NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 76, marzo de 2011, páginas 19–29

Magia y Matemáticas de la Mano de Martin

Pedro Alegría Ezquerra (Universidad del País Vasco)

Artículo solicitado al autor por la revista

Resumen El pasado mes de mayo falleció, a la edad de 95 años, Martin Gardner, una personalidad de quien se afirma que ha convertido a miles de matemáticos en magos y a miles de magos en matemáticos. Su afición por esta ciencia y aquel arte, puesta de manifiesto en su incansable producción escrita, ha movilizado a los más diversos colectivos tanto en los últimos años de su vida como después de ella. La admiración y el reconocimiento por su labor didáctica le han hecho merecedor de multitud de homenajes, uno de los cuales pretende ser este trabajo que consiste en un recorrido por algunos juegos de magia basados en propiedades matemáticas que nos enseñó a lo largo de sus publicaciones.

Palabras clave Martin Gardner, magia, matemáticas, didáctica.

Abstract Last May died, at the age of 95 years, Martin Gardner, a personality who has turned in magicians to thousands of mathematicians and in mathematicians to thousands of magicians. His passion for this art and that science, as manifested in his many publications, has mobilized many different groups both in the last years of his life and after he passed away. The admiration and appreciation for his teaching work has earned him many honors, one of whom claims to be this work that is a tour through some magic tricks based on mathematical properties that he teach us throughout their papers.

Keywords Martin Gardner, magic, mathematics, teaching.

1. Introducción

> El elemento lúdico que hace recreativa a la matemática recreativa puede tomar muchas formas: un problema para resolver, un juego competitivo, un truco de magia, una paradoja, una falacia o simplemente matemática con alguna vuelta curiosa o divertida. ¿Son estos ejemplos de matemática pura o aplicada? Es difícil decirlo. En un sentido la matemática recreativa es matemática pura, incontaminada de utilidad. En otro sentido es matemática aplicada, ya que responde a la necesidad humana de jugar. **Martin Gardner**

¿Qué sentimiento puede padecer un matemático profesional que ha dedicado su vida a la investigación cuando descubre que un aficionado, sin estudios superiores de matemáticas, posee número de Erdös igual a dos[1]? ¿Qué impresión le asalta a un mago profesional colmado de éxitos y fama internacional cuando se entera que un aficionado, que nunca ha actuado en público de manera profesional, es considerado uno de los cien magos más influyentes del siglo XX[2]? ¿Qué clase de

[1] Se puede comprobar en http://www.ams.org/mathscinet/collaborationDistance.html
[2] Según la lista publicada por la revista MAGIC Magazine, en junio de 1999.

admiración produce entre sucesivas generaciones de aficionados a la ciencia ficción, a sus personajes y míticos autores, descubrir que el mismo personaje que ha alcanzado los éxitos anteriores, fue fundador, junto con Paul Kurtz, Isaac Asimov y Carl Sagan, entre otros, del *"Committee for the Scientific Investigation of Claims of the Paranormal"*, con el objetivo de promover la investigación crítica de los fenómenos paranormales, desde un punto de vista científico? ¿Qué méritos ha podido cosechar este mismo personaje para ser conmemorado cada dos años mediante un congreso en su homenaje, del que se han celebrado ya nueve ediciones, y que reúne a las personalidades más representativas del mundo de la matemática recreativa, de la magia y del coleccionismo de juegos de ingenio[3]? ¿Qué tiempo ha quedado libre a este personaje para ejercer su profesión de escritor, para publicar cerca de cien libros de temática variada, a lo largo de casi 80 años de carrera?

Muchas respuestas se han tratado de ofrecer desde su fallecimiento en mayo de 2010, a la edad de 95 años, en diferentes medios y desde los foros más diversos. Si fuera posible extraer en una sola frase el contenido de los obituarios que se han difundido en la prensa e internet, así como de los reconocimientos y agradecimientos por su labor, podríamos decir que la vida de Martin Gardner ha despertado la admiración de muy variados colectivos, todos ellos de acuerdo en que su sugerente estilo a la hora de escribir en diferentes temas ha conseguido atraer la atención y el interés en aspectos poco reconocidos y explorados hasta entonces.

