

Sobre los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele y la formación de profesores en activo

María Candelaria Afonso Martín

Resumen

El presente trabajo constituye un resumen de la Tesis Doctoral, "Los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele. Un estudio con profesores en ejercicio"^(*) la cual se inscribe dentro de las líneas de investigación del área de Didáctica de las Matemáticas del Departamento de Análisis Matemático. Se trata de estudiar las competencias didácticas de un grupo de 11 profesores de Matemáticas en activo a la hora de implementar un diseño innovador en Geometría aplicando las modelizaciones de Van Hiele. Para ello, recurrimos al diseño y aplicación de un Programa de Formación que se desarrolló mediante un proceso de "inmersión", antes de su aplicación a los alumnos por los profesores participantes, para finalmente evaluar el desarrollo del mismo.

Abstract

The present work is a summary of the Ph. D. Thesis entitled 'Van Hiele's levels of geometrical thinking. A study with practising teachers' (*), which is inscribed within the research trends of the area of Didactics of Mathematics of the Mathematical Analysis Department. The aim is to study didactical competences of a group of 11 teachers on active service at the moment of implementing an innovative design in Geometry applying Van Hiele's modellings. To do this, we recur to the design and application of a Training Program developed by means of an 'immersion' process, before its application to the students by the participating teachers, and finally, to evaluate its development.

Introducción

Esta investigación se ha desarrollado en el ámbito de la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría, ciencia que, como bien sabemos, constituye un elemento básico del currículo de Matemáticas, tanto en Educación Primaria (6-12 años) como en Educación Secundaria Obligatoria (12-16).

Somos plenamente conscientes de que gran parte de los problemas planteados en el desarrollo de la docencia de esta materia aparecen como consecuencia ya sea de las concepciones, las creencias o de la propia

(*) Defendida el 17 de julio de 2003 en la Facultad de Matemáticas de la Universidad de La Laguna y realizada bajo la dirección de los doctores Matías Camacho Machín y Martín M. Socas Robayna.

formación que tienen los profesores en el ejercicio de su labor. Por este motivo, esta investigación ha tenido en cuenta el aprendizaje, entendido como el resultado de las relaciones entre el contenido, el alumno y el profesor; para ello, se ha utilizado una metodología cualitativa a la hora de estudiar a un grupo de profesores actuando en sus clases, antes y después de ser inmersos en un Programa de Formación, basado en el desarrollo de diseños de instrucción modelizados a partir de la teoría de Van Hiele.

Dos han sido los propósitos o ejes en torno a los cuales ha girado nuestra investigación. Por una parte, intentamos verificar si se producía la mejora (o no) de la calidad del proceso de planificación de la enseñanza de la Geometría desde la perspectiva de Van Hiele, y determinar, en su caso las condiciones en las que se ha podido producir esta mejora; por otra, extraer información de las competencias didácticas puestas en práctica por un grupo de profesores de Matemáticas en activo, antes y después de un Programa de Formación que utiliza las modelizaciones de Van Hiele.

Las investigaciones sobre la formación inicial y permanente de los profesores de Matemáticas realizadas hasta ese momento ya incidían en la necesidad de contar con planes de formación, que contemplaran de forma equilibrada los contenidos teóricos y prácticos (Camacho, Hernández y Socas, 1998; Ponte, Matos y Abrantes, 1998; Ryan, 1998; Yanes 1998). Del mismo modo, los estudios sobre el sistema educativo español, llevados a cabo por el Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (1998a y b), reflejan la escasa predisposición mostrada por los profesores de Matemáticas en ejercicio a la hora de incorporar estrategias de enseñanza innovadoras y participativas, circunstancia que dificulta el desarrollo de un programa de Matemáticas en el contexto de la LOGSE.

Estos precedentes nos motivaron a estudiar las competencias didácticas de los profesores de Matemáticas en activo a la hora de implementar un diseño innovador en Geometría aplicando las modelizaciones de Van Hiele; para ello, recurrimos al diseño y aplicación de un Programa de Formación que desarrollaba, mediante un proceso de "inmersión", las modelizaciones geométricas y didácticas de los Van Hiele, antes de su aplicación a los alumnos por los profesores participantes.

Así pues, nuestro Proyecto requería que observáramos la toma de decisiones de un grupo de profesores en activo (11) ante un tópico concreto: *Ángulos, Medidas de Ángulos o Giros*, cuando asumen el desarrollo de la Geometría en un marco constructivista de las Matemáticas como una propuesta de carácter innovador y, de igual manera, analizar cómo ponían en juego sus creencias y conocimientos de carácter epistemológico sobre el saber geométrico y de carácter didáctico, tanto en los aspectos de la enseñanza como del aprendizaje. Por consiguiente, nuestra inves-

tigación debía permitirnos aclarar algunas dudas y responder a no pocos interrogantes referidos tanto a las competencias didácticas como a la evaluación de un Programa de Formación.

En relación con las competencias didácticas, nos planteamos cuestiones de carácter cognitivo, curricular y de práctica docente, relativas al aprendizaje realizado por los profesores en activo que participaron en el Programa de Formación:

- ¿Cuál es el nivel de competencias didácticas iniciales de los profesores participantes en el Programa de Formación?
- ¿Cuál es el nivel de competencias didácticas referidas a las modelizaciones de Van Hiele, una vez finalizado el mismo?
- ¿Cuál es el nivel de aplicación de las modelizaciones de Van Hiele en sus prácticas docentes en Matemáticas, una vez finalizado el Programa de Formación?
- ¿Qué tipo de dificultades encuentran para implementar las modelizaciones que derivan de Van Hiele?
- ¿Qué aspectos relevantes de las competencias didácticas caracterizan a un profesor de Matemáticas para que pueda desarrollar con éxito una propuesta de enseñanza-aprendizaje desde la perspectiva de los Van Hiele?

En relación con la evaluación del Programa de Formación, intentamos aportar información para mejorar el diseño y el contenido del mismo, así como para tomar decisiones sobre sus futuras aplicaciones; dicho trabajo debería aportarnos respuestas a las siguientes cuestiones:

- ¿Qué predisposición manifiestan los profesores en ejercicio, después del Programa de Formación, ante las modelizaciones de Van Hiele en sus trabajos docentes en Geometría?
- ¿Cuál es el nivel de aplicación de las modelizaciones de Van Hiele, desarrolladas en el Programa de Formación?
- ¿Cuál es la valoración que hacen los profesores en ejercicio participantes en la experiencia didáctica, del diseño del "Curso Guía" del Programa de Formación?

Una vez delimitado el problema y planteadas las cuestiones, nos propusimos los siguientes objetivos generales.

1. Diseñar, implementar y evaluar un Programa de Formación de Profesores de Matemáticas en activo, que utilizara las competencias didácticas derivadas de las modelizaciones de Van Hiele.

2. Analizar las competencias didácticas de los profesores, antes y después de cursar el Programa de Formación.

3. Analizar la predisposición de los mismos hacia el uso de las citadas modelizaciones, después de cursar el Programa de Formación.

En relación con estos objetivos generales nos formulamos las siguientes hipótesis o conjeturas:

- a) la combinación de los test de Usiskin y Jaime es apropiada, para mostrarnos el nivel de pensamiento geométrico de los profesores que participan en el Programa de Formación, y, los alumnos que trabajan las unidades de aprendizaje diseñadas;
- b) las modelizaciones de Van Hiele serán asumidas por el profesorado en activo, desde Programas de Formación de calidad, que incluyan la práctica (inmersión) como parte esencial de los mismos;
- c) las categorías de análisis que derivan del enfoque Lógico-Semiótico son adecuadas para analizar las competencias didácticas de los profesores participantes.

Se describirá la investigación atendiendo a los siguientes apartados: Marco conceptual, Metodología, Estudio global, Estudio específico, Evaluación del Programa de Formación de Profesores y Conclusiones.

Marco conceptual

El marco teórico conceptual en el que desarrollamos nuestra investigación se fundamenta en cinco componentes

- El modelo de Van Hiele;
- la formación de profesores en activo;
- el perfil del profesor;
- el conocimiento del profesor de Matemáticas. El conocimiento profesional;
- la Evaluación de programas educativos.

El modelo de Van Hiele:

Según los Van Hiele, el pensamiento matemático sigue un modelo concreto que consta de dos partes. Una descriptiva, en la que identifica una secuencia de tipos de razonamiento llamados los «niveles de razonamiento», y otra, instructiva que sugiere a los profesores directrices para

que puedan ayudar a sus alumnos a alcanzar con más facilidad un nivel superior de razonamiento, denominadas «fases de aprendizaje».

