

## Miguel y su amor por la enseñanza

**Adela Salvador Alcaide**

Sin Miguel, todos y todas nos sentimos más solos, como abandonados, como huérfanos. Ese sentimiento de soledad, de abandono, de orfandad es extensivo a sus antiguos alumnos, sus alumnos actuales, sus compañeros... Conozco a muchos alumnos y alumnas de Miguel, y todos ellos lo quieren, lo consideran un amigo al que podían ir a ver para contarle sus problemas. Ahora estoy con personas que trabajaron con él en sus primeros años de universidad, y que todavía se reúnen cada año a comer o a cenar, junto con el padre Dou, y todas ellas han manifestado ese sentimiento. Pero donde se aprecia con mayor fuerza es entre enseñantes de secundaria y de primaria, cuyo sentimiento se puede recoger en la expresión generalizada, ¡y ahora qué vamos a hacer!

Miguel de Guzmán era una persona a la que cualquiera se podía acercar, ir a verle a su despacho, y él siempre atendía. Dejaba lo que estuviera haciendo y escuchaba, aconsejaba, ayudaba. A pesar de la gran cantidad de trabajo que ha desarrollado a lo largo de su vida, siempre tuvo esa disposición y esa gran generosidad.

Con toda su gran reputación se ocupaba de la Didáctica de las Matemáticas. Y eso los enseñantes no podemos olvidarlo. Recuerdo a un alumno que decía de su profesor de matemáticas "¡Es un genio! ¡Es estupendo! ¡Yo no le entiendo nada!" Ese profesor, naturalmente, no era Miguel. Cuando parece que el profesorado de matemáticas es tanto mejor cuanto menos se le entiende, cuanto más difícil hace las cosas, Miguel, con todo su prestigio, explicaba las cosas haciéndolas sencillas, asequibles, conectadas a situaciones de la vida cotidiana y además decía que las Matemáticas eran bellas, eran lúdicas, y así había que enseñarlas. Había que transmitir al alumnado esa pasión, esa ilusión por esas magníficas matemáticas.

Parte del profesorado de universidad todavía cree que no es necesaria la didáctica, que se puede ser un buen profesor explicando matemáticas con las mejores expresiones, el mejor razonamiento lógico... y así se puede, quizás, escribir un buen libro, pero no se enseña matemáticas. Todavía no saben que sólo escuchando, aunque sea algo perfecto, no se aprende. Se aprende trabajando, y a eso debe incentivar, debe animar el profesorado. El profesorado de secundaria sabe, la necesidad le ha enseñado, que no le sirven esas clases magistrales perfectas sino que tiene que usar muchos otros instrumentos para no darse cuenta, pasada la mitad del curso de ha-

ber estado *hablando en chino*. Por eso mientras que una parte importante del profesorado de la universidad todavía afirma que *no creen* en la didáctica, muy pocos, en secundaria o primaria, harían una afirmación semejante. Miguel suponía una defensa, un reconocimiento de que ese trabajo es importante. Por eso, ese sentimiento de soledad.

Luis Balbuena me ha pedido que comente aquel tiempo en que escribimos los libros de secundaria de Anaya, Miguel de Guzmán, José Colera y yo.