Es claro entonces que sería imposible hacer un recuento de sus contribuciones a la ciencia y la cultura del siglo XX. De modo que hemos elegido en este artículo centrarnos en la parte más mágica de las matemáticas (o la más matemática de la magia): la que él adoptó con el nombre de matemagia. Haremos un recorrido por sus contribuciones en este campo y señalaremos algunas de las que nos han parecido más atractivas. Terminaremos con algunos apuntes sobre las ideas que él defendía sobre los métodos de enseñanza de las matemáticas, tanto a nivel elemental como superior.

Son muchos los escritos que nos ha legado, casi un centenar de libros publicados sobre todos los campos de conocimiento que él cultivó, desde la literatura hasta la filosofía, pasando por la divulgación científica, la matemática recreativa y la magia. Debido a la multitud de ediciones, reimpresiones y traducciones de los libros de Martin Gardner, nos limitaremos en las referencias a la recopilación en versión digital de sus contribuciones mensuales a la revista *Scientific American*, que abarcaron desde 1956 hasta 1981, un CD-ROM publicado en 2005 por The Mathematical Association of America bajo el título *Martin Gardner's Mathematical Games*.

2. La colección de libros recopilatorios

La magia, junto con el ajedrez, ha sido la afición más duradera de las que Gardner cultivó. Así como el ajedrez se convirtió en una obsesión que no le permitía atender otras ocupaciones, la magia fue su compañera inseparable hasta sus últimos tiempos. A los quince años publicó su primer juego de magia en una de las revistas más importantes de la época, *The Sphinx*. Con 80 años se le puede ver (figura 1) haciendo flotar una cuchara en el aire con su "fuerza mental".

Dicha afición le llevó a conocer personalmente a las mentes más brillantes del mundo de la magia. Pero la magia y las matemáticas están íntimamente ligadas: tanto los magos como los matemáticos están motivados por el sentido de sorpresa que representa el misterio esencial del mundo. Los magos ponen de manifiesto hechos sorprendentes y los matemáticos tratan de explicarlos. Por otra parte, como opinaba Arthur Clarke, el famoso escritor de ciencia ficción, cualquier tecnología suficientemente avanzada es indistinguible de la magia. El propio Gardner se consideraba en la intersección de la magia y las matemáticas, afirmando que *"la magia matemática tiene su propio*

[3] La página oficial de los congresos es http://www.g4g4.com/index.html

encanto, pues combina la belleza de las estructuras matemáticas con el valor de entretenimiento de los trucos de magia".

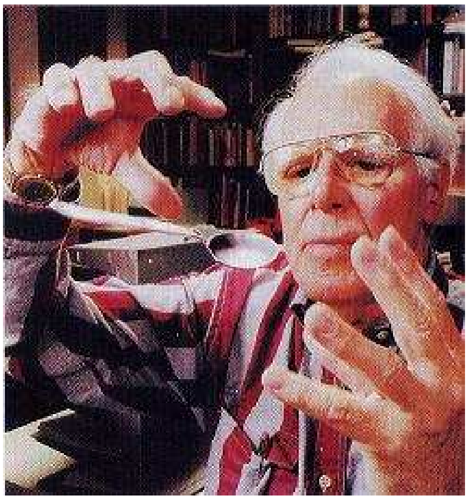

Figura 1. Martin Gardner, demostrando sus dotes de "control mental".

Como muestra de su afirmación, Gardner no perdía oportunidad a lo largo de sus publicaciones de utilizar los juegos de magia para ilustrar alguna teoría matemática o para describir algún principio matemático curioso. Este es el objetivo de la sección: recorrer sus artículos de la Scientific American para encontrar esos juegos mágico-matemáticos que han tenido gran influencia en el entorno docente y en el mundo mágico.

