

LOS ORGANIZADORES DEL CURRÍCULO EN MATEMÁTICAS

RESEÑA DEL LIBRO "RICO, L. (COORD.), CASTRO, E., CASTRO, E., CORIAT, M., MARÍN, A., PUIG, L., SIERRA, M., SOCAS, M.M. (1997). LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA. BARCELONA: ICE - HORSORI."

PEDRO GÓMEZ

INTRODUCCIÓN

Este libro parte de una constatación: los programas actuales de formación de profesores de matemáticas no satisfacen completamente las necesidades del sistema educativo español. En particular, el esquema general de niveles de currículo (objetivos, contenido, metodología y evaluación), utilizado en los documentos oficiales y conocido por los profesores, es demasiado general a la hora de diseñar y desarrollar unidades didácticas. Al utilizar únicamente este esquema, sin criterios de referencia, el profesor tiende a centrarse en el contenido como único medio para planificar su actividad y diferenciar una unidad didáctica de otra. Se hace evidente que "el educador matemático debe contar con unas bases teóricas e instrumentos conceptuales que le permitan planificar y coordinar su trabajo, tomar decisiones fundamentadas y encauzar sus actuaciones en el logro de las finalidades establecidas por un plan de formación socialmente determinado" (Rico et al., 1997, p. 21).

Al enfrentar este problema los autores (y, especialmente Luis Rico, como coordinador de la publicación y autor de los primeros dos capítulos) se hacen las siguientes preguntas: "¿Es posible encontrar otros elementos, distintos de los contenidos, que expresen un conocimiento objetivo y útil para la elaboración de unidades didácticas? ¿existen fuentes objetivas de conocimientos, adecuadas para organizar unidades didácticas en matemáticas? ¿qué otros conocimientos, distintos de los contenidos, son útiles y necesarios para una adecuada programación? ¿los contenidos, son útiles y necesarios para una adecuada programación? ¿sobre qué tópicos pueden discutir los profesores cuando están planificando cada uno de los temas? ¿es posible encontrar organizadores para este nivel de reflexión sobre el currículo de matemáticas, además de los contenidos?" (p. 45). Y como respuesta a ellas introducen el concepto de *organizadores del currículo*: "Vamos a llamar organizadores a aquellos conocimientos que adoptamos como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades

didácticas. Hablamos así de organizadores del currículo" (p. 45). El propósito de estos organizadores es el de aportar a la estructuración del conocimiento didáctico sobre cada uno de los contenidos del currículo de matemáticas.

Los autores toman entonces una posición: escogen cinco perspectivas de análisis del currículo de matemáticas, haciendo la aclaración de que ésta es una opción. Pueden haber otras alternativas u otras maneras de mirar estas mismas perspectivas. Los cinco organizadores propuestos son los siguientes:

- 1) Fenomenología de los conocimientos implicados.
- 2) Diversidad de representaciones y modelización.
- 3) Diversidad de materiales y recursos para la enseñanza.
- 4) Errores y dificultades y problemas u obstáculos de aprendizaje.
- 5) Evolución histórica de cada campo.

El libro está compuesto por dos capítulos introductorios a cargo de Luis Rico, el coordinador de la publicación, y que han sido resumidos en esta introducción. A estos capítulos introductorios le siguen cinco capítulos, uno por cada uno de los organizadores. El libro termina con un capítulo sobre programación de unidades didácticas.

ANÁLISIS FENOMENOLÓGICO

Luis Puig propone dos ideas centrales en este capítulo: 1) que el análisis fenomenológico es una pareja (fenómenos, matemáticas), donde las segundas "organizan" los primeros; 2) que, como las matemáticas pueden organizar otras matemáticas, éstas pueden convertirse en fenómenos y hacer parte del primer elemento de la pareja. Adicionalmente, Puig se propone discutir sobre la naturaleza de las matemáticas y sobre los fines de la enseñanza de las matemáticas.

Puig define el análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática como la descripción de "cuáles son los fenómenos para los que es el medio de organización y qué relación tiene el concepto y la estructura con esos fenómenos" (p. 63). Se identifican entonces cuatro tipos de análisis fenomenológicos:

Fenomenología (pura). Se trabaja con las matemáticas en su estado actual y con su uso actual.

