

# Enseñanza de matemáticas en carreras químicas desde un enfoque aplicado y motivador

Víctor Martínez Luaces

## Resumen

Cuando se enseña Matemática como asignatura de servicio, la motivación desempeña un papel fundamental. En las carreras químicas como Ingeniería Química, Ingeniería en Tecnología de Alimentos, Química Farmacéutica, etc., no es sencillo encontrar libros de texto con ejemplos de aplicaciones de la Matemática que sean realmente significativos para ese tipo de estudiantes.

Desde el año de 1995, la Cátedra de Matemática de la Facultad de Química, dependiente de la Universidad de la República, en Montevideo, Uruguay, hizo un esfuerzo por solucionar ese problema participando en varios proyectos con profesores de otras disciplinas.

Como resultado de esta acción, actualmente se presentan los conceptos matemáticos en contexto con las otras asignaturas afines.

En este trabajo se presentan brevemente algunos ejemplos de lo anterior y se comentan los resultados. A partir de estos resultados se extraen conclusiones y se formulan recomendaciones.

## Summary

When Mathematics is taught as a service subject, motivation plays a fundamental role. In Chemical careers as Chemical Engineering, Food Technology Engineering, Pharmaceutical Chemistry, etc. is not easy to find text-books with examples of Mathematical applications with real signification for this kind of students.

Since 1995, the department of Mathematics in the Chemistry faculty at Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, tried to solve this problem participating in several projects with other teachers of different disciplines.

As a result of this action, now, most of the mathematical concepts are presented in context with other subjects.

In this paper, several examples are presented shortly, and results are commented. Taking into account these results, conclusions and recommendations are proposed.

## **Objetivos**

En general, cuando se enseña Matemática como asignatura de servicio, y en particular en las carreras químicas (Ingeniería Química, Ingeniería de Alimentos, Química, Bioquímica Clínica y Química Farmacéutica) la motivación con aplicaciones verdaderas, originadas en problemas reales es un elemento fundamental [1].

La Cátedra de Matemática de la Facultad de Química ha hecho un gran esfuerzo en los últimos años por acercar a los estudiantes a esos verdaderos problemas, la mayoría de los cuales a su vez no se encuentran en los textos, sino que provienen de los asesoramientos que realiza la cátedra y de los trabajos de investigación en los que se participa integrando equipos multidisciplinarios[2].

En este trabajo se analizan varios ejemplos de aplicación de temas como ecuaciones diferenciales, cálculo numérico, test de hipótesis, modelos lineales, ecuaciones en derivadas parciales (EDP), transformada de Laplace, representación de funciones de varias variables, integrales, sistema de ecuaciones, diseño de experimentos, etc. Dichos temas aparecen luego en los cursos de Cálculo, Álgebra lineal, Ecuaciones diferenciales, Probabilidad y Estadística y Computación y Cálculo numérico, que son los cursos de grado que dicta la cátedra [3], así como en los cursos de postgrado (EDP: aplicación a la Ingeniería Química, Tratamiento de Datos en Ingeniería Ambiental) y de Educación Permanente (tratamiento de datos experimentales, diseño de experimentos, control de calidad, optimización y quimiometría) [4 y 5].

También se analizan resultados de encuestas de evaluación docente en las que se evidencia la respuesta de los estudiantes a este tipo de iniciativas [6], y finalmente, a partir de todo lo anterior, se formulan conclusiones.

## **Desarrollo**

Como ya se comentó, en los cursos que dicta la cátedra, se presentan varios ejemplos concretos que pasamos a analizar:

a) Finura de lanas. (Test de hipótesis. Estimación de parámetros).

A solicitud de una barraca de lanas, se analizaron datos de finura de distintas muestras de lanas. Se dispuso para ello de una base de datos con mediciones de finura y el propósito era poder determinar intervalos de confianza para los fardos producidos por la empresa.

