. y Castro, Enr. (2009). Breaking the addition addiction: creating the conditions for knowing-to act in early algebra. En: Lerman, S. y Davis, B. (eds.). *Mathematical action & structures of noticing: Studies inspired by John Mason* (pp. 121-134). Róterdam: Sense Publisher.
- Molina, M. Castro, E. y Ambrose, R. (2005). Enriching arithmetic learning by promoting relational thinking. *The International Journal of Learning*, 12(5), 265-270.
- (2006). Trabajo con igualdades numéricas para promover pensamiento relacional. *PNA*, 1(1), 31-46.
- Molina, M., Castro, E. y Castro, Enr. (2009). Elementary students' understanding of the equal sign in number sentences. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 17, 7(1), 341-368.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. L. y Castro, Enr. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(1), 75-88.
- Pérez-Tyteca, P., Castro, Enr., Rico, L. y Castro, E. (2011). Ansiedad matemática, género y ramas de conocimiento en alumnos universitarios. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(2), 237-250.
- Piñeiro, J. L. (2019). *Conocimiento profesional de maestros en formación inicial sobre resolución de problemas en matemáticas* (tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Ramírez, R. (2012). *Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático* (tesis doctoral). Universidad de Granada, España.