Fenomenología didáctica. Fenómenos presentes en el mundo de los alumnos y los que se proponen en las secuencias de enseñanza.

Fenomenología genética. Los fenómenos se consideran con respecto al desarrollo cognitivo de los aprendices.

Fenomenología histórica. Se presta especial atención a los fenómenos para cuya organización se creó el concepto en cuestión y cómo se extendió a otros fenómenos.

Pero, ¿qué son los fenómenos, objeto de experiencia en la actividad matemática? Puig los describe como "objetos del mundo, propiedades de los objetos, acciones que realizamos sobre esos objetos y propiedades de esas acciones" (p. 69).

Con base en la definición de los diferentes elementos objeto del análisis fenomenológico, yo esperaba algunos ejemplos de esta actividad. Sin embargo, Puig presenta una visión general de las matemáticas de secundaria en la que analiza, desde el punto de vista fenomenológico y de manera global, cada uno de sus grandes temas. A esta descripción se habría podido agregar algunos ejemplos de análisis fenomenológico de conceptos o estructuras matemáticas específicas. Es posible que este tipo de análisis, al permitir mayor profundidad en el estudio de dichas estructuras y de los fenómenos organizados por ellas, aporte mayor ilustración sobre el significado de términos claves del análisis fenomenológico como "fenómenos" y "medio de organización" que lo caracterizan.

Puig introduce una discusión parcial sobre los sistemas matemáticos de signos que pierde importancia al final del capítulo. Al considerar este concepto, me pregunté qué relación podía tener esta discusión con la problemática de los sistemas de representación y la modelización, el segundo de los organizadores del currículo. En particular, ¿qué diferencias y semejanzas hay entre el proceso de identificar los fenómenos que son organizados por una estructura matemática y el proceso de identificar una estructura matemática que modeliza un conjunto de fenómenos? Esta reflexión no se hace en este capítulo.

Creo que Puig hace una aporte importante en su insistencia de que las matemáticas mismas pueden ser objeto del análisis fenomenológico. Los profesores tendemos a pensar que los fenómenos pertenecen exclusivamente al ámbito de la experiencia "real". Sin embargo, Puig muestra que los conceptos matemáticos también pueden ser objeto de la experiencia y, por consiguiente, pueden ser organizados por otros conceptos. De esta manera, los conceptos matemáticos se convierten también en fenómenos y el análisis fenomenológico debe incluirlos.

REPRESENTACIONES Y MODELIZACIÓN

En este capítulo, Encarna y Enrique Castro consideran el segundo organizador del currículo. En realidad, son dos organizadores: las representaciones y la modelización. Aunque al comienzo del capítulo se resalta la importancia de la visualización, al final del mismo la discusión se centra mucho más en las nociones de representación y modelos. Estas dos nociones son centrales para el análisis didáctico de los contenidos matemáticos. Su relación con el proceso de comprensión es evidente: "Dominar un concepto matemático consiste en conocer sus principales representaciones, el significado de cada una de ellas, así como operar con las reglas internas de cada sistema; también consiste en convertir o traducir unas representaciones en otras, detectando qué sistema es más ventajoso para trabajar con determinadas propiedades." (p. 103)

Su presentación de la noción de representación es bastante general y se aleja de la presentación de Kaput (1992) en la que este autor define (dice él, informalmente) un sistema de representación como "un sistema de reglas para (i) identificar o crear caracteres, (ii) operar en ellos y (iii) determinar relaciones entre ellos (especialmente relaciones de equivalencia)" (p. 523). Esta definición le permite a Kaput describir las actividades de las matemáticas escolares con base en los sistemas de representación: "transformaciones sintácticamente restringidas dentro de un sistema particular, con o sin referencia a otros significados externos; traducciones entre sistemas de notación, incluyendo la coordinación de acciones a través sistemas de notación; construcción y verificación de modelos matemáticos, lo que es equivalente a la traducción entre aspectos de una situación y conjuntos de notaciones; y la consolidación o cristalización de relaciones y procesos en objetos conceptuales o 'entidades cognitivas' que pueden ser usadas en relaciones y procesos de un orden más alto de organización" (pp. 524-525). Estas ideas se encuentran en el capítulo de los Castro. Sin embargo, su aproximación es diferente.