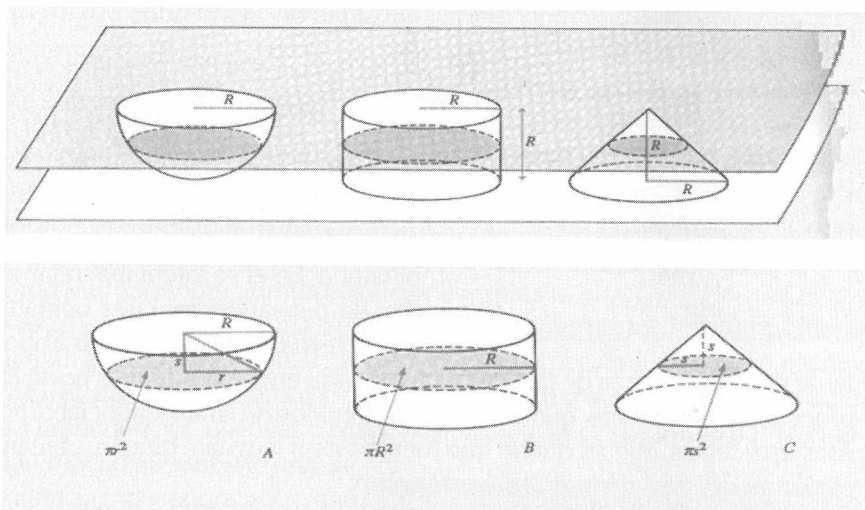
Cuando empecé a trabajar con Miguel, yo era profesora de secundaria en un instituto madrileño y daba clases como profesora asociada en la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid, en la asignatura de “Metodología” de la especialidad de Didáctica de las Matemáticas. Tenía la impresión de que en la universidad la didáctica era la hermana pobre, que la aceptaban en la facultad porque había alumnos, pero deseaban que no los hubiera para hacerla desaparecer. El alumnado de didáctica no estaba bien considerado. Creo que pensaban que se elegía esa especialidad para estudiar menos o por otros motivos, no porque existieran auténticas vocaciones de enseñantes. Opino que Miguel tuvo, en muchas ocasiones, que defender la especialidad, pero no consiguió, a pesar de sus esfuerzos, que hubiera en esa facultad tesis de doctorado o trabajos de investigación sobre didáctica. La asignatura de “Metodología” siempre me pareció preciosa. En ella intentaba transmitir las opiniones, que tanto tiempo nos cuesta aprender, de grandes maestros como Freudenthal de que existen distintos niveles de rigor, de Bell de que se deben enseñar de distinta forma los conceptos, los procedimientos, las estrategias generales y las estructuras conceptuales, o del Informe Cockcroft cuando dice que el alumnado debe discutir sobre matemáticas y que, incluso desde los seis años, puede investigar:

“La enseñanza de las matemáticas debe incluir en todos los niveles, desde los 6 a los 18 años, oportunidades para:

- *Explicaciones a cargo del profesor.*
- *Discusiones entre profesor y alumno y entre los alumnos mismos.*
- *Trabajo práctico apropiado.*
- *Consolidación de práctica de técnicas y rutinas fundamentales.*
- *Resolución de problemas, incluida la aplicación de las Matemáticas a situaciones de la vida diaria.*
- *Trabajos de investigación”.*

Todas las semanas nos reuníamos para comentar el trabajo que habíamos hecho. ¡Un lujo! Miguel, con todo entusiasmo, traía unas maravillas de anécdotas, apropiadas para la revista de cada capítulo. Tantas y tan interesantes. Además nos traía fotocopias de otras cosas que hubiera leído o nos prestaba libros o nos sugería lecturas. Creo que él disfrutaba rebuscando entre todo el material y conseguía que nosotros nos ilusionáramos con sus descubrimientos.

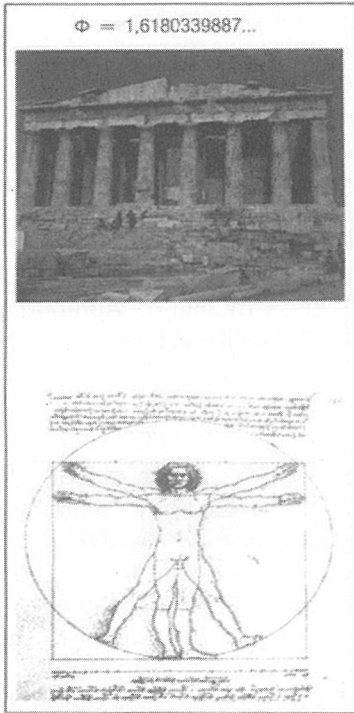
Había que escribir, para cada bloque, una página inicial de *introducción* que bajo títulos como “Resuelve a tu aire”, “Lee y medita” o “Aprende jugando”, permitiera al alumnado un inicio natural del tema con sus propias



Volumen de la esfera por el método de Arquímedes

fuerzas, mediante alguna cuestión elegida con cuidado que resultara motivadora. Se pretendían dos objetivos fundamentales: el primero, centrar el tema desde el punto de vista histórico y del lugar que ocupa en el resto de la ciencia y de la cultura, con descripciones a grandes rasgos sobre la evolución de las ideas, su motivación y sus aplicaciones, el segundo, resaltar el papel que juega en el quehacer matemático actual el tipo de pensamiento que inspiran los conceptos a aprender, para aumentar la curiosidad y el interés por saber más.

