Problemas Comentados (XVIII)

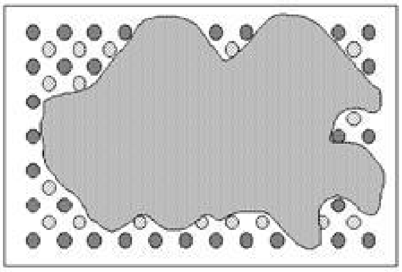
J.A. Rupérez Padrón y M.García Déniz
-Club Matemático-

Vaya por delante nuestra felicitación a las maestras y los maestros de los Centros de Educación Infantil y Primaria de las siete Islas Canarias que participan en el Proyecto “Enseñanza Activa de las Matemáticas”. Un año más, ¡y es el tercero!, han completado con éxito su trabajo en las II Jornadas de intercambio de experiencias desarrolladas en el Hotel Maritim del Puerto de la Cruz (Tenerife) durante los pasados días 6 y 7 de junio. Son ustedes maravillosos. Extendemos la felicitación a los ponentes y administradores del Proyecto.
Los problemas con que abrimos nuestro artículo van dedicados a todos ellos y ellas.

Hay problemas de los que solemos huir. A veces porque los consideramos poco importantes, a veces porque los creemos nada interesantes. Es el caso de los problemas de conteo. En la vida real tenemos muchas ocasiones en las que hemos de contar colecciones de cosas. ¿Por qué no proponemos, entonces, problemas de conteo?
Nos parece que nuestros alumnos **ya** saben contar. Y ese “ya” es definitivo, categórico. Les hemos enseñado a contar y basta.
Lo malo es que la mayoría de las veces nuestros alumnos se quedan sólo con el “cantar”. Enseñamos a contar de una manera metódica, rutinaria. En casa o en la calle, el primer conteo es de pura cantinela. ¿Recuerdan?
Una, dona, tena, catona, quina, quineta, estando, la reina, en su, gabinete, vino, Gil, mató, a Cuadril, cuadril, cuadrón, cuenta, las veinte, que las veinte, son.
Tin, marín, de do, pingüe, cúcara, nácara, títere, fue.
Pico, pico, maru-, rico, salta, la vaca, veinte, y cinco, tengo, un buey, que sabe, arar, trompi-, car, dar la vuelta, a la redonda, esa mano, que se, esconda.
Es puro canto. Sólo importa dónde acaba el último. Era la manera de “echar a suertes”. Un auténtico “pares y nones”. El que “cantaba” siempre ganaba. Sabía dónde había que empezar y por tanto dónde acababa. Hasta cierto punto era divertido e inteligente.
Pero una vez que el alumno sabe contar hacia delante, hacia atrás (descontar), de dos en dos, de tres en tres, etc., el contar se acaba. Se nos queda cojo. Falta enseñar a contar de manera inteligente.
Contar lo que se ve es fácil. Si son pocas cosas. Si son muchas cosas las que hay que contar, debemos usar patrones de configuración. Si hemos de contar cosas que no se ven, también y con mucha más razón. Eso es “conteo inteligente”.

También es conteo inteligente saber completar series. O sumar los términos de una serie dada. Con las series consecutivas, utilizar el método de suma de pares simétricos. Utilizar series de números figurados: triangulares, cuadrados, rectangulares, etc. Series impares consecutivas y números cuadrados o cubos. Los números rectangulares y su relación con el producto.
Vamos a ver algunos ejemplos de problemas que tienen que ver con estas situaciones y comentar la manera de afrontar su resolución

LA MANCHA. (Problema nº 3, Prueba nº 1, RMT , octubre 1995)



Totó ha derramado el tarro de la mermelada sobre un bonito mantel a lunares de la cocina.

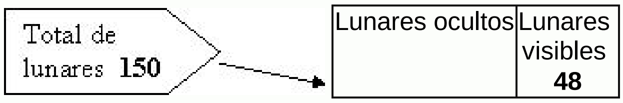
¿Cuántos lunares están completamente recubiertos de mermelada?