- Nivel 1: Reconocimiento (Visualización). Los alumnos perciben las figuras geométricas globalmente por su forma y no por sus propiedades.
- Nivel 2: Análisis. Los alumnos son conscientes de que las figuras geométricas están formadas por partes y de que están dotadas de propiedades matemáticas.
- Nivel 3: Clasificación (Abstracción). Los alumnos comienzan a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático, son capaces de realizar razonamientos deductivos y entienden el significado de una definición.
- Nivel 4: Deducción formal (Deducción). Los alumnos pueden realizar razonamientos lógicos formales; las demostraciones de varios pasos ya tienen sentido para ellos y aceptan su necesidad como único medio para verificar la veracidad de una afirmación.
- Nivel 5: Rigor. Los alumnos son capaces de trabajar en distintos sistemas axiomáticos, prescindiendo de cualquier soporte concreto para desarrollar su actividad matemática. Este último nivel es el que menos investigaciones ha promovido.

Tal y como se ha indicado, los Van Hiele recomiendan a los profesores de Geometría que organicen esta enseñanza siguiendo unas determinadas pautas que reciben el nombre de «fases de aprendizaje», por todas y cada una de ellas ha de pasar el alumno para alcanzar un nivel de razonamiento superior:

- Fase 1: Información. El profesor indica a sus alumnos sobre el campo de estudio que van a trabajar, como por ejemplo conceptos que van a manejar, problemas, materiales...
- Fase 2: Orientación dirigida. Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio, resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor.
- Fase 3: Explicitación. Los alumnos intercambian sus experiencias, comentan lo que han observado, explican cómo han resuelto las actividades, etc, todo ello dentro de un contexto de diálogo en el grupo.
- Fase 4: Orientación libre. Los alumnos deberán ahora aplicar y combinar los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más complicadas. En esta fase los alumnos conocen el campo de estudio, pero todavía deben perfeccionar el conoci-

miento del mismo, tanto de contenidos como de habilidades de razonamiento.

- Fase 5: Integración. Los nuevos conceptos y habilidades que los alumnos han aprendido en las fases anteriores están asimilados, pero aún deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente.

Fuys, Geddes y Tischler (1988) resumieron las características principales de los niveles de Van Hiele de razonamiento geométrico indicando que:

- los niveles son secuenciales;
- cada nivel tiene su propio lenguaje, una serie de símbolos y una red de relaciones;
- lo que es implícito en un nivel llega a ser explícito en el siguiente nivel;
- el progreso de un nivel al siguiente es más dependiente de la instrucción que de la edad o maduración biológica.

Formación de profesores en activo:

Justificamos el interés generado por los estudios que relacionan el pensamiento de los profesores y su toma de decisiones, ya que permiten crear un fundamento sólido para la formación de los profesores y para llevar a cabo innovaciones educativas; debido a ello, estas investigaciones han sido tomadas en consideración de manera creciente en estos últimos años.

Para configurar nuestro Programa de Formación de Profesores en activo, hemos adaptado el modelo de investigación y desarrollo del currículo, utilizado por Hernández (1997) y Afonso, Socas, Hernández y Palarea (1994), que se basa en los trabajos de Fennema, Carpenter y Peterson (1989) y Rachlin (1989) y en el modelo de Shavelson y Stern (1981), referido a las variables que inciden en la toma de decisiones de los profesores.

El perfil del profesor:

Tomando en consideración los trabajos de Camacho, Hernández y Socas (1998) en los cuales se establece el perfil del profesor de Matemáticas derivado de la LOGSE, nuestra propuesta curricular en Geometría en términos de Van Hiele requiere que el profesorado reúna determinadas aptitudes y actitudes (perfil del profesor), lo que implica cambios importantes en su epistemología (Afonso, Camacho y Socas, 1999). Estos aspectos se concretan de la siguiente manera:

1. Formación científica en Geometría, al menos con un nivel de pensamiento geométrico superior al que pretende trabajar con sus alumnos.
2. Concepción del aprendizaje en términos de investigación dirigida.
3. Capacitación para trabajar con alumnos que presenten un alto grado de heterogeneidad en destrezas básicas, intereses y necesidades en Geometría.
4. Concepción del currículo de Geometría como un instrumento educativo que permite desarrollar los diferentes niveles de razonamiento geométrico.
5. Valoración y ejercitación del trabajo en equipo.
6. Capacidad para facilitar una matemática para todos reduciendo en lo posible los aspectos más abstractos.

Conocimiento del profesor de Matemáticas. Conocimiento profesional

Este factor, referido al conocimiento profesional del profesor de Matemáticas es caracterizado desde el enfoque Lógico-Semiótico, identificado en la práctica mediante las competencias didácticas. Esta caracterización del conocimiento profesional no está en contradicción, en general, con la opinión de los diferentes autores Blanco (1995), Llinares (1994 y 1998), Shulman (1988), Bromme (1988, 1994), Marcelo (1992). En este sentido, entendemos por competencia didáctica para desarrollar un programa de Geometría desde la perspectiva de Van Hiele, la capacidad para seleccionar, con criterios fundados, un conocimiento o habilidad particular en Geometría, de manera que pueda ser aplicada en la situación de enseñanza-aprendizaje según el modelo de Van Hiele.

Desde la perspectiva de nuestra investigación, el conocimiento del profesor debe involucrar competencias didácticas, que contribuyan a que el docente asuma, como alternativa de enseñanza de la Geometría las fases de aprendizaje de los Van Hiele y los niveles de pensamiento geométrico.

Evaluación de Programas educativos

La evaluación de programas educativos de Matemáticas constituye una acción inmediata, dirigida a orientar cambios en pro de la calidad de la enseñanza y aprendizaje de la misma; en este sentido, se han manifestado autores como Colás (1997a y 1997b), Fernández-Ballesteros (1996), Pérez-Juste (1995, 2000). Nos propusimos alcanzar una de nuestras me-

tas, observar la mejora de la calidad del proceso de planificación de la enseñanza de la Geometría, así como determinar las condiciones en las que se ha producido esta mejora.

Una vez terminado el marco teórico conceptual, pasaremos a describir la manera de llevar a cabo la investigación, es decir el diseño general de la misma.

Metodología

La investigación no se enmarca en un paradigma único, sino que se sitúa entre dos perspectivas:

La interpretativa, a través de la cual se pretende conseguir una mayor comprensión de las situaciones y relaciones establecidas, a la vez que permite dar respuesta a los interrogantes de cómo los sujetos perciben, interpretan, modifican y construyen los objetos matemáticos considerados.

La analítica, con el fin de reducir el fenómeno que se estudia a dimensiones objetivables, susceptibles a efectos de medición, análisis estadístico y control experimental.

En cuanto a su finalidad, consideramos que nuestro estudio se trata de una investigación aplicada, ya que tratamos de resolver un problema práctico: Estudiar la influencia que un Programa de Formación, basado en la perspectiva de la Teoría de Van Hiele tiene para los profesores en el desarrollo de su práctica profesional.

Las diferentes técnicas e instrumentos de recogida de la información son de manera resumida: Curso Guía por "inmersión" para profesores en activo, Guiones de clase (antes y después del Curso Guía), las entrevistas a los profesores, las videograbaciones de las sesiones de clase (antes y después del Curso Guía), los Test, la Producción del Profesorado durante el Curso Guía, los Diarios de clase elaborados por los profesores, el Diario de la investigadora y las Puestas en común.

Nos centramos a continuación en el *Curso Guía*, elemento central de la investigación. El Curso Guía supone situar a los profesores en activo ante una propuesta de enseñanza y aprendizaje de la Geometría que genera la reflexión acerca del razonamiento y fortalecimiento en sus futuros alumnos, de habilidades geométricas, las cuales son habitualmente abordadas con los medios formales de enseñanza, pero mediante estrategias diferentes. Por consiguiente, se parte de una preparación no únicamente

teórica (Teoría de Pensamiento Geométrico de Van Hiele), ya que es necesario que exista una creencia firme de que lo que se va a desarrollar en el aula favorezca el aprendizaje de los alumnos. Así pues, el Curso Guía no es un recetario sobre cómo ejecutar un plan de formación para los alumnos de Primaria y Secundaria Obligatoria en los temas: *Ángulos*, *Medida de Ángulos y Giros*, ni tiene como objetivo la reproducción de un microcurrículo diseñado por un equipo de investigación, sino que pretende ser un vehículo de interpretación, justificación, clarificación y orientación, desde la práctica misma ("inmersión") de las transformaciones que surgen en un proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría.

Es importante señalar además que esta interpretación, justificación, clarificación y orientación que se hace del currículo, no se apoya únicamente en la práctica docente, sino que el Curso Guía incorpora los resultados seleccionados de la investigación realizada hasta la fecha, en torno a la Teoría de Van Hiele, las opiniones y experiencias de los docentes involucrados en una primera fase del proyecto de investigación y las opiniones y experiencias de los 11 profesores en activo participantes en la investigación.