Cada epígrafe debía comenzar con una columna con algún problema con referencia histórica o tratando de introducir interrogantes con la intención de abrir vías de pensamiento. Una de las novedades, entonces, fue terminar cada tema con dos (o cuatro) páginas de *revista* cuyo objetivo, de nuevo, era motivar, interesar, entretener, volver a dar una visión histórica completando las de las introducciones, y fundamentalmente, transmitir esa idea,



tan de Miguel, tan nueva entonces, de que las Matemáticas son bellas y son lúdicas. Belleza y juego son palabras que ya no nos extraña relacionar con la Matemática, gracias a Miguel, que no se ha cansado de repetir a todo el profesorado de Matemáticas. Miguel decía: *“El juego y la belleza están en el origen de una parte de la matemática... ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y la belleza?”* Se pretendía con ello captar el interés y la curiosidad del alumnado.

Uno de los temas que con más ilusión trabajó Miguel, y uno de los primeros que empezamos a escribir, fue el de *resolución de problemas*. No estaba en el programa, pero los tres queríamos tratarlo. Así que lo incluimos dentro del bloque de Combinatoria. En él se intentaba tratar estrategias de pensamiento, pues opinábamos que en el futuro el núcleo más impor-

tante de la enseñanza de la Matemática estaría encaminada más hacia los procesos matemáticos que hacia los contenidos. Cuando enunciábamos esas estrategias, Miguel quería que fueran en un lenguaje directo, cercano al alumnado, y las resumía en frases como:

- Hazlo más fácil para empezar.
- Experimenta, juega con el problema.
- Haz un diagrama.
- Escoge una buena notación.
- Mira si tu problema se parece a alguno que ya conozcas.
- Imagínate el problema resuelto.

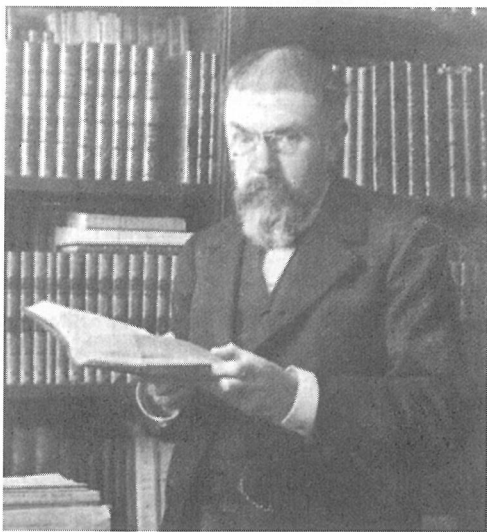
Modifica el problema, cambia algo en el enunciado que, en un primer momento, supusieron una sorpresa para los editores (y supongo que también para algún profesor o profesora). Les parecía que no era un lenguaje suficientemente serio. Pero, una vez más, el gran prestigio de Miguel les convenció. Si a él le parecía bien, sería que estaba bien. Pretendía usar ese lenguaje directo y comunicativo, huyendo del exceso de tecnicismos y de una rígida solemnidad académica. Ese interés por las estrategias de resolución de problemas le llevó a dar clases extras al alumnado de la facultad.



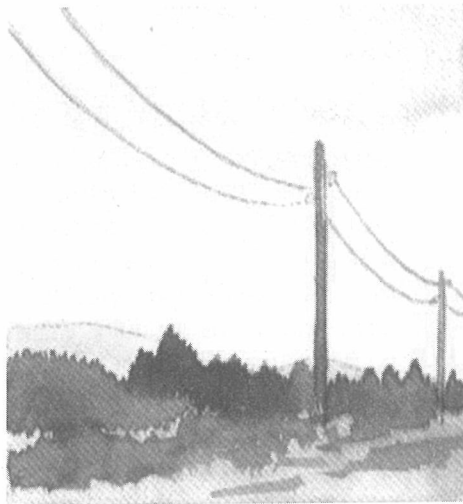
En cada reunión semanal leíamos y comentábamos el trabajo que habíamos hecho y organizábamos y discutíamos sobre lo siguiente, sobre el enfoque que íbamos a dar, sobre esas columnas iniciales, sobre problemas interesantes relacionados, sobre la revista... Cada semana nos habíamos propuesto trabajar uno de los capítulos y llevábamos a una puesta en común lo que habíamos hecho. Miguel solía