Indicad como habéis hallado vuestra solución.

RESOLUCIÓN:
En el primer paso, de **comprensión,** debemos buscar los **datos**, identificarlos, clasificarlos y organizarlos para conocerlos a fondo. También determinar el **objetivo** y la **relación** que los une.
Hay una configuración de lunares en el mantel que, en realidad, está formada por dos configuraciones similares superpuestas. Ambas tienen forma de rectángulo (número rectangular), pero con dimensiones distintas. Las dimensiones del mayor son: largo, 12 lunares (contados en la última fila de abajo y, aunque uno está escondido en la mancha, es fácil determinar su existencia); ancho, 7 lunares (contados en la primera columna de la izquierda, que se ve completa). Hay, por tanto, 12 x 7 = 84 lunares negros. Las dimensiones del menor son de un lunar menos en cada lado (los lunares grises están en los huecos dejados por cada dos negros; haciendo una sencilla correspondencia se determinan las cantidades): largo, 11 lunares; ancho, 6 lunares. Es decir, 11 x 6 = 66 lunares grises. Por consiguiente, el total de lunares del mantel es de 84 + 66 = 150. Los lunares visibles se pueden contar directamente: 48.
El objetivo es determinar los lunares escondidos por la mancha.

La relación entre datos y objetivo es que los lunares escondidos son parte del total de lunares del mantel. La otra parte son los lunares visibles.

Un diagrama que resume bien toda esta información es el siguiente:



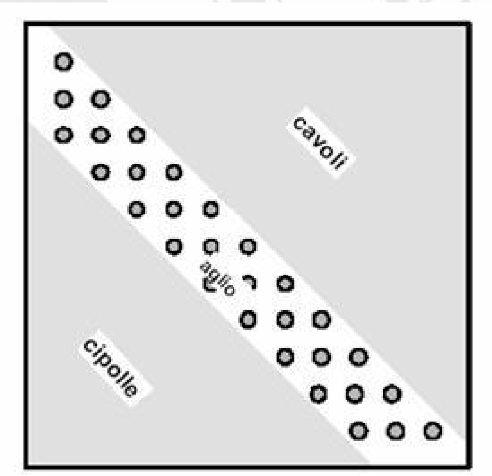
En el segundo paso, de **pensar**, ha de determinarse una estrategia adecuada para resolver el problema. Ya ha quedado claro que basta con **organizar la información** y, como se trata de un problema aritmético, procede utilizar la relación **partes/todo**. El **todo** es el total de lunares del mantel, la **parte conocida** son los lunares visibles y la **parte desconocida** son los lunares ocultos.
El tercer paso, de **ejecución**, ya puede ser dado:

Parte desconocida = total – parte conocida

Solución: 150 – 48 = 102 lunares recubiertos de mermelada

El cuarto paso, de **responder**, requiere una **comprobación** y un **análisis**, antes de convertir la solución en **respuesta**. Una bonita y entretenida manera de hacer la comprobación sería, sobre una fotocopia del mantel, tratar de situar mediante el dibujo los puntos encima de la mancha; contarlos luego y ver que sale la misma cantidad. Utilizar regla para ser más precisos.
El análisis estaría en ver las distintas soluciones que han salido, el por qué han surgido, los errores cometidos y determinar las estrategias asociadas. Finalmente convencerse de que la mejor manera es la aquí explicada, sin descartar taxativamente las otras.

Respuesta: **Hay 102 lunares completamente recubiertos de mermelada**.



EL HUERTO DE ABUELA PAPERA. (Problema nº 2, Prueba Final, RMT , mayo 1998)

Éste es el huerto de forma cuadrada que abuela Papera tiene detrás de casa. Tiene ya plantadas 30 plantitas de ajo y quiere cultivar coles y cebollas en las zonas contiguas.
Ella es siempre muy ordenada y precisa: las plantitas de su huerto deben estar alineadas y dispuestas de manera regular.
¿Cuántas plantitas de col y cuántas de cebolla deberá plantar?
Explicad vuestro razonamiento.