No hace falta llegar muy lejos en el recorrido de sus artículos. En (Gardner, 1988a, pp. 15-18) encontramos la primera referencia a los juegos de magia. Bajo el título "Magic with a matrix", describe un original juego de adivinación de una suma con números elegidos de forma "arbitraria" por un espectador, como muestra de las propiedades de los cuadrados mágicos, los cuales aparecen a menudo en sus artículos. El juego es el siguiente:

Observa el cuadrado de la figura adjunta:

19	*8*	*11*	*25*	*7*
12	*1*	*4*	*18*	*0*
16	*5*	*8*	*22*	*4*
21	*10*	*13*	*27*	*9*
14	*3*	*6*	*20*	*2*

Selecciona cualquier número trazando un círculo alrededor de él. Tacha ahora el resto de los números que están en su misma fila y columna. Repite la misma operación: traza un círculo alrededor de cualquier número no tachado y tacha todos los números que están en su misma fila y columna. Al repetir la operación cinco veces, habrá cinco números con un círculo alrededor. Suma todos ellos y comprueba que el resultado es 57. ¿Cómo puede saberse de antemano?

Para comprender la explicación, basta observar que el cuadro anterior es simplemente la tabla de sumar de ciertos números, donde se han ocultado los sumandos. La tabla completa sería así:

+	*12*	*1*	*4*	*18*	*0*
7	*19*	*8*	*11*	*25*	*7*
0	*12*	*1*	*4*	*18*	*0*
4	*16*	*5*	*8*	*22*	*4*
9	*21*	*10*	*13*	*27*	*9*
2	*14*	*3*	*6*	*20*	*2*

De este modo, el proceso anterior hace que la suma de los números resultantes sea siempre la suma de los números que encabezan la tabla.

El capítulo 10 del mismo libro está dedicado íntegramente a juegos de magia con cartas, elementos que utilizará regularmente en sus artículos, unas veces para plantear problemas de ingenio y otras veces para motivar el aprendizaje de propiedades matemáticas diversas.

El capítulo 4 del segundo libro de la colección (Gardner, 1987a, pp. 43-48) está dedicado a explotar, en clave de juego de magia, algunas propiedades de la raíz digital de un número en relación con la regla de divisibilidad del nueve. Explica otros juegos basados en dicha regla en el noveno libro de la colección (Gardner, 1992a, pp. 257-259). En el capítulo 7 del mismo libro (Gardner, 1987a, pp. 78-80) presenta algunos efectos mágicos que ilustran algunas características curiosas y sorprendentes de la topología y la teoría de grupos. Otros trucos topológicos aparecen en el capítulo 17 del cuatro libro de la colección (Gardner, 1991, pp. 199-201), en el capítulo cinco del octavo libro (Gardner, 1989b, p. 73) y todo el capítulo nueve del octavo libro (Gardner, 1989b, pp. 123-136) está dedicado al estudio de las propiedades, tanto mágicas como matemáticas, de la banda de Möbius como una forma sencilla de presentar las superficies no orientables. La figura, aparentemente imposible de construir sin traspasar la cuarta dimensión, que llama "hypercard" (cuya imagen se muestra en la figura 2) también merece un tratamiento como juego de magia en (Gardner, 1992b, pp. 125-128).

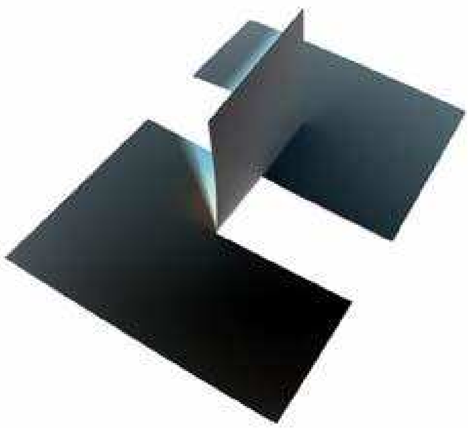

Figura 2. Imagen del "hypercard".