La noción de modelo utilizada por los Castro es también bastante general. Al comienzo del capítulo se introduce una noción biunívoca de modelo que incluye tanto la manera como un material estructurado puede modelizar un concepto matemático, como el proceso mediante el cual una estructura matemática modeliza un conjunto de fenómenos. Esta dualidad se desvanece cuando, más adelante, se define modelo como "una esquematización abstracta de la realidad, entendiendo que esta realidad puede pertenecer al mundo de los fenómenos o al de los conceptos. [...] De acuerdo con lo anterior modelo matemático es una estructura matemática que aproxima o describe ciertas relaciones de un hecho o fenómeno. [...] Como vemos la noción

de modelo es relativa: el concepto es un modelo abstracto para los fenómenos y estos a su vez, ofrecen modelos concretos para el concepto. En el primer caso se trata del esquema conceptual, mientras que en el segundo de una réplica o maqueta." (Rico et al., 1997, p. 106-107) Sin embargo, poco después vuelven a utilizar el término "modelo" en el sentido de "ejemplificación": "Hay esquemas o maquetas procedentes del mundo físico o de otras disciplinas que, en ocasiones, pueden ejemplificar a un determinado concepto matemático. También se les llama modelos, pero el modelo no se identifica con el concepto, sólo lo ejemplifica" (p. 109)

No hay duda de la importancia didáctica de los materiales concretos que permiten ejemplificar conceptos matemáticos. Sin embargo, pienso que, para evitar confusiones y estructurar la discusión, el término modelo debería restringirse al proceso de modelización matemática. En el momento en que un medio concreto o físico, junto con sus normas de funcionamiento, sea realmente isomorfo a una estructura matemática dada, entonces ese medio, junto con sus elementos y normas de funcionamiento, se convierte en un nuevo sistema de representación *matemático*. Es entonces un modelo matemático (donde el fenómeno modelizado es la estructura matemática representada en otro sistema de representación) y deja de ser una ejemplificación.

Nos preguntamos también acerca de la relación entre los organizadores representaciones y modelos, por un lado, y el organizador análisis fenomenológico, por el otro. Los autores no mencionan esta posible relación. Pero esta relación parece evidente cuando los autores de este capítulo definen modelo como una esquematización abstracta de la realidad (que puede ser matemática) y Puig define análisis fenomenológico de una estructura matemática como la descripción de los fenómenos para los que ella es un medio de organización.

Finalmente, hay otra relación en este capítulo. Se trata de la relación entre los sistemas de representación y los modelos, por un lado, y el proceso de resolución de problemas, por el otro. Los autores la mencionan cuando afirman que la "modelización matemática es, fundamentalmente, una forma de resolución de problemas de la vida real, pero no es una forma cualquiera, sino que conlleva la consideración del problema como un todo" (p. 110). Sería necesario profundizar en esta relación.

DIFICULTADES, OBSTÁCULOS Y ERRORES EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

El punto de partida de este capítulo es el hecho de que los errores de los estudiantes son producto, en la mayoría de los casos, de un conocimiento previo. Socas busca analizar y organizar los orígenes de estos errores con el propósito de sugerir estrategias de prevención y remedios. Estos orígenes se clasifican en dos categorías: las dificultades y los errores.

Socas propone que las dificultades están asociadas a cinco aspectos: la complejidad de los objetos de las matemáticas; los procesos de pensamiento matemático; los procesos de enseñanza; y el desarrollo cognitivo de los alumnos. El autor logra describir con éxito la manera como el conflicto entre el lenguaje habitual y el lenguaje matemático pueden generar dificultades. Adicionalmente, describe las dificultades producto de la construcción de nuevos conceptos matemáticos a partir de otros conceptos previos (e.g., la multiplicación a partir de la adición).