Entonces, se comenzó por investigar si los datos suministrados provenían de una distribución normal. Para ello se realizaron test de hipótesis (D'Agostino, Lillifors, Shapiro-Wilks y Kolmogorov-Smirnov) resultando rechazada la hipótesis de normalidad para un nivel de significación del 1%. Una representación gráfica de los datos permitió observar una distribución bimodal, lo que sugirió que se trataba de una superposición de dos distribuciones normales. Consultados los ingenieros de la firma, y luego de una visita a la planta, se comprobó que los datos provenían de la mezcla de lanas de dos razas diferentes (Merino y Corriedale). Tomando muestras aleatorias de lanas de cada raza se aceptó la hipótesis de distribución normal para cada una, con los mismos tests ya citados. Entonces para cada calidad de lana se pueden determinar intervalos de confianza [7]. El problema es utilizado actualmente en los cursos para ejemplificar tests de hipótesis, muestreo, e intervalos de confianza para muestras que provienen de distribuciones normales.

b) Cable colgado. (Integrales. Longitud de arco. Ecuaciones diferenciales).

Determinar la forma que toma un cable de transmisión de energía eléctrica, colgado entre dos postes es un interesante problema de Estática. Pero, al mismo tiempo, plantea ejemplos de Cálculo Diferencial (interpretación geométrica de derivadas), Cálculo Integral (longitud de arco de curva) y Ecuaciones Diferenciales. La solución es una catenaria [8], lo que muchas veces resulta sorprendente para los estudiantes que tienen una visión "poco aplicada" de las funciones hiperbólicas.

Este ejemplo fue puesto en un examen de Ecuaciones Diferenciales y actualmente aparece en los repartidos de práctico de la asignatura.

c) Adsorción de  $\text{CO}_2$  sobre Pt. (Sistema de EDO. Modelos lineales. Derivación numérica).

Se trata de determinar la cinética de adsorción de  $\text{CO}_2$  sobre Pt, ya que es un problema concreto que aparece en la práctica. En efecto, los electrodos de Pt y otros metales nobles sufren una disminución de su superficie activa por motivos de absorción, adsorción, electrodeposición, etc.

La cinética en este caso involucra 3 adsorbatos distintos y desde el punto de vista matemático da origen a sistemas de ecuaciones diferenciales que para su resolución requieren cálculo simbólico de valores y vectores propios, diagonalización, etc.

Por otra parte, la obtención de las constantes cinéticas implica cálculo numérico de derivadas (para obtener las velocidades instantáneas) y cálculos estadísticos para ajustar los modelos lineales correspondientes.

Los ejemplos provenientes de este trabajo fueron utilizados en varios cursos de Álgebra, Ecuaciones Diferenciales y Computación y Cálculo Numérico.

El trabajo en sí fue presentado en un congreso en Tucumán en 1997 [9] y está aceptado para publicación en Cuba [10].

d) pH de ácidos débiles monopróticos. (Funciones de varias variables. Solución numérica de ecuaciones algebraicas).

Los ácidos débiles monopróticos y sus sales son ampliamente utilizados en Química Analítica. Determinar el pH de una solución que contiene estos compuestos químicos es un problema complicado. En efecto, se trata de hallar raíces de ecuaciones polinómicas de grado superior a dos y que, además, poseen parámetros que ofrecen un amplio grado de variación.

Una posibilidad interesante (sobre todo desde el punto de vista didáctico) es tratar de obtener un modelo tridimensional que ilustre claramente la variación con respecto a los parámetros.

Esto se hizo en un trabajo conjunto [11] de docentes de Matemática y de Química Analítica y actualmente proporciona ejemplos interesantes de funciones de varias variables, cálculo numérico (raíces de ecuaciones polinómicas), etc.

e) *Penicillium* en manzanas. (Test de hipótesis. Diseño de experimentos).

Del análisis de la extensión de manchas de *Penicillium Expansum* en manzanas se logró probar, con nivel de significación del 1%, que no es razonable modelar los datos partiendo de una distribución normal, ya que una de las manchas observadas tenía un tamaño demasiado grande, es decir, se presentó un «outlier» no atribuible a errores sistemáticos [12]. La elección del tamaño de la muestra, el rechazo de los test de normalidad y el posterior tratamiento del problema a partir de tests no

paramétricos [12], ejemplifican temas como diseño de experimentos y test de hipótesis, que luego son abordados en los cursos [13]. Los datos en cuestión provienen de un trabajo de investigación con docentes de Microbiología [12].

f) Mapa de ruido de Montevideo. (Diseño de experimentos. Estadística no paramétrica).