traer material para la revista de ese capítulo. Material abundante, escrito con cariño, que siempre lograba sorprendernos. En cada revista siempre había algo de historia, contada de forma que apeteciera saber más, alguna aplicación matemática, para que el alumnado no creyera que eran únicamente formalismos, sino que había surgido por la necesidad de dar solución a cuestiones concretas; y algo que fuera sorprendente, que hiciera pensar, que invitara a resolver alguna cuestión. Usaba títulos sugerentes como misterio sobre números, funciones curiosas, el poder de las matemáticas... Suponía, pues, una ampliación del tema de forma que pudiera incentivar al alumnado más interesado, que en ocasiones, se tiene olvidado en el aula pues debemos ocuparnos de enseñar al resto. Comienza aquí esa preocupación que luego cristalizó con el Proyecto Estímulo del Talento Matemático que supuso una experiencia innovadora por la que Miguel, ilusionado, luchó para lograr hacerla realidad.

Buscó biografías de mujeres matemáticas, que con toda seguridad era la primera vez que aparecían en textos de secundaria pues apenas empezábamos a ser conscientes de su existencia, como Sophie Germain, Hypatia, Emmy Noether, Sonya Kovalevskaya... Y buscó biografías de matemáticos que, hasta entonces, tampoco se habían visto en libros de texto, como las de Hermann Minkowski, Claudio Tolomeo, Pierre de Fermat,



Henri Poincaré (1854-1912)



$$e = 2.718281\dots$$

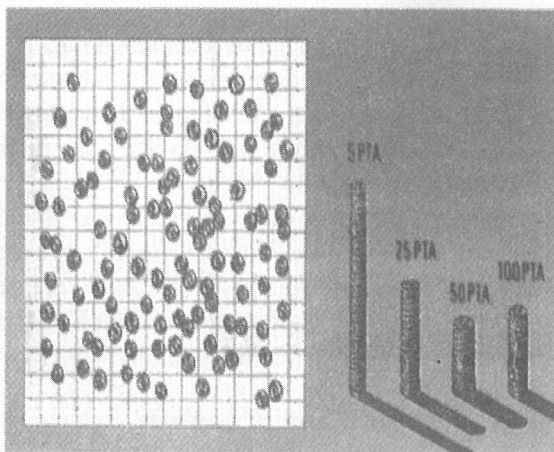
Catenaria

Srinivase Ramanujan, Jean Baptista Joseph Fourier, Leonhard Euler, Carl Fredrich Gauss, Ramón Llull, Karl Weierstrass, Arquímedes, el marqués de l'Hôpital, William R. Hamilton, Johannes Kepler, Bernhard Riemann, Gaspard Monge, René Descartes, Gustav P. L. Dirichlet, Leonardo de Pisa, Nikolay Lobachevsky, Jànos Bolay, Hermann Weyl, Pedro Piug Adam, Henri Poincaré, Joseph Louis Lagrange, Augustin Louis Cauchy, David Hilbert, Henri Lebesgue, Luitzen E. J. Brouwer, Galileo, Gottfried Wilhelm Leibniz, Isaac Newton y muchos, muchos más, tanto como biografías propiamente dichas como menciones a

sus descubrimientos en los comentarios históricos. Suponía una enseñanza de la matemática integrada en la historia y la cultura, pues en la revista y en la introducción se ubicaba cada contenido en su perspectiva histórica, ya que Miguel opinaba que *“al formarse una idea de su evolución, se logra captar mejor las dificultades por las que el pensamiento humano ha vagado hasta llegar a las formas actuales más cristalizadas de presentación matemática. Cuando uno observa en la historia las oscuridades iniciales y los callejones aparentemente sin salida que el pensamiento matemático de personas geniales recorrió alrededor de temas que hoy se introducen en la enseñanza muy tempranamente, como los números complejos, el cálculo infinitesimal o el cálculo vectorial, adquiere sin duda más comprensión con las dificultades que todos tenemos para llegar a hacernos familiares tales conceptos”*.