(Al estar la imagen tomada del original de la prueba realizada en Italia, los textos aparecen en italiano: **aglio**, ajo; **cavoli**, coles; **cipolle**, cebollas.)

COMENTARIO:
Al igual que el anterior es un problema de conteo, para utilizar algunas operaciones sencillas y determinar algunos aspectos geométricos en la disposición de las plantas que ayudan a razonar.

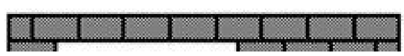
En primer lugar es necesario determinar la disposición de todos los alineamientos. Son paralelas a la diagonal, de tal manera que las plantas de cada alineamiento ocupan los huecos dejados entre cada dos de la fila anterior. Eso implica que cada nuevo alineamiento tiene una planta menos que la anterior.

Buscar, fila por fila, el número de cebollas: (8+7+6+...) y el número de coles (10+9+8+...). Realizar la suma de la manera habitual o esperar que los alumnos vean la fácil utilización del método de los pares simétricos en cada suma:

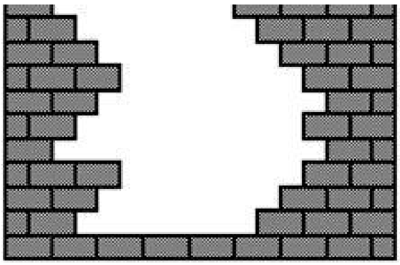
Coles: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = (1 + 10) + (2 + 9) + (3 + 8) + (4 + 7) + (5 + 6) = 11 x 5 = 55
Cebollas: 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = (8 + 1) + (7 + 2) + (6 + 3) + (5 + 4) = 9 x 4 = 36

Respuesta: **Hay 55 coles y 36 cebollas**.

EL MURO. (Problema nº 1, Prueba de ensayo, RMT , diciembre 2000)



¿Cuántos ladrillos faltan en este muro?



Explicad cómo lo habéis hallado?

COMENTARIO:
Es un problema muy parecido al primer. Se trata, pues, de contar los ladrillos que hay en total, los visibles y determinar los que faltan.
Hay muchas maneras de contar los ladrillos debido a la alternancia en la forma de colocar los ladrillos en cada hilera. Es importante aquí hacer un estudio de regularidades. Pero también hay ideas luminosas que facilitan el conteo.
Lo más simple es contar los que faltan directamente sobre el dibujo, pero puede dar lugar a confusiones y, por tanto, a resultados diferentes.
Contando por filas, dándose cuenta de que en cada fila puede faltar una cantidad igual o diferente. Las cuatro primeras filas con hueco tienen cuatro ladrillos menos. A la quinta y a la sexta le faltan uno más que a las anteriores (ver en el dibujo), cinco menos. A la séptima se falta uno más que a la anterior, seis menos. Octava, novena y décima son iguales que la cuarta, cuatro menos. Por tanto, en total: (7 x 4) +(2 x 5) + (1 x 6) = 44.
Contando el total de ladrillos que debería tener la pared, mediante regularidades, y los que han quedado, que son más fáciles de contar, mediante una resta podemos obtener los que faltan. Cada fila es igual que la anterior; sólo cambia el medio ladrillo con que empieza o termina alternativamente cada fila. Es decir, cada fila tiene 8 ladrillos completos y como hay 12 filas, en total: 12 x 8 = 96. Contando ahora los ladrillos que han quedado (olvidarse de los medios ladrillos), directamente sobre el dibujo, 96 – 52 = 44.
También puede recurrirse a partir los ladrillos enteros en medios ladrillos, con lo cual ahora el dibujo es más regular y resulta más fácil contar. Darán así 88 medios ladrillos. Volver atrás en la acción de partir los ladrillos: 88 : 2 = 44 ladrillos.

Respuesta: **En el muro faltan 44 ladrillos**.