Los obstáculos son un aspecto central para la comprensión, por parte del profesor, de los errores de los estudiantes. Socas se apoya en Bacherlard (1980) y Brousseau (1983) para describir el concepto de obstáculo epistemológico como "aquel conocimiento que ha sido en general satisfactorio durante un tiempo para la resolución de ciertos problemas, y que por esta razón se fija en la mente de los estudiantes, pero que posteriormente este conocimiento resulta inadecuado y difícil de adaptarse cuando el alumno se enfrenta con nuevos problemas. Un obstáculo es un conocimiento adquirido, no una falta de conocimiento. No se trata de una falta de conocimiento, sino de algo que se conoce positivamente, o sea, está constituyendo un conocimiento. Tiene un dominio de eficacia. El alumno lo utiliza para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto en el que el dominio de ese conocimiento es eficaz y adecuado. Cuando se usa este conocimiento fuera de ese contexto genera respuestas inadecuadas, incluso incorrectas [...]. Es resistente, y resultará más resistente cuanto mejor adquirido esté o cuanto más haya demostrado su eficacia y su potencia en el anterior dominio de validez. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber. Después de haber notado su inexactitud, continúa manifestándolo esporádicamente." (p. 137)

Este capítulo introduce un aspecto central en la problemática del análisis didáctico del contenido matemático. De cierta manera, el análisis de los errores, las dificultades y los obstáculos debiera guiar, al menos parcialmente, el diseño y el desarrollo de las unidades didácticas. Desafortunadamente, el contenido del capítulo no está conectado con el resto del libro. Por lo tan-

to, preguntas claves como ¿de qué manera el análisis fenomenológico, el estudio de las representaciones y los modelos, los materiales y los recursos y el análisis histórico pueden aportar al diseño de unidades didácticas que ataquen los errores de los alumnos? se tratan aquí de manera indirecta.

Materiales, recursos y actividades: un panorama

A partir de la caracterización de los materiales y recursos, Coriat introduce en este capítulo las condiciones generales que regulan el uso de estos elementos en la planificación de las unidades didácticas. Él describe, con bastante detalle, un ejemplo del uso de materiales con base en la fotografía para el desarrollo de la concepción espacial. Por otro lado, Coriat resalta la importancia de la cultura escolar en la introducción de innovaciones curriculares que involucren nuevos materiales y recursos.

El profesor de matemáticas debe plantearse una serie de preguntas a la hora de considerar la posibilidad de utilizar materiales y recursos didácticos en el aula. Coriat clasifica estas preguntas en tres niveles: diseño curricular e infraestructura, currículo planificado y currículo implementado. Algunas de estas preguntas se refieren al qué, cuándo, cómo y, sobre todo, para qué. A lo largo del capítulo el autor proporciona ideas y sugerencias para abordar estas preguntas. Estas sugerencias tienden a ser de carácter principalmente procedimental. Me pregunto si sería posible abordar esta problemática de manera más estructurada. Es posible que un análisis más profundo de la relación entre los materiales y recursos y las estructuras matemáticas que estos modelan o ejemplifican pueda permitir identificar criterios que permitan abordar estas preguntas. De cierta manera, los materiales y recursos son *medios* en los se puede *representar* una parte de las estructuras matemáticas. Por lo tanto, se hace necesario estudiar la estructura interna de estos medios y su relación con la respectiva estructura matemática. Debe ser esta conexión entre materiales y recursos y estructuras matemáticas modelizadas o ejemplificadas la que nos permita responder de manera apropiada las preguntas con respecto a su uso.

NOTAS DE HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS PARA EL CURRÍCULO DE SECUNDARIA

Este capítulo "trata acerca del uso de la historia de las matemáticas en su enseñanza seguido de una breves notas históricas que pueden ayudar a los profesores en formación a capturar una nueva perspectiva de las matemáticas y a utilizarla en el aula." (p. 179)

El uso de la historia en la clase de matemáticas sirve para variados propósitos. Sierra los describe, desde la perspectiva del profesor, como antídoto

contra el formalismo y el aislamiento del conocimiento matemático, como medio para organizar la presentación de los temas en el currículo y como ayuda para descubrir los obstáculos, las dificultades y los errores de los propios matemáticos. Desde la perspectiva del alumno, permite presentar a las matemáticas como actividad cultural, ayuda a la motivación para el aprendizaje y ayuda a la comprensión de los conceptos, al facilitar el conocimiento de la génesis de los conceptos y los problemas que les dieron origen.