Escribió anécdotas, entretenimientos, juegos (los escarabajos amorosos, la cabra paciendo, el paseo de la mosca, un lío con el dominó...) y problemas curiosos (el problema de la mosca, cuadrados mágicos, el del cerrajero de Buteo del libro *Logística quae et Aritmética vulgo dicitur publicado en Francia en 1559, con la calculadora...*) y otras curiosidades (curvas de anchura constante, sobre el número e, sobre el número de oro, cómo midió Eratóstenes el radio de la Tierra, cómo convertir una recta en una senoide...), con la intención de aportar atractivo para quienes se iniciaran en el estudio de esta materia que tiene fama de ser un campo árido y monótono.

Ejemplos reales y de actualidad como “En un diario madrileño apareció, hace unos años, la noticia de un muchacho inglés, Steven, nacido un 6 de septiembre, que tenía su cumpleaños coincidente con el de su padre y el de su abuelo. El periodista se admiraba muchísimo de tal coincidencia”. Al realizar los cálculos se observa que sólo en Madrid es fácil



Integral de Riemann    Integral de Lebesgue

que pueda haber 26 personas con esa coincidencia, y se propone calcular la probabilidad de que en la Tierra (cinco mil millones de habitantes) haya al menos 20 casos que cumplan años el 29 de febrero, junto con su padre y su abuelo.

Se propuso escribir algunos problemas abiertos, cuya solución no se conoce todavía, para incentivar así a posibles futuros investigadores matemáticos, y para que supieran que, a pesar de esa idea de las matemáticas como una construcción perfecta y acabada, aún quedan cosas por descubrir. Por ejemplo escribió: “Es fácil ver que  $4! + 1 = 5^2$ ,  $5! + 1 = 11^2$ ,  $7! + 1 = 71^2$ . ¿Habrá algún otro número  $n$ , tal que  $n! + 1$  sea un cuadrado perfecto? Se sospecha que no, pero no se ha logrado demostrar”, o este otro: “No se sabe si existen tres enteros, no nulos,  $x, y, z$ , tales que  $(x + y + z)^3 = xyz$ .”

He querido recoger, en su memoria, alguna de las cosas que más me llamaron la atención. Una de ellas, que luego me ha servido personalmente para comprenderlo mejor, ha sido la introducción de la integral de Lebesgue, concepto considerado siempre difícil y alejado de los objetivos de secundaria, que él explicaba utilizando como ejemplo el contar monedas de una recaudación. Si las monedas se echaban sobre un mantel a cuadros, se seguía la idea de la integral de Riemann, pero “la idea de Lebesgue para hacerlo parece más razonable”, contamos todas las monedas de 5, luego las de 25, las de 50...

Me gustaría que esto sirviera como homenaje a Miguel, que con su autoridad, su entusiasmo y su ilusión por mejorar la enseñanza alentó al profesorado de matemáticas a mejorar, dotándonos de nuevas ideas y aportaciones que animaban a adoptar una metodología activa, en la que el alumnado, en lugar de escuchar en las clases magistrales, investigara, resolviera pro-

blemas y actuara de la misma forma que lo hace un matemático profesional. Pensaba que usualmente a las matemáticas se las presenta de forma muy elaborada, pero que esa elaboración es posterior al proceso creativo, y que la forma de resolver problemas en el aula puede ser similar al dicho proceso. El objetivo es mantener la actividad pues la matemática se aprende haciendo, y es mucho más saber hacer que únicamente almacenar conocimientos, tal y como dice George Polya: *“El profesor de matemáticas no debería contentarse con dispensar el saber, sino que también debería intentar desarrollar en los estudiantes la capacidad de utilizar ese saber; debería insistir en el saber – hacer, en las actitudes adecuadas, en los hábitos intelectuales deseables”*.

Adela Salvador Alcaide. Profesora Titular de Universidad. Universidad  
Politécnica de Madrid  
Correo electrónico: ma90@caminos.upm.es