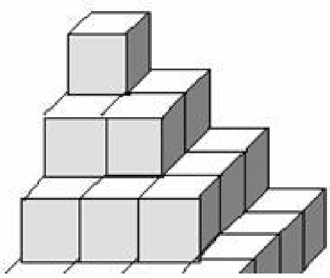
EL CUBO HORADADO. (Problema nº 10, Prueba nº 1, RMT , enero 1998)

Durante el fin de semana, Rubik ha construido un cubo horadado como el representado en la figura.
Orgulloso de su trabajo lo muestra a su amigo Kubi y lo desafía a encontrar cuántos cubitos son necesarios para rellenar completamente el cubo.
Según vosotros, ¿cuántos cubitos se necesitan?
Justificad vuestra respuesta.

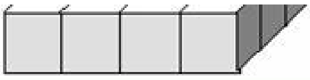
COMENTARIOS:
De tipo similar a los anteriores, al conteo se unen, en este caso, algunos aspectos geométricos: visión espacial y volumen del cubo.
Hay muchas maneras de visualizar el cubo y contar los cubitos.
Podemos contar la totalidad de cubitos que hay en el cubo completo (4^3 = 64) y restar los que quedan (12 + 8 + 12 = 32). Tenemos 64 – 32 = 32.
Otra manera puede ser la siguiente: contar los cubitos que faltan en las 6 caras y añadir a éstos los cubitos internos que forman un cubo de lado 2. O sea: 4 x 6 + 8 = 24 + 8 = 32.
También podemos pensar en el cubo piso a piso y contar los cubitos que faltan en cada piso. Sumando los cuatro resultados: 4 + 12 + 12 + 4 = 32.
Hay quien, incluso, es capaz de visualizar la figura que forman los cubos que faltan y contar, sencillamente, los cubitos que lo forman. Sería una cruz tridimensional del tipo de las usadas por Dalí en sus cuadros y Gaudí en su arquitectura. Con un cuerpo cúbico de 2x2x2, en cada cara llevaría adosados cuatro cubos más: 8 + 6 x 4 = 8 + 24 = 32.

Respuesta: **Se necesitan 32 cubitos**.

JUEGO DE CONSTRUCCIÓN. (Problema nº 7, Prueba de Ensayo, RMT , octubre 2002)



Aquí tienes un apilamiento de cubos. Está formado por cuatro pisos de cubos y cada piso está dispuesto en forma de cuadrado.
¿Cuántos cubos son necesarios para construir, según el mismo modelo, un apilamiento de 10 pisos?
Explicad cómo lo habéis hallado
.
COMENTARIO:
De nuevo encontramos un problema de conteo donde la Geometría es importante: visión espacial, perspectiva. Pero también la Aritmética: secuencia de cuadrados.



Los alumnos comprenden de inmediato que, sobre el dibujo y con algo de visión tridimensional, se pueden contar los cubos piso por piso: 1, 4, 9, 16, y que el total de cubos utilizados es 1 + 4 + 9 + 16 = 30.
Ahora pueden darse cuenta de que pueden imaginar cómo sería el siguiente piso, ayudarse de un dibujo, o utilizar un modelo de cubos de madera o plástico y hacer una torre igual, construyendo un piso suplementario, con 25 cubos; después el siguiente, y en algún momento se percatan de que no hace falta construir o dibujar, basta con imaginar. Perciben que hay un patrón tras la estructura, que no es otro que la serie de los números cuadrados. Así llegan al piso décimo:

$1 + 4 + 9 + 16 + ... + 100 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 10^2 = 385$.
En este proceso pueden hacer multitud de observaciones y descubrimientos a partir de esta serie numérica. Debe dejárseles hablar y llegar a conclusiones interesantes, aunque no sean útiles para la resolución de este problema. Finalmente, pueden dar la respuesta.

Respuesta: **Se necesitan 385 cubos para un apilamiento de 10 pisos**.