El ruido es un contaminante que últimamente se ha empezado a estudiar en profundidad. En el caso de Montevideo en los últimos años se han hecho mediciones de campo que dieron lugar a un trabajo conjunto entre docentes e investigadores del Instituto de Mecánica de Fluidos e Ingeniería Ambiental (IMFIA), de la Facultad de Ingeniería, la Intendencia Municipal de Montevideo y con el asesoramiento estadístico de la Cátedra de Matemática de la Facultad de Química. El diseño del experimento (optimización de tiempos de muestreo, horario y duración de las muestras, etc.) así como el tratamiento de datos posterior, permitió trasladar a los cursos ejemplos de test de hipótesis no paramétricos, modelos lineales, diseño de experiencias, etc., presentados en un contexto poco habitual [14].

g) Reactor de lecho empacado. (Transformada de Laplace. EDP).

Un reactor de lecho empacado es un dispositivo de gran utilidad en el laboratorio y en la industria. El reactor tiene una forma tubular y contiene en su interior partículas de catalizador que entran en contacto con la solución que contiene los reactivos.

El diseño de reactores reales utiliza la Transformada de Laplace y en este caso, la obtención del coeficiente de difusividad surge de una EDP que se resuelve por Transformada de Laplace en la variable  $t$  (tiempo).

El problema en cuestión, en versión simplificada, fue puesto en un examen y también fue incluido en una publicación de la cátedra con aplicaciones de EDO, EDP y transformada de Laplace a problemas de Ingeniería Química e Ingeniería de Alimentos [15], muchos de ellos tomados de problemas de la vida real en los que los docentes de la cátedra trabajaron integrando equipos multidisciplinarios.

h) Regla de las fases. (Multiplicadores de Lagrange).

Cuando un sistema presenta varios componentes (agua, sal, vapor, etc.) y varias fases (sólido, líquido, gas), el número de grados de libertad del sistema viene dado por la Regla de las Fases, de Gibbs.

Esta regla se deduce utilizando extremos condicionados y multiplicadores de Lagrange [16] y esto provee un ejemplo interesante para el curso de Análisis Matemático II que vincula la Matemática con la Físicoquímica.

## Resultados

La inclusión de los ejemplos mencionados y otros [17], presentando un enfoque más amigable y relacionado con las orientaciones químicas de los estudiantes, produjo un mayor interés de éstos por los cursos. Esto se tradujo en que los resultados académicos obtenidos fueron mucho mejores [17]. Además, se produjo por parte de los estudiantes un mayor acercamiento a la cátedra, para realizar cursos breves y seminarios, así como trabajos y discusiones de casos reales en los que se realiza asesoramiento a industrias [18].

Es importante destacar que se cuenta con docentes vinculados en tareas de asesoría a organismos como el Comité Nacional de Calidad, el Laboratorio Tecnológico del Uruguay, el Instituto de Mecánica de Fluidos e Ingeniería Ambiental, y el Grupo Universitario de Estudio e Investigación en Química Ambiental, entre otros. Esto da a la cátedra un perfil mucho más aplicado y crea un vínculo permanente con estudiantes, docentes de otras asignaturas y egresados.

Otra buena fuente de casos de estudio son los cursos de Educación Permanente y los seminarios que organiza la Cátedra, a los que además de estudiantes asisten egresados y docentes de otras cátedras o de otras facultades [18], que desean perfeccionarse en algún tema, como control de calidad, tratamiento de datos, diseño de experimentos u optimización [19].

Estos cursos muchas veces generan a su vez la discusión de nuevos problemas técnicos relacionados con laboratorios e industrias. Estos problemas se plantean y discuten por parte de los propios egresados que trabajan directamente en los mismos, la cátedra, y demás participantes de los cursos o seminarios.

Además, la Cátedra de Matemáticas frecuentemente realiza consultas a otros docentes de Facultad y a profesionales sobre problemas vinculados con el área [7, 9, 11, 12 y 14].

Posteriormente, todas estas experiencias son volcadas a los cursos de grado, en algunos casos adaptadas en su formulación [17] para facilitar la comprensión de los estudiantes, y otras veces son planteadas en las

clases en forma cruda, estimulando así el pensamiento creativo frente a la modelación de problemas reales [13].