Incidimos en el hecho de que el Curso Guía se desarrolla utilizando el mismo material curricular (diseños de instrucción) que luego los profesores en activo propondrán a los alumnos en sus clases, los objetivos de este Curso son los siguientes:

- Motivar a los profesores en activo, para la integración Didáctica de las fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele, en sus actividades didácticas para la enseñanza de la Geometría.
- Actuar, en el ámbito de la formación permanente del profesorado de Matemáticas de la Educación y de la Educación Secundaria Obligatoria, aportándoles los conocimientos matemáticos y didácticos asociadas al modelo de Van Hiele para la enseñanza de la Geometría.
- Promover la reflexión del profesorado en activo, acerca de las potencialidades del modelo didáctico de Van Hiele en la enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

Como señala Marcelo (1992), las deficiencias didácticas del profesorado de Matemáticas le inducen a recurrir al ensayo y al error como principal instrumento para aprender a enseñar; por ello, el cambio que nos hemos propuesto con el desarrollo de la investigación llevada a cabo supone para el profesorado tanto un cambio curricular como un cambio metodológico.

Los tres *diseños de instrucción* que hemos trabajado en el Curso Guía, *Ángulos*, *Medida de Ángulos* y *Giros* presentan sus unidades de aprendizaje en los niveles 2 y 3, con la finalidad de pasar a los alumnos del nivel 1 al nivel 2 y de éste al 3.

El diseño de instrucción *Ángulos* consta de las unidades de aprendizaje "Ángulos en los niveles 2 y 3": Ángulos 2 (Análisis) y Ángulos 3 (Clasificación (abstracción)). Se elaboraron 33 actividades para la unidad de aprendizaje Ángulos en el nivel 2 y 39 actividades para el nivel 3. El nivel 2 hace referencia al reconocimiento por parte de los alumnos de lo que es un ángulo y de sus elementos, construcción de ángulos, comparación de ángulos con respecto a la relación entre sus partes, y clasificación de ángulos con respecto al ángulo recto; y el nivel 3 hace referencia a las capacidades de los alumnos para definir, usar propiedades y hacer deducciones informales.

El diseño de instrucción *Medida de Ángulos* consta de las unidades de aprendizaje "Medida de ángulos en los niveles 2 y 3". Ambas unidades se organizan de manera continua, una sobre "Medida de Ángulos y operaciones sobre Medidas de Ángulos", que se situará en el nivel 2, Medida de Ángulos 2 y otra, sobre "la suma de los ángulos de un polígono", que se trabajará en el nivel 3, Medida de Ángulos 3, es decir, las dos secuencias de aprendizaje dan lugar a la unidad de 3, a las medidas indirectas. Se elaboraron 54 actividades para el nivel 2 y 27 al nivel 3.

El diseño de instrucción *Giros* consta de las unidades de aprendizaje en los niveles 2 y 3, Giros 2 y Giros 3. Estas dos unidades de aprendizaje se organizan de manera continua, una tratará de Generalidades sobre Giros y Propiedades de los giros, que se situará en el nivel 2, a la que denominamos Giros 2, y la otra, sobre Producto o Composición de Giros, que se trabajará en el nivel 3 y que se denomina Giros 3, es decir, las dos unidades de aprendizaje dan lugar al diseño de instrucción Giros organizado, en definitiva en torno a los niveles 2 y 3, donde el nivel dos hace referencia a los giros y sus propiedades y el nivel tres a la composición de giros. Se elaboraron 35 actividades para el Nivel 2 y 38 para el Nivel 3.

Recordemos que en esta investigación el propósito principal desglosado es triple, observar las competencias didácticas con que llegan los profesores a la experiencia didáctica, detectar las mejoras que se producen en el proceso de planificación de la enseñanza de la Geometría y determinar las condiciones en que se producen estas mejoras, para ello establecimos a priori un sistema de categorías de análisis referido a los siguientes ámbitos de estudio: contexto, cognición geométrica, adaptación curricular, cognición didáctica e interacciones; todos ellos nos permitie-

ron determinar la situación institucional en la que actuaba el profesor, así como sus competencias didácticas en relación con el modelo de aprendizaje y enseñanza de Van Hiele. A modo de síntesis indicamos lo que cada ámbito significaba en nuestro trabajo:

Contexto: Conjunto de datos iniciales que sitúan al profesorado en activo en relación con la institución escolar, así como los juicios de valor que se atribuyen a los demás elementos del microsistema educativo: alumnos, Matemáticas y Geometría.

Cognición Geométrica: Nos referimos a ella en dos términos; atendiendo a los niveles de razonamiento de los profesores en términos de los niveles de Van Hiele; para ello utilizamos los tests de Jaime (1993) y Usiskin (1992); refiriéndonos al análisis de sus estados de opinión en torno a la importancia y concepciones de la Geometría, relacionándola con los aspectos que la caracterizan; para ello, utilizamos la entrevista inicial, las respuestas en la categoría juicio de los profesores sobre el contenido JPC. De este modo, se estudiará para todos los profesores el papel que tiene para ellos la deducción, el trabajo informal, el planteamiento y resolución de cuestiones abiertas, el desarrollo de la intuición espacial para la Geometría, así como la importancia en relación a la propia Geometría y otras materias.

Adaptación Curricular: Nos referimos al diseño de las actividades de enseñanza-aprendizaje, lo cual nos permite considerar el tipo de organización propuesto: conceptual o curricular. Para ello, nos basamos principalmente en las grabaciones en vídeo, los recursos que utilizan los profesores y el desarrollo que hacen de la unidad de aprendizaje elegida, atendiendo a lo que ésta enseña (conceptos, procedimientos, actitudes), su papel en el desarrollo de las tareas y la forma de organizarlas; también, en el tipo de adaptación que hacen del currículo se tendría en cuenta sus respuestas en la entrevista inicial respecto a la naturaleza de la tarea (N.T.).

Cognición Didáctica: Con esta categoría, tratamos de determinar, por una parte, las decisiones didácticas tomadas por los profesores a la hora de desarrollar su trabajo en tanto que docentes, las cuales nos permitieron definir su "tendencia didáctica": tradicional, tecnológica e investigativa. Por otra parte, teníamos en cuenta la valoración de los profesores sobre el grado de aceptación que según ellos tenían sus alumnos acerca de la Geometría, indagando en las razones que esgrimían para ello, así como el guión de la clase utilizado y el desarrollo de las clases grabadas en vídeo.

Siguiendo a Porlán (1993), Carrillo y Contreras (1994), Contreras (1998), la "tendencia tradicional" se caracteriza porque el profesor explica los

contenidos, y se basa fundamentalmente en el uso del libro de texto, utilizando materiales concretos, dibujos y gráficas; además, los ejemplos que utiliza son sus propios ejemplos, explicando sus soluciones concretas. La "tendencia tecnológica" vendrá determinada por el uso de una programación cerrada, el uso de materiales y ejemplos, basados principalmente en los libros de texto. La "tendencia investigativa", identificada por Porlán como espontaneísta, ateniéndonos a la importancia del papel que ellos consideran que tienen los alumnos con su propio aprendizaje; anima a sus alumnos a buscar sus propias soluciones, hacen investigaciones con los objetos que les rodean, permite y utilizan las soluciones que proponen sus alumnos para alcanzar la solución correcta.

Interacciones: En nuestro trabajo nos basamos en el modelo (I-R-E) de Mehan (1979) entendido como pregunta o propuesta del profesor, respuesta o actuación del alumno y evaluación por el profesor, además de las interacciones de los alumnos entre sí.

Nuestro trabajo no pretende analizar la contribución que cada participante hace al proceso de generación del conocimiento matemático, nuestro interés se centra exclusivamente en la existencia o no de interacción y en el contenido de las intervenciones del profesor y de los alumnos en los intercambios de información geométrica desde la perspectiva del modelo de Van Hiele. Es obvio que la perspectiva cognitiva (geométrica y didáctica) del profesor juega un papel fundamental en las interacciones que se generan en la clase de Geometría. Nos fijaremos especialmente en los comportamientos de los profesores y de los alumnos en términos de :

- Interacciones entre el profesor y sus alumnos,
- Interacciones de los alumnos entre sí.

Recogemos en esta tabla de doble entrada las competencias didácticas y perfil del profesor, donde en la primera columna observamos que el sistema de análisis que deriva desde el enfoque Lógico Semiótico nos lleva a caracterizar las competencias didácticas de un profesor en términos de: contexto, cognición geométrica, adaptación curricular, cognición didáctica e interacciones; en la segunda columna tenemos que una propuesta de Geometría en términos de Van Hiele requiere de un profesorado con un determinado perfil. Es necesario en consecuencia establecer relaciones entre las competencias didácticas y el perfil del profesor idóneo para el desarrollo de una propuesta de esta naturaleza.

