

## Pizza para dos

Lovellys González  
Virginia Movilio  
Morelia Febres  
Fernando Castro

### Resumen

En este trabajo se presenta una solución novedosa – a un problema conocido – obtenida por un grupo de dos futuros profesores y una estudiante de post-grado. Los integrantes del grupo, trabajando en el marco de la visualización, resolvieron el problema utilizando recursos computacionales y disección. Las actividades se desarrollaron como un proyecto voluntario.

### Introducción

Las actividades de exploración matemática realizadas fuera del aula representan excelentes oportunidades para “hacer” Matemática. Un resultado muy interesante es el llamado Test de Paula, creado por una estudiante de la E.S.O.: Paula Sáez, durante una exploración conducida por el Profesor Luis Balbuena (2002). Como lo señala Senechal (1998) el profesor en una exploración abierta pasa a ser un compañero en la búsqueda del conocimiento.

El resultado que aquí presentamos es un aspecto parcial de un proyecto donde se procura determinar condiciones que favorezcan el desarrollo de procesos creativos en futuros profesores de Matemáticas.

Las actividades se desarrollaron empleando recursos de lo que conocemos como visualización, área a la cual Miguel De Guzmán (1996) dedicó especial atención por considerar que era de interés, no sólo para estudiar temas de Geometría Elemental, sino también para abordar algunos aspectos del Análisis Matemático.

### La Experiencia

Si seccionamos una pizza en ocho porciones por medio de cuatro cortes formando ángulos de  $45^\circ$ , de modo que el vértice común no coincida con el centro de la pizza, hallaremos que las porciones lucen desiguales. Sin embargo es posible demostrar que, si dos amigos eligen porciones alternadamente – y en un mismo sentido – entonces, las sumas de las áreas de las porciones elegidas por cada uno de ellos son iguales.

Este problema, atribuido a L.J. Upton, ha sido resuelto utilizando diversas técnicas. En 1999, Carter y Wagon lo resolvieron por disección.

Llevamos el problema al Departamento de Matemáticas. Allí, luego de examinarlo atentamente, el Profesor Armando Alvarado, un experimentado resolutor exclamó: ¡ humm!, luce un poco indigesto, ¿por qué no prueban primero con una pizza cuadrada?



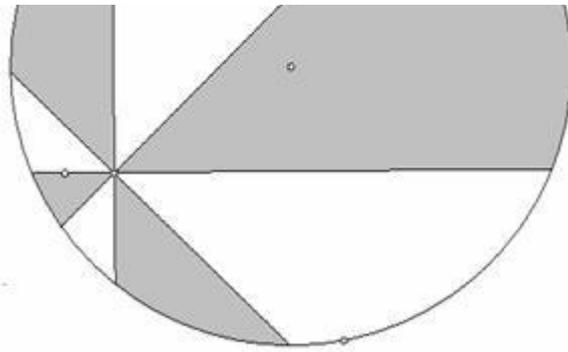


Fig.1

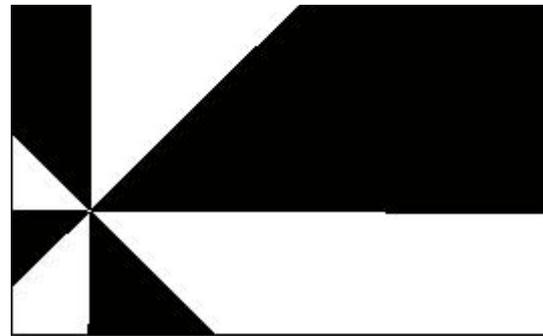


Fig.2

En esos términos lo propusimos a Morelia, quien tras explorar diversas situaciones con el programa computacional El Geómetra nos dijo: la proposición parece verdadera si dos de los cortes son paralelos a dos lados del cuadrado. En caso contrario la proposición es falsa.

Una vez que Morelia enunció la conjetura con precisión, Lovellys, provista de tijeras, varias láminas y utilizando disección, abrió el camino para probar formalmente que la proposición es verdadera para una pizza cuadrada que tiene dos cortes paralelos a dos lados de ésta.