En cuanto a las posibles resoluciones de los problemas y casos planteados, puede ser bastante ecléctica, ya que si bien siempre se requiere un criterio analítico, muchas veces implica uso de herramientas computacionales o numéricas [10 y 11]. También esta diversidad de enfoques, que por cierto relaciona varias materias, produce un mayor interés de los estudiantes y una mejor fijación de las herramientas que de otra forma serían aprendidas en forma aislada y no dentro de un contexto global de trabajo técnico [6].

En cuanto a la evaluación de resultados, si bien en el año 1999 no se realizó por parte de la Facultad de Química una evaluación docente, sí se hizo en años anteriores [17 y 6]. Estas evaluaciones muestran la marcada preferencia de los estudiantes por este estilo de enseñanza de las Matemáticas y su reacción positiva al enfoque aplicado de los cursos actuales.

## Conclusiones

Los cuestionarios planteados a los estudiantes en el marco de las evaluaciones docentes [6] así como los análisis de distintos expertos [20] son coincidentes en que los cursos de servicio deben ser netamente aplicados y aplicables para lograr una buena motivación.

Por otra parte, más allá de la motivación, hay detrás de esto un objetivo fundamental: el modelado.

En lo que refiere a este punto, para ver su importancia bastaría citar las palabras del actual Presidente del Comité Interamericano de Educación Matemática, Dr. Carlos Vasco, que en la conferencia de clausura del décimo Congreso Interamericano de Educación Matemática (X CIAEM) dijo: «...Por eso, una de las más importantes tareas de la Matemática del siglo XXI va a ser estar a la caza de situaciones reales en las cuales se empiece a notar un esquema que se repite y tratar de encontrarle el modelo matemático más ajustado...» [21].

Finalmente, como se dijo en el Grupo de Trabajo sobre Enseñanza de Matemática en la Educación Superior, en Chile [22]: "es muy difícil poder enseñar temas como la ecuación del calor y su resolución, sin recuperar los escenarios en donde esos conceptos fueron creados". De igual modo resultaría muy complicado enseñar algo sobre la ecuación de ondas a un estudiante que nunca tuvo experiencias con fenómenos ondulatorios, o



enseñar cálculo vectorial a un alumno que no sabe lo que es el trabajo realizado por una fuerza o el flujo de un campo eléctrico o de un campo magnético. La idea es entonces no solamente presentar problemas reales, sino además intentar la recuperación de los escenarios en los que los conocimientos tienen aplicación.

No resulta posible, al menos en el momento actual, llevar a los estudiantes como "observadores" en los asesoramientos que realiza la Cátedra. Es decir, se puede hacer un cierto esfuerzo en presentar problemas reales, pero la recuperación de los escenarios sólo la podemos lograr en forma parcial en los cursos de grado.

Aún así, los resultados positivos ya se han hecho notar como fue mencionado en la sección anterior. En el postgrado y en los cursos de Educación Permanente la situación es totalmente distinta: los alumnos ya están insertos en el medio laboral y por lo general ya vienen a los cursos con problemas concretos. En estos casos, aproximarse al modelado en sus escenarios naturales, es algo que se realiza casi sin esfuerzo. De alguna manera el gran desafío es poder llegar a algo similar en los primeros cursos de las carreras.

En definitiva, algo se ha hecho y se ha avanzado bastante, pero aún queda mucho por hacer.

## Bibliografía

- [1] Bourguignon, J-P y otros (1999): "Reort of the Working Group A: Mathematics and Other Subjects", *ICMI Study Group on the Teaching and Learning of Mathematics at University Level*. Nanyang Technological University. Singapur.
- [2] Martínez Luaces, V. y Fuentes, J.: "Experiencias en la impartición de Procesamiento de Datos a profesionales de diferentes perfiles y niveles". *COMPUMAT 97*. Cienfuegos, Cuba, noviembre de 1997.
- [3] Plan de estudios de las carreras de la Facultad de Química del año 2000. Archivos de Facultad de Química. Montevideo. Uruguay.
- [4] Martínez Luaces, V. (1995): *Tratamiento Estadístico de Datos Ambientales*. Edición GUEIQA.
- [5] Martínez Luaces, V. (1999): *Tratamiento Estadístico de Datos en Ingeniería Ambiental*. Edición IMFIA.
- [6] Martínez Luaces, V. (1998): "Matemática como asignatura de servicio: algunas conclusiones basadas en una evaluación docente", *Números. Revista de didáctica de matemáticas*. Vol. 36, pp. 65-67. España.