Ya el primer capítulo del tercer libro de la colección (Gardner, 1995, pp. 14-19), de título "The binary system", contiene diferentes versiones del famoso juego de adivinación de un número a partir de una colección de tarjetas basadas en la representación binaria de los números. El famoso juego de las 21 cartas (o problema de Gergonne), cuya explicación descansa en el sistema de numeración ternaria, es tratado en (Gardner, 1984, pp. 109-110). El capítulo 9 (Gardner, 1995, pp. 103-109) está dedicado íntegramente a describir juegos de magia basados en principios matemáticos, desde el sorprendente principio de Gilbreath hasta el elemental principio de paridad. El principio de Gilbreath aparece de nuevo en el octavo libro de la colección (Gardner, 1989b, p. 94). La idea básica de este principio, descubierto en 1957 por el matemático-mago Norman Gilbreath, es que una mezcla simple de una baraja ordenada produce dos sucesiones ordenadas de cartas, quizá entremezcladas entre ellas. Un estudio matemático sencillo de este principio aparece en (Behrends, 1997). También se han encontrado sorprendentes conexiones de este principio con la teoría de embaldosados no periódicos (de Bruijn, 1987).

Otro juego basado en el principio de paridad puede encontrarse en (Gardner, 1984, p. 75). En el capítulo 20 (Gardner, 1995, pp. 234-235) presenta una novedosa adivinación, no de un número sino ¡de una función! utilizando las propiedades del triángulo de Pascal. Utilizando unas cuantas cerillas, ofrece otro sorprendente truco basado en la paridad en (Gardner, 1992a, pp. 16-17). También explota el principio de paridad utilizando cuadrados mágicos en (Gardner, 1983, pp. 72-73).

Nuevamente, todo el capítulo 13, titulado "Chicago Magic Convention", del cuarto libro (Gardner, 1991, pp. 147-159) está dedicado a la magia matemática. Queremos destacar la versión que allí se describe del llamado truco de cartas de Cheney en el que se utiliza la teoría de información para descubrir una carta elegida. Describiremos brevemente el juego, planteándolo como problema de ingenio.

Con un ayudante vuelto de espaldas, el mago entrega una baraja completa, de 52 cartas a un espectador, el cual selecciona cinco cartas. El mago, al verlas, vuelve de dorso una de ellas y ordena adecuadamente las otras cuatro. El espectador nombra en voz alta las cuatro cartas. Al oírlas, el ayudante es capaz de adivinar la carta que ha quedado de dorso. El problema es pues encontrar la estrategia que deben utilizar el mago y el ayudante para determinar dicha carta.

Recientemente se ha despertado el interés de la comunidad educativa hacia el problema de resolver el fundamento matemático de dicho truco, debido a su potencial pedagógico y la riqueza de aspectos matemáticos involucrados. Un par de ejemplos que confirman lo anterior son los artículos (Kleber, 2002) y (Holm y Simonson, 2003).

En el mismo capítulo, describe también las propiedades matemáticas de la llamada mezcla australiana, proceso de eliminación de cartas en una baraja similar al conocido como problema de Josefo[4].

En el capítulo 3 del quinto libro (Gardner, 1985, pp. 32-34) aparece un ejemplo de paradoja geométrica muy del gusto de Martin Gardner. Anteriormente ya había dedicado un capítulo al estudio y propiedades de dichas paradojas en su aclamado libro sobre magia matemática (Gardner, 1956). En el décimo (Gardner, 1983, pp. 40-42) y duodécimo (Gardner, 1988b, pp. 58-61) libros de la colección, desarrolla de forma amena y didáctica otros ejemplos de paradojas probabilísticas, basadas en algunos fenómenos no transitivos. Un poco más adelante (Gardner, 1983, pp. 128-129) describe otras paradojas visuales muy sorprendentes. Con ingeniosa ironía describe en el capítulo 16 del mismo libro (Gardner, 1985, pp. 146-157) 26 efectos clásicos de clarividencia y precognición, descubriendo así algunos de los métodos utilizados por los falsos médiums y pseudovidentes, a quienes siempre trató de desenmascarar.