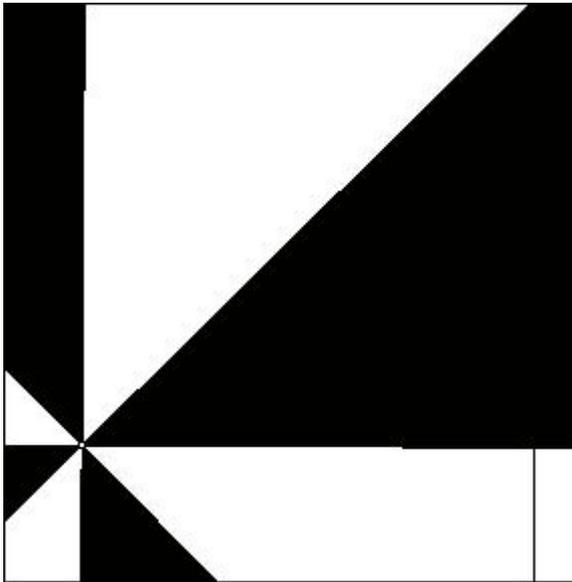


Fig.3

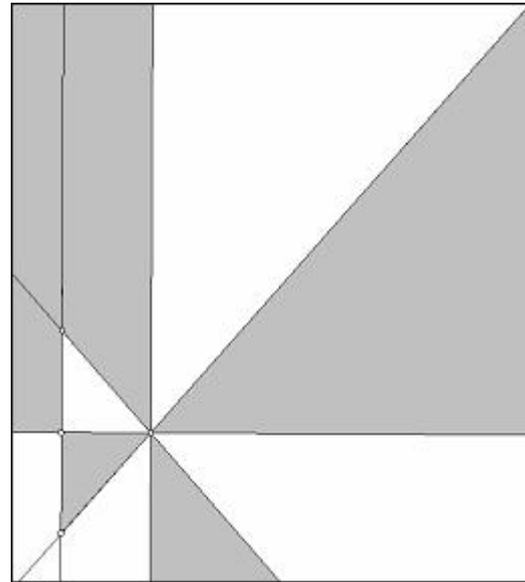


Fig.4

-¡Demasiado particular la situación!-masculló un escéptico que pasaba por allí.

Preguntamos luego a Virginia: ¿cómo podemos aprovechar lo que sabemos de la pizza cuadrada para resolver el problema de la pizza circular? Ella prestamente dijo: muy sencillo, inscribamos la pizza circular en una cuadrada.

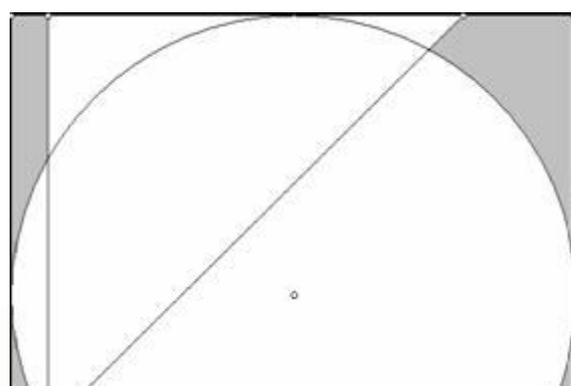
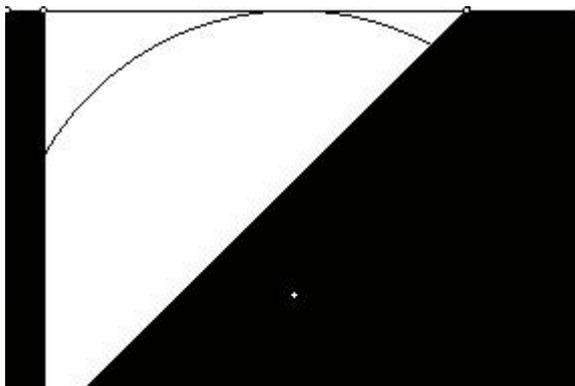




Fig.5

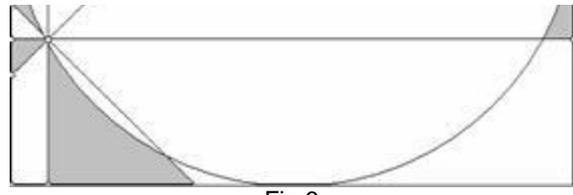


Fig.6

Ahora bastará reubicar las dos regiones oscuras más pequeñas que están adosadas al costado izquierdo del cuadrado, para hacer ver que la suma de las áreas oscurecidas es igual a la de las áreas claras.

### A modo de cierre.

La libre participación de los estudiantes, el ambiente lúdico y los recursos de visualización parecen contribuir, en este caso, a generar un resultado atractivo.

### Referencias

- CARTER, L.; WAGON, S. (1994): "Proof Without Words: Fair Allocation of a Pizza". Mathematics Magazine. 67, 267  
BALBUENA, L. (2002): Breve Guía Matemática de la Laguna. Sociedad Isaac Newton, La Laguna. España.  
GUZMAN, M de. (1996): Visualización en Análisis Matemático. Sochiem, Santiago de Chile.  
SENECHAL, M. (1998). "Forma" en: .Steen,L. (Ed.). La Enseñanza Agradable de las Matemáticas. (pp 149 – 192) Limusa, México

### Autores

- Lovellys González. Estudiante de la carrera de Profesor de Matemática.  
Virginia Movilio. Estudiante de la carrera de Profesor de Matemática.  
Morelia Febres. Estudiante de post-grado.  
Fernando Castro. Profesor de Matemática. Universidad Pedagógica Experimental Libertador.  
Maturín, Venezuela.fercasgu@hotmail.com