- [7] Archivos de la Unidad de Asesoramientos Estadísticos de la Cátedra de Matemática (1996–2000).
- [8] Zill, D. (1997): “Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones de modelado”. International Thomson Editores, pp. 24-25 y 237-238. México.
- [9] Zinola, F.; Méndez, E.; y Martínez Luaces, V.: “Modificación de estados adsorbidos de Anhídrido Carbónico reducido por labilización electroquímica en superficies facetadas de platino”. X Congreso Argentino de Físicoquímica, Tucumán, abril de 1997.
- [10] Martínez Luaces, V.; Zinola, F.; y Méndez, E.: “Problemas Matemáticos Computacionales en el estudio de Mecanismos de Reacciones Químicas”, *Actas de COMAT 99*, Cuba (en imprenta).
- [11] Martínez Luaces, V. y Labandera, F. (1994): “pH de ácidos débiles monopróticos, como función de la concentración y del pKa: un modelo simple y de bajo costo”, *Anuario Latinoamericano de Química*, Argentina.
- [12] Paolillo, A.; Vero, S.; Cerdeiras, P.; Martínez, V.; Fuentes, J.; y Mondino, P.: “Control biológico de *Penicillium Expansum* sobre manzanas”. *III Jornadas Rioplatenses de Microbiología*, Buenos Aires, octubre de 1997.
- [13] Martínez Luaces, V. y Cuitiño, E.: “Estadística para Químicos: ¿Qué enseñar?”. *Actas de la XII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. México (en imprenta).
- [14] González, E.; Martínez Luaces, V.; Gaja Díaz, E.; y Reig (1997): “Niveles sonoros en la ciudad de Montevideo”. *Anales de Tecnicística*. Oviedo, España.
- [15] Martínez Luaces, V. (1999): “Aplicaciones: problemas para el curso de Matemáticas III” Ed. A.E.Q.
- [16] Martínez Luaces, V.: “Algunos teoremas del Cálculo Diferencial en Matemática y Físicoquímica: una propuesta de articulación” *Actas de COMAT '99* (en imprenta).
- [17] Martínez Luaces, V.; Gómez, A. y Acher, R.: “Innovaciones en la enseñanza de Ecuaciones Diferenciales para Ingeniería Química e Ingeniería de Alimentos”, póster presentado en la XIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 13), realizada en Santo Domingo en julio de 1999.
- [18] Martínez Luaces, V. (1997): “Informe del Seminario de Optimización”. *Archivos del Consejo de la Facultad de Química*.
- [19] Archivos de la Unidad de Educación Permanente de la Fac. de Química.
- [20] Víctor Martínez Luaces, V.; y Casella, S. (1996): “La educación matemática en las diferentes ramas de la Ingeniería en el Uruguay hoy”. *Memorias del II Taller sobre la enseñanza de la Matemática para Ingeniería y Arquitectura*. ISPJAE. La Habana, Cuba.

- [21] Vasco Uribe, C.: "Las Matemáticas Escolares en el año 2010". Conferencia pronunciada en la X CIAEM, Maldonado, agosto de 1999. *Boletín especial N.º 1 de SEMUR (Sociedad de Educación Matemática Uruguay)*, Uruguay, septiembre de 1999.
- [22] Martínez Luaces, V.; Díaz Moreno, L.; Suárez, M.; Lacués, E. y otros: "Informe del Panel y del Grupo de Trabajo sobre Enseñanza de Matemática en la Educación Superior", *V Congreso de Didáctica de Matemática del Cono Sur*, Santiago de Chile, enero del 2000.

Víctor Martínez Luaces. victor@bilbo.edu.uy  
Cátedra de Matemática de la Facultad de Química. DEQUIFIM. Universidad de la República. Montevideo. Uruguay.



**Regularidad sobre la irregularidad.**  
*Elena Rupérez Verde*