Todos estos problemas y algunas de las ideas y comentarios pertenecen a la organización del Rally Matemático Transalpino. Su sitio web tiene la siguiente dirección:
http://www.rmt-sr.ch/archives.htm

Nosotros hemos traducido y analizado los problemas, los hemos aplicado en algunos cursos y hemos realizado la exposición final, adaptada a nuestra manera de entender el proceso de resolución de problemas.

Cambiando de tercio. En el número anterior habíamos hecho algunas propuestas de problemas para resolver. Veámoslas en orden.

LAS EDADES DE LAS HIJAS DEL CANÍBAL. (Revista ARCHIMEDE, 3/2004)

En el curso de una exploración en una isla perdida, tú y un amigo sois capturados por una tribu de aborígenes. Se trata de feroces caníbales, que además tienen una gran pasión por las matemáticas. Las cosas se ponen mal, pero el rey de los caníbales os ofrece una posibilidad de salvación.
El rey tiene dos hijas; se sabe que alguna de ellas tiene más de 1 año. El rey te dice que la suma de las dos edades es 15, mientras comunica a tu amigo, detenido en otra prisión, el producto de las dos edades.
En este punto, para salvarte la vida, debes hallar cuántos años tienen las dos hijas del rey. ¿Qué hacer? Si tú pudieses recibir información de tu amigo, deberías solamente resolver un clásico sistema de suma y producto, pero está excluida toda posibilidad de comunicación. Estás a punto de dar una respuesta, cuando el rey, que después de todo no es tan feroz, trata de animarte: "Tu amigo está a salvo, porque ha determinado las dos edades sin una pizca de duda".
¡He aquí, ésta es la información que te faltaba! ¿Por qué?

SOLUCIÓN:
Este problema tan curioso, en el cuál aparece escasa información, o un dato desconcertante y aparentemente irrelevante, es del tipo del tan conocido que pide averiguar las edades de las tres hijas y el dato final es "**la mayor toca el piano"** o similar. Esa es la información que parece irrelevante. Pero falta información para poder elegir entre las distintas soluciones posibles encontradas. Al volver a la información ya mencionada, encontramos que lo irrelevante es que toque el piano (podía ser otro instrumento u otra actividad cualquiera sin que el problema cambie). Pero el resto (la existencia de UNA y sólo una que es MAYOR) es información matemática lo bastante relevante para permitir la solución del problema al tomar la decisión adecuada.
En el caso del problema de hoy, la información que parece irrelevante es la que proporciona "inocentemente" el rey antes de que tú des una respuesta. **"Tu amigo está a salvo, porque ha determinado las dos edades sin una pizca de duda"**. Si el segundo ha podido encontrar la solución por multiplicación, eso solo es posible si el producto de los dos factores se puede determinar de manera unívoca lo cual nos indica que ambos son factores primos del resultado. Esta información que se deduce de lo aparentemente "irrelevante", permite determinar cuál de las posibles sumas encontradas es la solución.
El hecho de que tu amigo no haya tenido ninguna duda significa que el único número del cual tenía conocimiento bastaba para responder: si se conoce el producto $a \cdot b$ de dos números naturales mayores que 1, se arriesga a determinar unívocamente a y b solamente cuando los dos números son primos.
Por tanto, la última frase del rey ha dado un mensaje importante: ambas edades están expresadas por números primos.
En este punto, la pregunta parece muy simple: determinar dos números primos que tengan por suma 15. Basta observar que si dos enteros a y b tienen por suma 15, entonces uno es par y el otro impar: y ya que el único número primo par es

2, se concluye que las dos edades requeridas son 2 y 13 años.

La comprensión de un problema se basa en la conexión entre tres aspectos importantes: la información que da el problema, los conocimientos que se poseen y el conjunto de experiencias anteriores que se han interiorizado (de las que nos hemos “apropiado”).

LOS TRES MUCHACHOS

Tres jóvenes que van juntos al colegio cada día, pesan un total de 113 kg, de los cuales 48 corresponden al peso de Luis. El muchacho que lleva zapatos pesa exactamente 7 kg menos que el que más pesa. Carlos pesa más que el muchacho que va en zapatillas. Armando pesa menos que el muchacho que va con calzado deportivo. ¿Qué muchacho lleva zapatos?