COMPETENCIAS DIDÁCTICAS	PERFIL DEL PROFESOR
Cognición geométrica	1. Formación científica (Nivel de razonamiento geométrico)
	Concepciones sobre la Geometría (deductiva, manipulativa, trabajo informal)
Cognición didáctica	2. Concepción del aprendizaje en términos de investigación dirigida 3. Respeto a la heterogeneidad
Adaptación curricular	4. Organización de la Geometría desde una perspectiva curricular
Interacciones	5. Valoración y ejercitación del trabajo en grupo
Contexto	Importancia de las Matemáticas, adecuación institucional

Estudio global

En esta parte de la investigación se realiza el estudio detallado de los 11 profesores que participaron en la investigación, con el objetivo de determinar las Competencias Didácticas iniciales, analizadas en torno a la adecuación de cada uno de los profesores al Perfil de Profesor, capaz de afrontar, con éxito, una reforma curricular en Geometría, basada en los planteamientos que propone la Teoría de razonamiento geométrico de Van Hiele.

Como ya hemos señalado, las Competencias Didácticas iniciales serán analizadas en torno a las cinco categorías de análisis: contexto, cognición geométrica, adaptación curricular, cognición didáctica e interacciones; para ello se presentan y discuten los datos que aportaron los once profesores en una fase previa a la implementación del Curso Guía.

En definitiva, se trata de caracterizar las competencias didácticas de cada uno de los profesores, basándonos en el estudio de sus estados de opinión, tanto sobre la Geometría como parte del currículo de Matemáticas para la Enseñanza Obligatoria, como sobre su enseñanza y aprendizaje, en el análisis de su actuación profesional como profesores de Matemáticas, tal y como habitualmente la desempeñan y en la determinación del nivel de razonamiento geométrico en que se encuentran los profesores.

Para ello utilizamos diferentes instrumentos como la entrevista Inicial (semiestructurada) que hemos denominado Protocolo cerrado, los Test sobre el razonamiento geométrico de Van Hiele, de A. Jaime y Z. Usiskin,

los guiones de la clase utilizados por los profesores antes del Curso Guía y las videograbaciones de las dos sesiones de clase desarrolladas antes del Curso Guía.

El estudio se hizo profesor por profesor y finalmente, se incluyó un apartado de conclusiones, en el que se trató de relacionar las competencias didácticas que hemos establecido con el perfil del profesor idóneo para desarrollar una propuesta curricular con sus alumnos, basada en la Teoría de Van Hiele. La Tabla 1 se recogen los resultados de estudio global. Resaltaremos de su análisis los siguientes aspectos:

1. Se tienen dos situaciones generales: (1) los profesores que tienen un (*) en el descriptor 1, es que sólo se les ha evaluado su nivel de razonamiento con el test de Usiskin y (2) en la fila del descriptor 2 del perfil (SI-SI o SI-NO en negro-negrilla) se muestra la tendencia manifestada en la entrevista inicial-la tendencia observada en las videograbaciones.
2. Como era de prever, existen dificultades reales a la hora de cumplimentar un test como el de Jaime (1993).
3. No ocurrió así con el test de Usiskin (1982) pese al gran abanico de limitaciones que tiene la interpretación cognitiva que poseen esta clase de instrumentos.
4. Con respecto al primer descriptor del perfil del profesor idóneo se observa que únicamente los profesores P1 y P5 podrían ser considerados como adecuados para desarrollar un currículo desde tal perspectiva (nivel de pensamiento 4). En relación con el segundo descriptor para la cognición geométrica, podemos decir que los profesores P1, P2, P3, P6, P8, P10 y P11 poseen una concepción de la Geometría como una materia en la que resulta fundamental destacar el papel de la deducción y que debe estar basada en mucho trabajo trabajo informal y manipulativo.
5. Si observamos el descriptor 2 del perfil del profesor, nos encontramos con dos grupos de profesores: P1, P2, P3, P4, P8 y P9 desarrollan sus clases mostrando la tendencia investigativa señalada en la entrevista inicial, al igual que el profesor P5 que se manifiesta en sus clases como un profesor de tendencia tradicional, tal y como señala en la entrevista inicial. Sin embargo, los profesores P6, P7, P10 y P11, que en la entrevista inicial muestran una tendencia investigativa, pueden ser catalogados durante las sesiones de clase desarrolladas, como profesores de tendencia tecnológica o tradicional, según el caso. En definitiva, se observa una organización de las tareas de tipo investigativo para los profesores P1, P2, P3, P4, P8 y P9, jugando el papel de orientadores en

el desarrollo de las mismas. Los restantes profesores desarrollan tareas de carácter rutinario, jugando el papel de transmisores del conocimiento.

6. Con respecto a la adaptación curricular, existen pocos profesores que hacen la organización de las tareas desde una perspectiva curricular (P1, P2, P4 y P8), siendo la organización propuesta por los restantes profesores de tipo conceptual.
7. Con respecto a las interacciones analizadas en las videograbaciones, observamos cómo los agrupamientos para la realización de las tareas confirman una predisposición y valoración clara de trabajo en grupo para los profesores P3, P4, P8 y P9. Los restantes profesores no han mostrado que el trabajo efectivamente fuera un trabajo de grupo (P1, P2, P5, P6, P7, P10, P11), lo que no ratifica el estado de opinión expresado por algunos profesores en la entrevista inicial (P5, P6 y P7 manifiestan que casi siempre realizan el trabajo en grupo).

COMPETENCIAS DIDÁCTICAS	PERFIL DEL PROFESOR	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11
Cognición geométrica	1. Formación científica (Nivel de razonamiento geométrico)	SÍ 4	NO (2-3)	NO 1(*)	NO 2(*)	SÍ 4	NO (2-3)	NO 2	NO 2	NO 2(*)	NO 2(*)	NO 2-3
	Concepciones sobre la Geometría (deductiva, manipulativa, trabajo informal)	SÍ	SÍ	SÍ	NO	NO	SÍ	NO	SÍ	NO	SÍ	SÍ
Cognición Didáctica	2. Concepción del aprendizaje en términos de investigación dirigida	NO	NO	NO	NO	SÍ NO	SÍ NO	SÍ NO	SÍ-SÍ	SÍ	SÍ	SÍ
	3. Respeto a la heterogeneidad	SÍ-SÍ	SÍ-SÍ	SÍ-SÍ	SÍ-SÍ	NO-NO	SÍ-NO	SÍ-NO	SÍ-SÍ	SÍ-SÍ	SÍ-NO	SÍ-NO
Adaptación curricular	4. Organización de la Geometría desde una perspectiva curricular	SÍ	SÍ	NO	SÍ	NO	NO	NO	SÍ	NO	NO	NO
Interacciones	5. Valoración y ejercitación del trabajo en grupo	NO	NO	SÍ	SÍ	NO	NO	NO	SÍ	SÍ	NO	NO
Contexto	Importancia de las Matemáticas, adecuación institucional	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SI	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ

Tabla 1

8. Una vez hecho todo el análisis del grupo de profesores participantes, P1 y P8 podrían considerarse como profesores tales que sus competencias didácticas se presentan adecuadas para desarrollar un currículo desde la perspectiva de Van Hiele. De la misma manera, los profesores P5 y P7 son los que más se alejan del perfil establecido.

9. Los profesores P6, P10 y P11 tampoco se adecuan al perfil deseado; su cognición geométrica los describe con una formación científica situada por debajo de las expectativas. Se podría conseguir esta adecuación fomentando su valoración y ejercitación del trabajo en grupo y una transmisión del conocimiento de carácter no rutinario.
10. Los restantes profesores P2, P3, P4 y P9 tampoco se adecuan al perfil, aunque su cognición didáctica ayudaría a compensar su deficiencia en relación con la cognición geométrica.

La observación de los resultados nos lleva a concluir, que la epistemología, que ha sido establecida en términos de competencias didácticas, se muestra como un elemento que puede ofrecer grandes dificultades a la hora de implementar un currículo de Geometría, elaborado partiendo de los elementos que describe la Teoría de Van Hiele, debido principalmente a los diferentes desequilibrios, tal como acabamos de describir, que se dan en relación con las cinco categorías que describen al profesor idóneo para desarrollar esta propuesta de enseñanza.

Como consecuencia de esto, para afrontar con ciertas garantías una innovación curricular de este tipo es necesario desarrollar un Programa de Formación que contemple una integración, justificación y orientación desde la práctica misma, para que pueda tener alguna incidencia en la epistemología del profesorado.