Dentro de estas perspectivas llama particularmente la atención el punto de vista genético, atribuido a Fauvel (1991) "según el cual la génesis del conocimiento en cada niño debe seguir el mismo camino que la génesis del conocimiento en la raza" (p. 180). Aunque esta forma de describir la hipótesis es un poco excesiva, con ella se hace evidente la relación de este organizador con algunos otros. En particular, el análisis histórico debe permitir profundizar el estudio de los errores, dificultades y obstáculos relacionados con un concepto matemático. Por otro lado, existe una relación evidente entre el análisis histórico propuesto aquí y la fenomenología histórica sugerida por Puig.

PROGRAMACIÓN DE UNIDADES DIDÁCTICAS

Marín describe el objetivo básico de este capítulo como "un proceso de elaboración de unidades didácticas, argumentando y comentando las decisiones tomadas. Como fuentes de información para la elaboración de una unidad didáctica utilizaremos los distintos organizadores presentados en capítulos anteriores. [...] El marco delimitado por estos organizadores es el que permite profundizar de manera específica para cada tópico considerado, en relación con los objetivos, metodología y evaluación. Sin los organizadores la especificidad de la unidad vendría establecida únicamente por sus contenidos, limitándose las otras dimensiones del currículo a descripciones genéricas. La potencialidad de los organizadores presentados se pone a prueba en el diseño de las unidades didácticas, a cuyo estudio dedicamos este capítulo" (p. 196).

El autor utiliza, con mucho éxito, una estrategia diferente a la utilizada por los demás autores en el libro: toma un tema matemático específico, la proporcionalidad, y desarrolla los diferentes argumentos con base en ese concepto. Al escoger una estructura matemática concreta, Marín puede profundizar en sus diferentes aspectos desde la perspectiva de los organizadores del currículo. De esta manera, puede conectar sus reflexiones con el propósito original del libro: aportar bases teóricas e instrumentos conceptuales para la planificación y el desarrollo de las actividades del profesor de matemáticas. El autor logra mostrar cómo el contenido no es el único eje organi-

zador de estas actividades y cómo los organizadores del currículo permiten enriquecer el análisis didáctico.

En este capítulo se muestra, parcialmente, la relación entre los componentes del currículo, los organizadores del currículo (con su interacción interna) y el diseño de unidades didácticas. No obstante, el autor se preocupa mucho más por dar una serie de instrucciones e ideas prácticas para la programación de unidades didácticas y, en este sentido, tiene éxito. Su aproximación a un tema particular (la proporcionalidad) le permite tratar algunos aspectos con mayor profundidad de la que se encuentra en otros capítulos. También hay que resaltar su consciencia sobre el papel que puede jugar la cultura del centro en la problemática del diseño y el desarrollo curricular.

CONCLUSIONES

En este libro se establece un triángulo de relaciones. Los elementos de este triángulo son, por un lado, los niveles del currículo (objetivos, contenido, metodología y evaluación) y, por el otro, la planificación y los organizadores del currículo. El libro surge de la constatación de que el esquema de niveles de currículo, tal y como lo practican los profesores y se expresa en los documentos oficiales, es insuficiente para una apropiada programación de unidades didácticas. Este esquema, por la generalidad con la que se utiliza, induce a los profesores a centrarse en el contenido, como único nivel que les permite diferenciar unas unidades didácticas de otras. El tercer elemento del triángulo, los organizadores del currículo, busca romper con este proceso al ofrecer herramientas teóricas y conceptuales que permitan un análisis más profundo del contenido matemático y que promuevan una mayor sofisticación en el diseño y desarrollo de las unidades didácticas. Por esta razón el libro ataca una necesidad sentida de los profesores de matemáticas de todos los niveles de secundaria.