[4] Se puede encontrar una descripción del problema en http://es.wikipedia.org/wiki/Problema_de_Flavio_Josefo

La numerología también estaba presente en muchos de sus artículos. Como continuación de (Gardner, 1995, p. 100), en el capítulo 19 describe algunas propiedades mágicas del número cinco. A modo de ejemplo, describiremos la siguiente.

Sean x_1 y x_2 dos números reales positivos arbitrarios. A continuación construimos la sucesión recurrente

$$x_{n+1} = \frac{x_n + 1}{x_{n-1}}, n = 2,3,...$$

A simple vista, si la sucesión fuera convergente, su límite sería la constante áurea. Sin embargo, no es convergente ya que, curiosamente, se trata de una sucesión 5-periódica: todos los valores se repiten cada cinco términos.

En el capítulo 14 del sexto libro (Gardner, 1984, pp. 135-142) hace honor a los libros más representativos de la magia matemática hasta el momento, como son *Mathemagic* de Royal V. Heath (1933) y *Mathematical Magic* de William Simon (1964).

De nuevo, un capítulo completo del séptimo libro (Gardner, 1989a, pp. 77-88) está dedicado a descubrir algunos trucos utilizados por los calculistas para realizar operaciones relámpago. Como ejemplo curioso, muestra el secreto de multiplicar rápidamente dos números de nueve cifras (siempre que uno de ellos sea 142857143). Así, si queremos multiplicar el número 456887156 por aquél, basta dividir por siete el número 456887156456887156. La explicación es simple: la multiplicación de 7 por 142857143 es igual a 1000000001. En ese mismo capítulo explica un método sencillo para adivinar el día de la semana correspondiente a cualquier fecha del siglo XX.

También el capítulo 10 (Gardner, 1989a, pp. 123-138) describe de manera atractiva las propiedades matemáticas de las mezclas de cartas y su aplicación a gran variedad de juegos de magia. En particular, define la mezcla faro, también llamada mezcla perfecta, que consiste en lo siguiente:

- Se divide un paquete de cartas exactamente por la mitad.
- Se mezclan las cartas, imbricándolas de modo que se vayan alternando las cartas de cada montón, una por una y de forma exacta.

Además,

- Si las cartas superior e inferior del paquete inicial mantienen sus posiciones después de la mezcla, ésta recibe el nombre de faro exterior (**Faro-Out**).
- Si la carta superior pasa al segundo lugar y la inferior al penúltimo lugar después de la mezcla, ésta recibe el nombre de faro interior (**Faro-In**).

Muchas propiedades de dicha mezcla se desarrollan en (Alegría, 2008). Un estudio más completo, con aplicaciones de la mezcla faro en el diseño de memoria dinámica de ordenadores, se encuentra en (Morris, 1998). Destacaremos, por su sorprendente elegancia, la siguiente propiedad obtenida de forma experimental por el mago-informático Alex Elmsley:

Si queremos pasar la carta superior de la baraja a la posición n-ésima, escribimos el número n–1 en el sistema de numeración binaria y realizamos una sucesión de mezclas faro de acuerdo a las cifras de dicho número: por cada cifra 0 realizamos una faro exterior (Out) y por cada cifra 1 realizamos una faro interior (In). Por ejemplo, para pasar la primera carta a la posición vigésimo *tercera, escribimos el número 22 en base 2, y obtenemos 10110. Así pues realizamos la siguiente secuencia de mezclas faro: In-Out-In-In-Out.*

En el capítulo 15 del mismo libro (Gardner, 1989a, pp. 194-196) describe un juego de cartas basado en las propiedades del triángulo de Pascal y la regla de divisibilidad del nueve. Este ejemplo vuelve a ratificar uno de los lemas más característicos de Martin Gardner; en la introducción del libro afirma que, en un nivel elemental, no es posible motivar a ningún alumno para aprender la teoría de grupos diciéndole que la encontrará hermosa, estimulante o incluso útil si algún día llega a ser un físico especializado en partículas.