SOLUCIÓN:
Para sistematizar el razonamiento, numeraremos las afirmaciones que se hacen:
1) Sus pesos suman 113 kg.
2) Luis pesa 48 kg.
3) Quien lleva zapatos pesa exactamente 7 kg menos que el más pesado.
4) Carlos pesa más que el que lleva zapatillas.
5) Armando pesa menos que el que lleva deportivos.

Si Luis pesa 48 kg, los 65 kg restantes deben distribuirse en dos cantidades que pueden ser:
a) una de ellas mayor que 48 o
b) las dos menores que el peso de Luis.

En el caso **a)** ese peso sería de 55 kg, por 3), y Luis llevaría zapatos. Consecuentemente, Carlos lleva deportivos y Armando zapatillas, siendo el menos pesado (10 kg)
En el caso **b)** Luis sería el más pesado por lo que el siguiente en peso alcanzaría los 41 kg (y el tercero pesará 24 kg). En este caso, por 4), Carlos no puede ser el que menos pese, por lo que debe pesar 41 kg y ser el que lleva zapatos. En este segundo supuesto Luis llevaría deportivos y Armando zapatillas.

Si queremos una respuesta única, esta podría ser: ***“El del peso intermedio***”. Pero aplicando el sentido común debemos pensar que con 10 kg de peso estamos hablando de un niño de 1 o 2 años, que no iría al colegio, por lo que la respuesta correcta es: “***Carlos***”

LA TRAVESÍA DEL DESIERTO

Un vehículo especial se va a adentrar en un tramo desértico de 640 km de recorrido. Consume, de media, 2’7 l de gasoil por km, y su depósito adaptado, es capaz para 680 l. Tendrá que situar bidones con gasoil en el desierto donde reabastecerse. El vehículo puede transportar bidones para el gasoil vacíos, donde descargar parte del combustible que transporta en su depósito especial, pero no puede llevar más de los 680 l mencionados. Planificando adecuadamente la operación, ¿cuál es el consumo mínimo de gasoil necesario para que el vehículo cruce el desierto?

SOLUCIÓN:
Este típico problema es conocido como el *problema del Jeep* o de *la travesía del desierto.* En todo caso, la principal dificultad del mismo está en la condición de hacer mínimo el consumo, y puede ser abordado siguiendo una estrategia de “marcha atrás”. Por otro lado, se hace casi imprescindible el redondear valores para simplificar los cálculos, cuestión que no afecta a la metodología usada para resolver el problema. Definimos primero los siguientes términos para simplificar la explicación:
Travesía del desierto: 640 km
Depósito: 680 l
Unidad: 252 km (distancia que se puede recorrer con el depósito lleno)
Trayecto: distancia entre dos depósitos consecutivos
Llamaremos **META** al punto de destino que culmina el cruce del desierto. Hasta esta META se ha de llegar desde un último depósito al que designaremos por A, al penúltimo lo designamos por B y así sucesivamente hasta el primero de ellos, que está en el otro extremo del desierto y que llamaremos SALIDA.
Supongamos que el vehículo termina la travesía en una última etapa que inicia con el depósito lleno.

A	252 km	META
META -1	$\longrightarrow$	Final

Para ello debe disponer en A de un depósito completo que recargar. Este depósito lo habrá creado dando tres viajes: en el primero utiliza dos tercios para ir desde B a A y regresar a B, y almacena en A el tercio restante. En un segundo viaje gasta 1/3 al desplazarse y los dos tercios restantes junto con el tercio que almacenó le proporcionan el depósito necesario para el último tramo

B	Consume 1/3 por trayecto	Deposita en A			META
3/5	→		1/3		
3/5	←				
4/5	→		2/3		
=10/5					