Estudio específico

Comenzamos ahora el estudio de *Ángulos, Medida de Ángulos y Giros*, se trata del estudio de 6 de los 11 profesores relativos a las tres unidades de aprendizaje: dos de los profesores trabajaron con la unidad "Ángulos" (profesores codificados como P5 y P6); dos con la unidad "Medidas de Ángulos" (profesores P3 y P11); y dos con la unidad "Giros" (profesores P1 y P2). Es decir, de los once profesores, se seleccionaron dos por cada unidad de aprendizaje. Los datos son los aportados por los profesores desde el inicio del Curso Guía hasta la entrevista final II en la que se cierra la recogida de información en este trabajo. El estudio se hizo de manera análoga al apartado anterior (el estudio global).

Las razones seguidas para la elección de los seis profesores son del contenido a tratar, de la etapa educativa donde se encontraban (primer ciclo de ESO, con la excepción de P3), nivel de pensamiento geométrico donde estaban ubicados y competencias didácticas.

El estudio tomó en consideración y como punto de partida, el diagnóstico inicial que se describe en el apartado anterior, así como los datos que aportan los diferentes instrumentos elaborados: diario de la investigadora y del profesorado participante, producciones durante el Curso Guía, puestas en común durante y después del Curso Guía, entrevistas finales I y II y grabaciones en vídeo de las sesiones de clase después del Curso Guía.

En relación con las competencias didácticas finales de los seis profesores recogemos en Tabla 2 algunos resultados de los mismos, antes y después del Curso Guía.

Los datos en negrilla se refieren al resumen de las observaciones, después del Curso Guía, es decir, durante la implementación en sus aulas de las unidades de aprendizaje.

COMPETENCIAS DIDÁCTICAS	PERFIL DEL PROFESOR	P1	P2	P3	P5	P6	P11
	2. Concepción del aprendizaje en términos de investigación dirigida	SÍ-SÍ SÍ	SÍ-SÍ SÍ	SÍ-SÍ SÍ	NO-NO NO	SI-NO SÍ	SÍ-NO SÍ
Cognición geométrica	1. Formación científica (Nivel de razonamiento geométrico)	SÍ-SÍ 4	NO-SÍ (2-3)	NO-SÍ 1(*)	SÍ-SÍ 4	NO-SÍ (2-3)	NO-SÍ 2-3
	Concepciones sobre la geometría (deductiva, manipulativa, trabajo informal)	SI-SÍ	SI-SÍ	SÍ-SÍ	NO-NO	SI-SÍ	SÍ-SÍ
Cognición Didáctica	3. Respeto a la heterogeneidad	NO	NO	NO	SI-NO	SI-NO	SÍ
Adaptación curricular	4. Organización de la geometría desde una perspectiva curricular	SÍ	SÍ	NO	NO-NO	NO-SÍ	NO
Interacciones	5. Valoración y ejercitación del trabajo en grupo	NO	NO-SÍ	SÍ	NO-NO	NO-SÍ	NO
Contexto	Importancia de las Matemáticas, adecuación institucional	SI-SÍ	SI-SÍ	SI-NO	SI-SÍ	SI-SÍ	SI-SÍ

Tabla 2

A continuación, detallaremos algunas conclusiones del análisis de las competencias didácticas de únicamente tres de los profesores para no extendernos. Comenzaremos por **el profesor P5**, el cual antes del Curso Guía, se caracteriza por ser un profesor con una alta formación geométrica (nivel 4), con unas competencias idóneas para desarrollar la propuesta

de Geometría basada en el Modelo propuesto. Sin embargo, el análisis de la práctica, a través de los guiones y de las videograbaciones de clase, muestra un profesor que se aleja del citado perfil, lo que corrobora en sus manifestaciones en relación con la cognición didáctica. Se trata, en la práctica, de un profesor de marcada tendencia tradicional, que centra el desarrollo de sus clases en transmitir el conocimiento geométrico.

Después de la implementación del Programa de Formación el profesor dice haber perdido un poco la perspectiva del trabajo y encontrar múltiples dificultades a la propuesta desarrollada. El diseño le parece muy trabajado en las actividades, aunque encuentra una necesidad de mayor delimitación en las situaciones de aprendizaje.

Posee un fuerte arraigo en la metodología que desarrolla, sin embargo, indica que la aplicación del modelo no está suficientemente explícita, y, en consecuencia, va a depender del profesor que lo explique; esto se pone de manifiesto en su actuación frente a la implementación del diseño; para él las situaciones de enseñanza- aprendizaje descritas requieren de una mayor concreción.

Valora la experiencia globalmente como factible, siempre que se realice con un menor número de actividades y se estructure de forma diferente para los distintos cursos o niveles.

Se trata de un Curso Guía que presenta "una experiencia distinta" a la que él conoce y ha trabajado. El contexto en el que decide trabajar el diseño de Ángulos nivel 2 es conveniente.

Es un profesor adecuado para desarrollar el modelo en relación únicamente con el nivel de pensamiento geométrico. Sin embargo, su concepción de la Geometría, su cognición didáctica, la manera de entender el currículo, las formas de interaccionar en clase, le alejan del perfil idóneo para desarrollar un experiencia de este tipo.

Antes del Curso Guía, **la profesora P11** se sitúa en un nivel de pensamiento geométrico entre 2 y 3, con una concepción de la Geometría especialmente deductiva que organiza sus propuestas curriculares desde una óptica conceptual, se muestra con una tendencia tradicional; aunque, en sus manifestaciones se caracteriza a sí misma como de tendencia investigativa.

Una vez implementado el Programa de Formación valora el diseño como bueno y adecuado para el nivel en el que lo ha llevado a cabo (2º de ESO), y cree que, siguiendo este proceso de enseñanza-aprendizaje se desarrolla más la capacidad de razonamiento, sin embargo, lo identifica

como un proceso lento que puede provocar ansiedad en el profesorado, al creer que no termina la programación del curso.

Señala que la propuesta curricular diseñada es factible siempre que se le ofrezca al maestro ya diseñada, y no tenga que utilizar más horas para elaborarla.

El contexto en el que desarrolla las unidades de aprendizaje, Medidas de Ángulos, es el apropiado. La cognición geométrica y didáctica están en consecuencia con las modelizaciones de Van Hiele, así como la aceptación del modelo de desarrollo curricular y las interacciones que genera en sus clases.

Antes del Curso Guía, **P1 es un profesor** con un nivel de pensamiento geométrico alto (nivel 4), y con una visión de la Geometría de carácter experimental que fomenta en los alumnos el trabajo investigativo. Su idea de la organización del currículo está centrada en los aspectos fenomenológicos y además no está en contradicción entre lo que piensa y hace en sus clases.

Implementado el Programa de Formación, valora el diseño como bueno en lo que supone de innovación, trabajo meticuloso y de coherencia con el proceso de aprendizaje real de los alumnos. Pero, le parecen excesivas y en algunos casos reiterativas las actividades propuestas.

Considera el proceso correcto y de organización adecuada en el desarrollo de la experiencia, no obstante, insiste en la necesidad de mejorar algunos aspectos del diseño.

Incide en que el curso realizado y el desarrollo de la experiencia son muy buenos, puesto que le ha permitido analizar el diseño de cada una de las actividades, y ver personalmente las dificultades de realización de cada una de ellas.

El contexto que ha elegido para la implementación de las actividades de aprendizaje giras es adecuado (2º de ESO), siendo un profesor que presenta el perfil ideal para desarrollar el modelo de Van Hiele en todos sus aspectos: cognición geométrica y didáctica, adaptación curricular e interacciones.

Análogamente, en la Memoria Doctoral se considera el estudio de los otros tres profesores (P2, P3 y P6). Para finalizar, cabe señalar que de los seis profesores estudiados en este apartado, sólo uno, el P5, no incorpora la modelización didáctica de Van Hiele en sus competencias didácticas y otro (el profesor P3) tampoco lo hace dado que tiene dificultades institucionales para desarrollar las secuencias de aprendizaje, pues debe ocuparse de enseñar en otro nivel (5º de Primaria).

Evaluación del Programa de Formación de Profesores

A continuación tratamos la evaluación del Programa de Formación. Para ello, nos propusimos dar respuestas a diferentes interrogantes, por ejemplo:

¿Qué predisposición manifiestan los profesores en ejercicio, después del Programa de Formación, ante las modelizaciones de Van Hiele en sus trabajos docentes en Geometría?

¿Cuál es el nivel de aplicación de los profesores en ejercicio de las modelizaciones de Van Hiele, desarrolladas en el Programa de Formación?

¿Cuál es la valoración del diseño del "Curso Guía" del Programa de Formación que hacen los profesores en activo, participantes en la experiencia didáctica?

La evaluación del Programa de Formación de profesores tiene una metodología concreta que se desarrolla en tres momentos diferentes: diseño, desarrollo y resultados (Colás, 1997 y 1997 ; Fernández-Ballesteros, 1996; Pérez Juste, 1995, 2000).