Otro juego que le gustaba contar para ratificar sus ideas es el siguiente:

Escribe en una calculadora un número de tres cifras, digamos ABC. Escribe a continuación el mismo número, obteniendo así el número ABCABC. Independientemente de las cifras elegidas, puedo adivinar que el número es múltiplo de 13. Compruébalo con la calculadora. Divide ahora el cociente entre 11. ¡También sale exacto! Más aún, divide el resultado entre 7. No sólo el resultado es exacto sino que ¡el cociente resulta de nuevo el número ABC!

Gardner afirma que no conoce un método mejor de introducir a los estudiantes en la teoría de números y en las propiedades de los números primos que la explicación de por qué este truco funciona siempre.

Es indudable que una baraja de cartas ofrece muchas posibilidades para establecer propiedades combinatorias y probabilísticas, algunas de ellas poco intuitivas. En el capítulo 7 del octavo libro de la colección (Gardner, 1989b, pp. 97-102) describe algunas de ellas.

El número 142857 ya citado es motivo del capítulo 10 del noveno libro (Gardner, 1992a, pp. 97-102). Dicho número es precisamente el periodo de la expresión decimal del número 1/7 y tiene la propiedad de que, al multiplicarlo por 1, 2, 3, 4, 5 ó 6, el resultado contiene las mismas cifras del número en distinto orden, de ahí que se llame número cíclico. En 1919, Leonard Dickson probó que todo número cíclico es el periodo de la expresión decimal del inverso de algún número primo. Recíprocamente, para que el periodo de la expresión decimal del inverso de un número primo p sea cíclico es suficiente que el número de cifras de dicho periodo sea p – 1. Los únicos nueve números primos menores que 100 que generan números cíclicos son 7, 17, 19, 23, 29, 47, 59, 61 y 97.

Otro curioso juego basado en propiedades de algunos números es el siguiente (Gardner, 1988b, p. 270):

Escribe en una calculadora el número 98765432 y divídelo por 8. Sorprendentemente, el resultado es 12345679, donde están todas las cifras en orden creciente, pero ha desaparecido precisamente el 8. Si quieres que vuelva a aparecer, multiplica el resultado por 72. Verás que el resultado está formado solamente por ochos.

La famosa sucesión de Fibonacci también se presta a realizar trucos de adivinación. Basta aplicar algunas propiedades poco conocidas de dicha sucesión para sorprender a públicos profanos. Varios ejemplos se muestran en el capítulo 13 del noveno libro (Gardner, 1992a, pp. 159-165). Después de efectuar uno de estos trucos, cualquier persona está mejor predispuesta para escuchar y retener propiedades matemáticas de esta y otras sucesiones definidas por relaciones de recurrencia. En el décimosegundo libro (Gardner, 1988b, p. 273) describe el siguiente juego, donde aparece la relación entre la sucesión de Fibonacci y el número áureo:

Escribe en una fila dos números arbitrarios. Debajo de ellos escribe la suma de ambos. Sigue escribiendo números en fila, cada uno de ellos igual a la suma de los dos inmediatamente superiores a él, hasta tener alrededor de veinte números. Ahora divide el último entre el penúltimo o el penúltimo entre el último, como prefieras. Observo que las tres primeras cifras de la parte decimal son 6, 1 y 8.

Es fácil entender la explicación: el límite del cociente de dos términos sucesivos de una sucesión de Fibonacci es, o bien el número áureo 1,61803… o bien su inverso 0,61803… En cualquier caso, una buena aproximación al límite la produce el cociente entre dos términos suficientemente grandes.