No obstante, el hecho de que el contenido sea el centro casi exclusivo de la preocupación de los profesores no debería inducir, como parece hacerlo a los autores del libro, a olvidar la reflexión explícita sobre el contenido matemático. Aunque los autores manifiestan explícitamente que la selección de los cinco organizadores es una opción que ellos han escogido, siendo conscientes de que pueden haber otras, considero que el análisis del contenido debería ser uno de los organizadores que complementen la lista. Rico lo insinúa de alguna manera en el segundo capítulo cuando describe con bastante detalle los elementos que están involucrados en la organización del contenido matemático (pp. 30-34). Este tipo de análisis debe buscar establecer la estructura del contenido matemático desde al menos dos perspectivas: la dualidad conceptual-procedimental y los sistemas de representación.

El ejercicio de realizar el análisis de contenido le permite al profesor dar cuenta, para un concepto o una estructura matemática particular, de las relaciones existentes entre hechos, conceptos, estructuras conceptuales, destrezas, razonamientos y estrategias. Además, este ejercicio resalta el papel que juegan los sistemas de representación en la representación interna y externa de estos elementos. Dentro de este análisis se pueden identificar con claridad las estructuras matemáticas que se mencionan a lo largo del libro y que determinan el análisis fenomenológico, los errores, las dificultades y los obstáculos, junto con los materiales y los recursos y el análisis histórico.

Los profesores de matemáticas no somos en general conscientes de la complejidad del contenido matemático a enseñar, ni de la complejidad del proceso de comprensión de ese contenido. Los organizadores del currículo, si se acompañan de un análisis de contenido, que tenga en cuenta a los sistemas de representación, puede permitirle al profesor apreciar esa complejidad. Esta complejidad surge del número y características de los diversos elementos que se encuentran involucrados en un concepto o en una estructura matemática. Pero la importancia de esta complejidad y la potencia de apreciarla proviene sobretodo de identificar y establecer la multiplicidad de conexiones que existen entre ellos. Son estas conexiones las que dan potencia a la idea de los organizadores del currículo y que habrían podido ser presentadas con mayor énfasis en un capítulo final del libro.

Desde la perspectiva teórica y conceptual que se propugna en el libro, esta estructura existe, si uno parte del análisis de contenido y tiene en cuenta el papel de los sistemas de representación. Con base en estos dos elementos es posible identificar específicamente los *modelos* que caracterizan una serie de *fenómenos*, conectando así el análisis fenomenológico con los sistemas de representación y la modelización. De la misma manera, este análisis de contenido permite caracterizar las estructuras matemáticas que son *ejemplificadas* por algunos *materiales didácticos* y *recursos* de la manera como estos se convierten en modelos de dicha estructura matemática cuando tienen, ellos mismos, una estructura suficientemente compleja. Finalmente, el *análisis histórico* puede aportar información para la construcción del análisis de contenido y, por lo tanto, ayudar a identificar dentro de esta estructura aquellos elementos y relaciones donde se manifiesta una dificultad o un obstáculo que da lugar a uno o más errores.

Al apreciar la estructura en la que se manifiestan las relaciones entre el contenido matemático, los sistemas de representación, el análisis fenomenológico, los modelos, el análisis histórico, las dificultades, los obstáculos y los errores, es posible aproximarse *sistemáticamente* al diseño de unidades didácticas en el que los niveles del currículo sean específicos al contenido matemático y que promuevan en el estudiante experiencias a tra-

vés de las cuales él pueda progresar en la construcción de su conocimiento matemático.

Resulta entonces evidente la importancia de estos temas en la actividad docente del profesor de matemáticas y, por esa razón, este libro es un gran aporte conceptual y metodológico. Motivo a los profesores de matemáticas, lectores de la Revista EMA, a que lo estudien y lo discutan.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bachelard, G. (1988). *La formación del espíritu científico*. Madrid: Siglo XXI.
- Kaput, J.J. (1992). Technology and Mathematics Education. En Grouws, D.A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan, pp. 515-556.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 4(2), pp. 164-198.
- Rico, L. (Coord.), Castro, E., Castro, E., Coriat, M., Marín, A., Puig, L., Sierra, M., Socas, M. (1997). *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: ice - Horsori.
- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*. 11 (2), pp. 3-6.