Los instrumentos y técnicas de recogida de la información son: diario de la investigadora, diario de clase elaborado por los profesores participantes, producciones de participantes durante el curso guía, puestas en común durante y después del curso guía y las Entrevistas Finales I y II y las aportaciones videograbadas de las clases después del Curso Guía.

En la evaluación del Programa participan la investigadora responsable, el equipo de investigación y los profesores en activo, en tanto que usuarios del mismo.

En la evaluación del diseño del programa consideramos dos dimensiones, la Calidad del diseño en términos de Contenidos (CDC) y de Calidad Técnica (CT), y la Viabilidad del diseño en términos de adecuación entre metas, medios y recursos.

Los indicadores de la calidad del diseño en relación con los contenidos (CDC) son: Actualidad de los contenidos de Geometría relevancia o pertinencia didáctica de los contenidos y adecuación de los contenidos al contexto y a las demandas educativas en Geometría de estos profesores en activo.

Los indicadores de la calidad del diseño en relación con el aspecto técnico (CT) son: Adecuación entre objetivos, actividades, medios y mecanismos de evaluación, adecuación entre los objetivos y las necesidades de

formación en Geometría de los profesores en activo (Pertinencia) e información adecuada entre los diferentes componentes del programa.

Los indicadores de la viabilidad del diseño (V) son: respuesta del programa a la demanda de los profesores en activo, temporalización adecuada y medios necesarios para la implementación del programa.

De la misma manera, en la evaluación del desarrollo del Programa consideramos dos dimensiones de análisis la cognitiva y operativa. La cognitiva está referida a los niveles de aprovechamiento de los contenidos geométricos y del conocimiento didáctico; en este sentido nos referimos a los primeros como cognición geométrica (CG) y a los segundos como cognición didáctica (CD). La operativa está referida a la puesta en práctica de los diseños de instrucción, digamos adaptación curricular (AC), relativa a las cuestiones relacionadas con la planificación prevista en relación con la unidad de aprendizaje e interacciones (I) referida a las relaciones entre alumnos y alumnos y profesor en cada una de las fases del desarrollo de aprendizaje de Van Hiele.

Los indicadores de la evaluación del desarrollo de los diseños en relación con la cognición geométrica (CG) son: realización de las actividades diseñadas, empleo de los recursos, resolución sistemática y adecuada de los procedimientos geométricos y propuestas de cambios de actividades.

Los indicadores de la evaluación del desarrollo del diseño en relación con la cognición didáctica (CD) son: aceptación de la modelización didáctica de Van Hiele como estratégica de la enseñanza de la Geometría y aceptación del modelo de Pensamiento Geométrico de Van Hiele.

Los indicadores de la evaluación del desarrollo del diseño en relación con la adaptación curricular (AC) son: cumplimiento de la temporalización, respeto a la planificación (actividades, recursos), rapidez o flexibilidad en la aplicación del diseño y cambios en relación a las necesidades institucionales.

Los indicadores de la evaluación del desarrollo del diseño en relación con las interacciones (I) son: agrupamientos de alumnos, participación en las tareas, preguntas de los alumnos, respuesta del profesorado a los alumnos y distribución para el trabajo en el aula.

La evaluación de los resultados del Programa contempla el análisis de los logros obtenidos en relación con el desarrollo del Programa, que se traducirá en la práctica en términos de Decisiones Didácticas Proyectadas, Valoraciones e Implicaciones Didácticas.

Se analizan además los logros cognitivos (geométricos y didácticos del Programa), los cuales se constatan en las producciones y tomas de decisiones de los profesores. Para ello, a partir de las realizaciones de las actividades propuestas en las unidades de aprendizaje del Curso Guía, y de la puesta en práctica de las mismas, se observó y analizó si los profesores en activo asumían o no las modelizaciones de la propuesta de Van Hiele.

Queremos resaltar ahora algunos aspectos del Programa de Formación como conclusiones y valoraciones.

Como conclusiones de la calidad del diseño del programa, expresamos que respecto al contenido (CDC), se ajusta a las necesidades de formación del profesorado en activo en Geometría, por la actualidad, relevancia y pertinencia didáctica, por la adecuación de éste al contexto y por las demandas educativas de estos profesores en activo.

Respecto a la calidad técnica (CT), son elementos reveladores, la aportación de información del mismo, relativa a objetivos y actividades, en la que se presentan, de forma clara y precisa, los aspectos que persigue, en correspondencia con las actividades que se deben realizar para su logro, así como los recursos necesarios para su aplicación.

Respecto a la viabilidad del diseño (V), podemos decir que el Programa de Formación, da respuestas a las demandas de los profesores en activo, con respecto a la temporalización, así como la adecuación de los medios a las necesidades del Programa, para su implementación.

Como conclusiones de la evaluación del desarrollo del Programa señalamos que los participantes presentaron una resolución sistemática y secuenciada de los procedimientos geométricos, expuestos en las unidades de aprendizaje, así como una integración adecuada de los conocimientos geométricos tratados, lo que pone de manifiesto su cognición geométrica (CG).

Por otra parte, la aplicación del cuestionario de la entrevista final (I) nos costó que los profesores en activo valoran como bueno el desarrollo de las competencias didácticas de la implementación por inmersión del Curso Guía, a efectos de poder planificar la enseñanza de la Geometría, desde la perspectiva de Van Hiele (CD).

Para la evaluación de los resultados del Programa, también se tuvieron en consideración las actuaciones de los participantes, 6 meses después de finalizado el Programa de Formación. Para ello, se realizó una entrevista a los once profesores.

El interés de la misma era doble: por una parte, queríamos confirmar la información sobre la aplicación del diseño en el curso anterior, así como la elección de los alumnos; por otra, pretendíamos analizar en el profesorado participante, las consecuencias didácticas derivadas del programa de formación, que organizamos en términos de decisiones didácticas proyectadas, implicaciones didácticas y valoración personal de la implementación del diseño en el aula, descriptores que observamos a continuación:

Los aspectos referidos a las decisiones didácticas proyectadas fueron los siguientes:

- Trabajar en el curso siguiente con el diseño preparado (D1)
- Trabajar en el curso siguiente con algunas actividades del diseño preparado (D2)
- Tener la intención de trabajo con el diseño (D3)
- Tener la intención de trabajo con actividades del diseño (D4)
- No trabaja ni con el diseño ni con las actividades del diseño (D5)

En las implicaciones didácticas se analizan aspectos referidos a:

- Relaciones entre el diseño y el trabajo que desarrollan en las actividades (R)

Por último, se considera:

- Valoración de la implementación del diseño en el aula (V)

Conclusiones

Trataremos de resumir las aportaciones más relevantes e indicar algunas perspectivas futuras de investigación. Nos habíamos planteado tres objetivos generales:

1. Diseñar, implementar y evaluar un Programa de Formación de Profesores de Matemáticas, en activo, que utiliza las competencias didácticas que derivan de las modelizaciones de Van Hiele.
2. Analizar las competencias didácticas de los profesores en activo, antes y después de cursar el Programa de Formación.
3. Analizar la predisposición de los profesores en activo hacia el uso de las modelizaciones de Van Hiele, después de cursar un Programa de Formación.

En lo que se refiere al primer objetivo general, y, en concreto, a la evaluación del Programa de Formación destacamos que:

a) La evaluación de la calidad del diseño del Programa de Formación se pone de manifiesto mediante los indicadores de *actualidad de contenido, pertinencia y congruencia entre los objetivos del Programa y las necesidades de los profesores de Matemáticas en activo*, para desarrollar un currículo de Geometría desde la perspectiva de Van Hiele. Particularidades todas ellas que apreciamos desde los estudios preliminares o de preparación de los diseños de instrucción para el Curso Guía del Programa de Formación hasta la entrevista final (I), que en palabras de la profesora P11: *una propuesta curricular de este estilo es factible para el desarrollo de la Geometría siempre que se le ofrezca al profesor ya diseñada y no tenga que utilizar más horas para elaborarla.*

Consideramos favorable la viabilidad del diseño, pues en el Programa de Formación se aprecia congruencia entre sus metas, dirigidas a dar respuesta a las demandas concretas de los profesores en activo en relación con las modelizaciones de Van Hiele, los medios y los recursos previstos, así como la temporalización establecida para su implementación.

La evaluación del diseño del Programa de Formación fue satisfactorio, aunque en su momento observamos ciertas limitaciones o disfunciones: excesiva temporalización, reiteración en algunos casos de ciertas actividades, problemas de vocabulario y dificultades conceptuales en algunas actividades. Ahora bien, algunas de estas limitaciones fueron subsanadas al finalizar el Curso Guía y antes de su implementación con los alumnos, siendo en todo momento un elemento de motivación que implicó a los profesores participantes en la experiencia.