Las fracciones son referidas a una unidad de 252 km, por lo que en el caso de 1/3 son 84 km, ó de 50.4 en el caso de 1/5, etc.
Evidentemente, en B debe de disponer de dos depósitos completos con los que hacer los desplazamientos anteriores. Pero para tener en B dos depósitos, debe dar 5 viajes desde C hasta B de la siguiente manera:

C	Consume 1/5 por trayecto	Deposita en B					META
5/7	→	3/5					
5/7	←						
5/7	→	3/5					
	←						
6/7	→	4/5					
=21/7							

En los dos primeros viajes de C a B gasta 1/5 en cada trayecto y deposita en B 3/5 del depósito. En el tercer viaje, que es sólo de ida, gasta 1/5 y le quedan en el depósito 4/5.
Rellena el depósito con 1/5 de lo almacenado en los dos primeros viajes, y puede hacer un viaje hasta A en las condiciones explicadas anteriormente. Regresa y hace un segundo viaje después de llenar el depósito en C.
De esta forma continuarán la creación de depósitos y los trayectos.
El camino recorrido es entonces el producto de la unidad que hemos establecido en 252 km por la suma de las fracciones

$$1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\ldots$$

y podemos expresar mediante la siguiente fórmula que la distancia a recorrer (640 km) es el resultado de multiplicar la unidad definida anteriormente por la suma de la serie divergente indicada.

$$\boxed{D=u\cdot\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\ldots\frac{1}{n}\right)}$$

Para hallar el valor de n podemos utilizar una hoja de cálculo como la que sigue:

total de gasoil	Consumo en l/km	Depósito del vehículo	km del desierto	km último tramo	km tramos A-D	consumo por tramo	resto depositado	Consumo último tramo				
30600	2,7	680	640	252,0	97,0	261,9	156,2	680,4				
Depósito	S	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
nº sumandos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
denominadores	0	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
fracciones	0	1	0,33	0,20	0,14	0,11	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,05
suma fracciones	0	1	1,33	1,53	1,68	1,79	1,88	1,96	2,02	2,08	2,13	2,18
Km/depósito	0	252	336,00	386,40	422,40	450,40	473,31	492,69	509,49	524,32	537,58	549,58
nº depósitos	0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k, a atravesar	0	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO
Consumo total	0	680	2040	3400	4760	6120	7480	8840	10200	11560	12920	14280

	L	M	N	Ñ	O	P	Q	R	S	T	U	V

nº sumandos	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
denominadores	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45
fracciones	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02
suma fracciones	2,22	2,26	2,30	2,34	2,37	2,40	2,43	2,45	2,48	2,50	2,53	2,55
Km/depósito	560,54	570,62	579,95	588,64	596,77	604,41	611,61	618,42	624,88	631,02	636,88	642,48
nº depósitos	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
k, a atravesar	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	NO	24 dep.
Consumo total	15640	17000	18360	19720	21080	22440	23800	25160	26520	27880	29240	30600

En la que vamos contabilizando el número de depósitos necesarios y sumando las fracciones de la serie, suma que multiplicada por la unidad nos dará los kilómetros recorridos. Cuando estos kilómetros alcancen el valor de la travesía, tendremos el problema resuelto, y esto ocurre para un total de 24 depósitos que necesitaremos en el punto de partida, con un consumo para atravesar el desierto de 30 600 litros de gasoil. El número de depósitos que es necesario establecer es uno menos que el número de términos de la serie.
Usando datos más sencillos y más cercanos a los alumnos, podremos enunciar problemas parecidos al propuesto que permitan este razonamiento en “reversa”.
Si hubiera que volver al lugar de partida después de recorrer una distancia en el desierto la expresión sería:

$$D = u \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \ldots \frac{1}{n} \right)$$

Ahora corresponde hacer la propuesta de nuevos problemas, con la intención de que nuestros lectores los aborden y resuelvan. En el próximo NÚMEROS daremos nosotros nuestras soluciones y comentarios. Esperamos que algún lector se anime a enviar su propia respuesta y ¡ojalá! alguna propuesta que añadir a las que nosotros damos en estos artículos.
Comenzamos con uno más de la serie de problemas de caníbales.

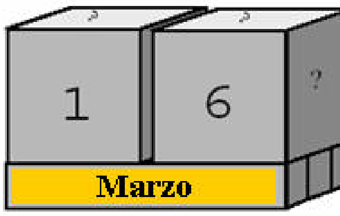
LAS EDADES DE LAS HIJAS DEL CANÍBAL (2). (Revista ARCHIMEDE, 3/2004)

En el curso de una exploración en una isla perdida, tú y un amigo sois capturados por una tribu de aborígenes. Se trata de feroces caníbales, que además tienen una gran pasión por las matemáticas. Las cosas se ponen mal, pero el rey de los caníbales os ofrece una posibilidad de salvación.
El rey tiene dos hijas, cuyas edades están expresadas por números enteros positivos. El rey comunica a tu amigo la suma de las dos edades, mientras a ti te dice que la diferencia entre las dos edades es 5. Tu amigo dice que no está capacitado para responder con seguridad, porque –añade- está dudando entre 4 posibilidades. Ahora te toca a ti, ¿qué respondes?

LA EXPEDICIÓN AL PAÍS DE LOS CANÍBALES. (Adaptado de: Bolt, Brian; *A Mathematical Jamboree*)

Una expedición formada por tres exploradores planea internarse en la isla a la búsqueda de la tribu de caníbales aficionados a las matemáticas. Piensan que se encuentran a doce días de marcha desde la costa hasta donde está la tribu. Los exploradores contratan porteadores para llevar el avituallamiento necesario mientras ellos cargan con el instrumental científico y audiovisual que necesitan. Saben, por expediciones anteriores que cada portador puede llevar lo equivalente a 10 días de avituallamiento para una persona y los porteadores pueden regresar a la costa al comienzo de cualquiera de los días. ¿Cuál es el mínimo de porteadores necesarios para llevar a cabo la expedición de 12 días?

CRUZANDO EL RÍO, NO TODOS SABEN REMAR. (Adaptado de: http://www.unlu.edu.ar)



Los tres exploradores del problema anterior llegan, ya sin porteadores, a la orilla de un río que han de cruzar. Se encuentran con tres caníbales y una barca en la que sólo caben dos personas. Los tres exploradores saben remar, pero solo uno de los caníbales sabe hacerlo. Por otra parte, han de efectuar el traslado de forma que en ningún momento los caníbales superen en número a los exploradores, pues en tal caso se los comerían.
¿Cuál es el mínimo número de viajes que habrán de efectuar para cruzar todos al otro lado sin que los caníbales se coman ningún explorador?

Y seguimos con uno de los propuestos este año en el Torneo.

EL CALENDARIO. (XXIII de Matemáticas para alumnos de 2º de la E.S.O., Primera Fase, organizado por la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas, marzo/2007)

Un artesano quiere construir un calendario, como el de la figura, formado por dos cubos puestos uno al lado del otro sobre tres paralelepípedos. En cada cara de los cubos hay una cifra. Resulta así posible leer un número de dos cifras que indica un día del mes. En las caras de los paralelepípedos están indicados los nombres de los meses.

¿Qué cifras deberá escribir el artesano en las caras de los dos cubos para poder representar todos los días de los doce meses?

Explica tu razonamiento e indica las cifras escritas en las diferentes caras de los dos cubos.

Y aquí queda todo de momento. Hágannos caso. Escriban mensajes a esta sección y cuenten sus soluciones y experiencias o, si lo prefieren, propongan sus propios problemas. Como siempre, aguardamos sus noticias a la espera del próximo NÚMEROS.

Un saludo afectuoso del **Club Matemático.**

El **Club Matemático** está formado por los profesores
José Antonio Rupérez Padrón, del **IES Canarias Cabrera Pinto** (La Laguna),
y **Manuel García Déniz,** del **IES Tomás de Iriarte** (Santa Cruz de Tenerife).
mgarciadeniz@sinewton.org / jaruperezpadron@sinewton.org