En lo concerniente a la evaluación del desarrollo del Programa de Formación, éste tiene tres momentos significativos: momento inicial en el que se determinan las condiciones iniciales de los profesores respecto a los objetivos pretendidos en el Programa de Formación, momento intermedio al finalizar el Curso Guía por inmersión y momento final al terminar la implementación de las unidades de aprendizaje.

Con respecto al momento inicial, es decir las condiciones iniciales de los once profesores, pudimos observar que la epistemología del profesor, establecida en los términos descritos por sus competencias didácticas, resulta ser un elemento que puede ocasionar un amplio número de dificultades, cuando se trata de implementar un currículo de Geometría, basado en los términos presentados por la Teoría de pensamiento geométrico de Van Hiele.

En relación con las cinco categorías que describen al profesor idóneo para desarrollar esta propuesta de enseñanza: contexto, cognición geométrica, adaptación curricular, cognición didáctica e interacciones, observamos desequilibrios en los tres grupos de profesores:

P1 y P8

P5 y P7

P2, P3, P4, P6, P9, P10 y P11

Es decir, sólo los profesores P1 y P8 muestran unas competencias didácticas cercanas al perfil idóneo para implementar la propuesta de enseñanza diseñada, pero debido a razones diferentes.

P1 se adecua al perfil deseado principalmente debido a su fuerte cognición geométrica y su cognición del aprendizaje en términos de investigación dirigida, así como su carácter de orientador del aprendizaje. Habría que fomentar en él el trabajo en grupo y el respeto a la heterogeneidad de la clase.

Por otra parte, las competencias didácticas del profesor P8 están basadas principalmente en una fuerte cognición didáctica y las interacciones desarrolladas con sus alumnos. Sin embargo, su cognición geométrica es la que hace diferir a este profesor del perfil idóneo, por lo que se necesitaría buscar elementos que contribuyeran al incremento de esta competencia didáctica en términos de formación científica.

Existen también profesores como P5 y P7 que se alejan bastante del perfil establecido. Sin embargo, existe una diferencia fundamental entre ambos. Mientras que el profesor P5 se caracteriza por poseer una cognición geométrica, en términos de formación científica, perfectamente adecuada (nivel de pensamiento geométrico), la profesora P7 presenta una cognición geométrica baja, así como una cognición didáctica también alejada del perfil, al igual que ocurre con las demás categorías de análisis.

Respecto a los profesores P2, P3, P4, P6, P9, P10, P11, indicamos que tampoco parecen, a priori ser adecuados para desarrollar nuestra propuesta, si se tiene en cuenta que todos tenían una formación científica por debajo de la inicialmente prevista, dándose así dos situaciones diferentes.

* los profesores P6, P10 y P11 difieren además del perfil dado en que tienen una predisposición mayoritaria a responder al gran grupo o individualmente, y no respetan al grupo de trabajo, estructura básica en la modelización didáctica de Van Hiele y

* los profesores P2, P3, P4 y P9 muestran unas competencias didácticas, quizás más cercanas a dicho perfil dado que su cognición didáctica, con una concepción investigativa de la enseñanza y del aprendizaje los describe con una alta tendencia orientadora del conocimiento geométrico.

La evaluación del momento intermedio, es decir, una vez finalizado el Curso Guía, pone en evidencia que sus contenidos geométricos y didácticos contribuyen a incrementar las competencias didácticas de los profesores.

El progreso por parte del profesorado participante se pone de manifiesto en las producciones de los profesores y en las puestas en común durante el Curso Guía y se pone en evidencia la integración de las modelizaciones de Van Hiele.

Podemos señalar que el balance del desarrollo del Programa en relación con el Curso Guía es favorable. No obstante hemos de resaltar la manifestación de falta de tiempo y el uso reiterativo de algunas actividades.

La evaluación del *momento final* toma en consideración los aspectos prácticos y operativos del Programa de Formación en lo relativo al cumplimiento de la programación de las unidades de aprendizaje elegidas y de la modelización geométrica y didáctica seguida, en la que cabe destacar un resultado satisfactorio en relación con: la adecuación de las actividades realizadas, la secuenciación seguida y los resultados observados por los profesores participantes. al cumplimiento de la programación de las unidades de aprendizaje elegidas y de la modelización geométrica y didáctica seguida, en la que cabe destacar un resultado satisfactorio en relación con: la adecuación de las actividades realizadas, la secuenciación seguida y los resultados observados por los profesores participantes.

En relación al segundo objetivo general, y refiriéndonos a las competencias didácticas de los profesores después del Programa de Formación, señalamos los siguientes aspectos:

* los profesores participantes aceptan la concepción de los aprendizajes que derivan de la modelización didáctica de Van Hiele,

* no encuentran dificultades para proponer nuevas actividades, cuando éstas son necesarias para aclarar y completar la unidad de aprendizaje que están desarrollando, sin desvirtuar la modelización didáctica de Van Hiele,

* el dominio de las fases de aprendizaje constituye una parte de la modelización asumida por la mayoría, aunque encontramos profesores que admiten y ponen de manifiesto la dificultad para diferenciarlas,

* el agrupamiento de los alumnos, utilizado por los profesores participantes para el trabajo en el desarrollo de la unidad, muestra la valoración que ellos han asumido para la implementación de la misma,

* los profesores muestran competencias geométricas para implementar sin dificultad las unidades de aprendizaje elegidas, tanto en el nivel 2 como en el 3, a pesar de su bajo nivel de razonamiento geométrico inicial,

* la adaptación del currículo que se ocasiona a partir de las modelizaciones de Van Hiele es aceptada por la mayoría de los participantes, salvo en casos puntuales.

En relación con el tercer objetivo, constatamos que, siete de los once profesores habían implicado las modelizaciones de Van Hiele en sus clases de Geometría, y, sólo cuatro profesores no lo habían hecho, tres de los cuales daban razones de tipo institucional, el cuarto señalaba la difícil incorporación de este material curricular, ya que su Centro había estructurado y organizado todas las Matemáticas en la Educación Primaria y no admitía alteración en la estructura y organización previa de las Matemáticas en Primaria.

Junto a los tres objetivos generales nos habíamos formulado tres hipótesis o conjeturas:

1. La combinación de los test de Usiskin y Jaime es apropiada para mostrarnos el nivel de pensamiento geométrico de los profesores que participan en el Programa de Formación y de los alumnos que trabajan las unidades de aprendizaje diseñadas.
2. Las modelizaciones de Van Hiele serán asumidas por el profesorado en activo desde Programas de Formación de calidad, que incluyan la práctica (inmersión) como parte esencial del mismo.
3. Las categorías de análisis que derivan del enfoque Lógico-Semiótico son adecuadas para analizar las competencias didácticas de los profesores en activo que participan en las experiencias didácticas.

En relación con la primera conjetura, podemos decir los Test de Usiskin y Jaime se muestran como instrumentos complementarios para analizar los niveles de pensamiento geométrico de los profesores, pero presentan ciertas dificultades de carácter práctico, principalmente el test de Jaime. Durante la administración del Test de Jaime, los profesores manifestaron la complejidad de algunas preguntas, principalmente aquellas cuyos descriptores se correspondían con el cuarto nivel En líneas genera-

les, nos sirvió para precisar mejor el nivel de pensamiento geométrico de los profesores, coincidiendo prácticamente en todos los casos los resultados de ambos test.

En relación con la segunda conjetura, ya hemos comentado que seis meses después, siete de los once profesores se implicaron de manera autónoma en el uso de las modelizaciones de Van Hiele en sus clases; tres no las pueden usar por razones institucionales y sólo uno manifiesta la imposibilidad de integrarlas al diseño habitual de sus clases de Matemáticas. Lo que consideramos como verificación aceptable de la conjetura formulada.

En relación con la tercera conjetura hemos visto como el contexto, la cognición geométrica, la cognición didáctica, la adaptación curricular y las interacciones, se han mostrado como elementos básicos que nos han permitido articular de manera coherente el estudio cualitativo que se ha desarrollado. Los descriptores que se han establecido en términos del perfil de profesor idóneo para llevar a cabo una reforma del currículo de Geometría basada en la Teoría de Van Hiele aparecen como elementos que responden a dichas categorías de análisis.

En términos generales podemos señalar que los distintos instrumentos, elaborados para determinar las competencias didácticas de cada uno de los profesores, resultaron adecuados y operativos para describir tanto los estados de opinión de los profesores, como su actuación en las distintas fases del Programa de Formación, para, en consecuencia, poder analizar y caracterizar la epistemología de cada profesor y relacionarla con el perfil del profesor de Matemáticas derivado de la LOGSE, que trate de implementar la Geometría desde las modelizaciones de Van Hiele.

Concluimos que las categorías de análisis utilizadas, derivadas del enfoque Lógico-Semiótico y los instrumentos utilizados para determinar las componentes que describen dichas categorías, pueden constituirse como elementos útiles, cuando se trate de analizar el diseño y desarrollo de un Programa de Formación de Profesores, no necesariamente basado en un currículo de Geometría desde la perspectiva de Van Hiele, sino de cualquier otra parte del currículo de Matemáticas con enfoques teóricos y metodológicos diferentes.

El Programa de Formación contribuyó al desarrollo de competencias didácticas de los profesores en activo que permitieron asumir las modelizaciones de Van Hiele e implementar con éxito un microcurrículo de Geometría: *Ángulos, Medida de Ángulos y Giros*.

A través de este estudio, también hemos podido extraer información que ayudará a orientar las intervenciones en la formación permanente de profesores en activo, cuando queramos que implementen un currículo innovador en sus aulas, que signifique cambios en algunos elementos de sus competencias didácticas.

Citamos a continuación algunas cuestiones que quedaron abiertas para futuras investigaciones:

- Los test de Usiskin y Jaime no parecen efectivos a la hora de determinar los niveles de pensamiento de los alumnos; se necesita hacer adaptaciones de estos instrumentos.
- No tenemos datos para saber si los profesores participantes en la experiencia que asumieron las modelizaciones de Van Hiele están en condiciones de diseñar y desarrollar otro tópico diferente de Geometría, respetando las modelizaciones geométricas y didácticas de los Van Hiele. Se trata, en este caso, de un problema de investigación abierto.
- En esta investigación no se abordó, de manera formal, la evaluación de los alumnos. Los profesores participantes utilizaron las cuestiones orales y escritas que habitualmente utilizan en sus clases de Matemáticas. Se trata de otra cuestión que necesita de un análisis más profundo.

Bibliografía

Afonso, M. C.; Socas, M. M.; Hernández, J.; Palarea, M. M. (1994): "Un modelo de investigación convergente en educación matemática desde una perspectiva curricular". *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 21, pp. 45-58.

Afonso, M. C.; Camacho, M.; Socas, M. M. (1999): "Teacher profile in the Geometry Curriculum based on the Van Hiele Theory. En Zaslavsky, O". *Proceedings of the International Group for the PME-23*, 2, pp. 1-8. Haifa. Israel.

Blanco, L. (1995): "Conocimiento didáctico del contenido y formación del profesorado". En L. Blanco y V. Mellado (Eds.), *La Formación del Profesorado de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal* (pp. 55-66). Badajoz: Universidad de Extremadura.

Bromme, R. (1988): "Conocimientos profesionales de los profesores". *Enseñanza de las Ciencias*, 6 (1), pp. 19-29.

- Bromme, R. (1994): "Beyond subject matter: a psychological topology of teacher' professional knowledge". En R. Biehler y otros (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 73-88): Dordrecht: Kluwer.
- Camacho, M.; Hernández, J.; Socas, M. M. (1998): "An analysis of the future Mathematics teacher's conceptions and attitudes towards Mathematics". *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology* 29 (3), pp. 317-324.
- Carrillo, J.; Contreras, L. C. (1994): "The relationships between the teacher conceptions of Mathematics and of Mathematics teaching. A model using categories and descriptors for their analysis". *Proceedings of the XVIII PME Conference*, 2, pp. 152-159. Lisboa.
- Colás, M. P. (1997 a): "Conceptos, funciones y etapas en la evaluación de programas". En M. P. Colás y M. A. Rebollo (Eds), *Evaluación de programas. Una guía práctica* (Capítulo I, pp. 17-32). Sevilla. Kronos.
- Colás, M. P. (1997 b): "Diseños de investigación para su aplicación a la evaluación de programas". En M. P. Colás y M. A. Rebollo (Eds), *Evaluación de programas. Una guía práctica* (Capítulo VI, pp. 99-117. Sevilla. Kronos.
- Contreras, L. C. (1998): *Resolución de problemas. Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula*. Tesis Doctoral. Universidad de Huelva.
- Fennema E.; Carpenter T. P.; Peterson, P. L. (1989): "Teachers' decision making and cognitively guided instruction: A new paradigm for curriculum development". En K. Clements; N.F. Ellerton. *Facilitating change in mathematics education*. Geelong, Victoria. Deakin University Press.
- Fernández-Ballesteros, R. (1996): "Cuestiones conceptuales básicas en evaluación de programas". En R. Fernández-Ballesteros (Ed.), *Evaluación de Programas. Una guía práctica en ámbitos sociales educativos y de salud* (pp. 21-47). Madrid. Síntesis.
- Fuys, D.; Geddes, D.; Tischler, R. (1988): "The Van Hiele models of thinking in Geometry among adolescents". *Journal for Research in Mathematics Education*, monograph number 3.
- Hernández, J. (1997): *Sobre habilidades en la resolución de problemas verbales aritméticos mediante el uso de sistemas de representación yuxtapuestos*. Tesis Doctoral. Universidad de La Laguna.

- Instituto Nacional De Calidad y Evaluación (1998a): *Diagnóstico general del sistema educativo. Avance de resultados*. Madrid: Autor. Disponible en: <http://www.ince.mec.es/pub/pubeva.htm#ref03>
- Instituto Nacional De Calidad y Evaluación (1998b): *Diagnóstico del Sistema Educativo. La escuela secundaria obligatoria, 1997. Elementos para un diagnóstico del sistema educativo español. Informe global*. Madrid: Autor. Disponible en: <http://www.ince.mec.es/pub/pubeva.htm#ref04>
- Jaime, A. (1993): *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele. La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. Universidad de Valencia.
- Llinares, S. (1994): "Profesor de matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional". En L. Santaló y otros, *La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia* (pp. 296-337). Madrid. Rialp.
- Llinares, S. (1998): "Aprender a enseñar matemáticas en la Enseñanza Secundaria. Relación dialéctica entre el conocimiento teórico y práctico". *Revista interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 32, 117-127.
- Marcelo, C. (1992): "Cómo conocen los profesores la materia que enseñan. Algunas contribuciones de la investigación sobre conocimiento didáctico del contenido". Comunicación presentada al Congreso sobre las didácticas específicas en la formación del profesorado, Santiago, España.
- Mehan, H. (1979): *Learning lessons: Social organization in the classroom*. Cambridge, MA. Harvard University Press.
- Pérez Juste, R. (1995): "Un modelo para la evaluación interna/externa de programas educativos". En R. Pérez Juste, J. García y C. Martínez (Coords.), *Evaluación de programas y centros educativos* (pp.131-168). Madrid. UNED.
- Pérez Juste, R. (2000): "La evaluación de programas educativos: conceptos básicos, planteamientos generales y problemática". *Revista de Investigación Educativa*, 18 (2), pp. 261-287.
- Ponte, J. P.; Matos, J. M.; Abrantes, P. (1998): *Investigação em educação matemática. Implicações curriculares*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Porlán, R. (1993): *Constructivismo y escuela. Hacia un modelo de enseñanza-aprendizaje basado en la investigación*. Sevilla. Díada.

- Ryan, K. (1998): "Reflexiones sobre la formación del profesorado en EEUU". *Revista de Educación*, 317, 57-63.
- Shavelson, R.; Stern, P. (1981): "Research on teachers pedagogical thoughts, judgements, decisions and behavior". *Review of Educational Research*. 51(4), pp. 455-498. Traducido al castellano, Investigación sobre el pensamiento pedagógico del profesor, sus juicios, decisiones y conducta. En Gimeno Sacristán y Pérez Gómez (1983). *La enseñanza. Su teoría y su práctica*. Akal. Madrid. pp. 372-419.
- Shulman, L. S. (1988): "Disciplines of inquiry in education: An overview". En Jaeger, R. M. *Complementary methods for research in education*. Washington, D.C. American Educational Research Association.
- Usiskin, Z. (1982): *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometric*. Columbus. ERIC.
- Yanes, J. (1998): "La formación del profesorado de secundaria: un espacio desolado". *Revista de Educación*, 317, 65-80.

M^a Candelaria Afonso Martín. Departamento de Análisis Matemático. Universidad de La Laguna.
Correo electrónico: mcafonso@ull.es



Congreso XII JAEM. "Jornadas sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas". Albacete, 4 a 7 de Julio de 2005

XII JAEM

JORNADAS SOBRE EL APRENDIZAJE Y ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Albacete, 4 al 7 de Julio de 2005



Matemáticas con imaginación para un mundo real



CONVOCA:
Federación Española de Sociedades de
Profesores de Matemáticas.



ORGANIZA:
Sociedad Castellano Manchega de
Profesores de Matemáticas