El capítulo 19 del décimo libro (Gardner, 1983, pp. 206-213) está dedicado nuevamente a juegos matemáticos con cartas. Como muy acertadamente señala, los trucos matemáticos suelen ser aburridos para la mayoría de la gente, debido a la acumulación de tareas repetitivas que conllevan. Sin embargo, tienen un curioso atractivo entre los matemáticos aficionados o profesionales, por esa misma razón. En el citado capítulo presenta toda una rutina de juegos con cartas basados en diferentes principios matemáticos, como el de paridad, el de Hummer y el de Fulves, principios que están descritos con detalle en (Alegría, 2008).

Otro interesante principio matemático, relacionado con la teoría de la probabilidad, es el conocido como principio de Kruskal (Gardner, 1997a, pp. 274-276), descubierto por el físico de la Universidad de Rutgers, recientemente fallecido, Martin Kruskal. El desarrollo del juego es el siguiente:

Se distribuyen todas las cartas de la baraja, previamente mezclada, caras arriba sobre la mesa. Se pide a un espectador que piense un número del uno al diez. A continuación, debe realizar las siguientes operaciones, todas ellas mentalmente para no dar ninguna indicación de sus resultados:

- *Empezando con la primera carta, debe recorrer tantas cartas como indica el número pensado.*
- *Al finalizar, debe fijarse en el valor de la carta donde se ha detenido y volver a recorrer, empezando por dicha carta, tantos pasos como indica dicho número. En caso de que se haya detenido en una figura, recorrerá cinco pasos.*
- *El proceso anterior debe repetirlo tantas veces como sea posible, es decir siempre que haya suficientes cartas para hacer el recorrido preciso. Cuando no pueda hacerlo más, debe fijarse y recordar la última carta del último trayecto.*

Pues bien, a pesar de la aleatoriedad de dicho proceso, es posible descubrir el valor de dicha carta con una probabilidad mayor que 0,8. Esto es debido a que, para casi todas las elecciones de la primera carta, el camino converge al mismo resultado final. El modelo matemático que mejor se ajusta a las características de este juego es el de las cadenas de Markov, tipos especiales de procesos estocásticos, de gran interés en ciertas aplicaciones estadísticas[5].

En el penúltimo libro de la colección dedica un capítulo (Gardner, 1992b, pp. 67-70) al reconocido filósofo Charles Sanders Peirce y describe con detalle lo que llama “el truco de cartas más difícil y fantástico jamás inventado”, publicado en los “Collected Papers”de Peirce, con el que cualquier profesor puede motivar a los estudiantes interesados en la aritmética de congruencias. También en el último libro de la colección (Gardner, 1997b, pp. 239-240) utiliza la aritmética de congruencias módulo 13 con el que mostrar un método sencillo para adivinar cualquier carta eliminada de una baraja completa. En el libro (Gardner, 1987b, pp. 11-12), el tercero de la colección que recopila

[5] Una curiosa prueba del origen divino de la Biblia se encuentra en http://sprott.physics.wisc.edu/Pickover/realitygame.html

sus contribuciones a la revista *Isaac Asimov' s Science Fiction Magazine* durante diez años, explica con detalle un fantástico juego de cartas basado en la aritmética de congruencias módulo 5.

3. La enseñanza de las matemáticas según Gardner

La variedad de los temas que trató a lo largo de veinticinco años y el estilo directo que destilaban sus columnas mensuales en la revista Scientific American causaron gran interés entre sus lectores y tuvieron mucha influencia entre estudiantes de matemáticas, muchos de los cuales serían docentes en un futuro próximo. No es de extrañar entonces que, a menudo, se dirigiera a este público mostrando su preocupación por la formación matemática a niveles elementales y sugiriendo algunas ideas sobre los métodos de enseñanza de las matemáticas que consideraba más efectivos. La siguiente reflexión ha sido citada en varias ocasiones para resumir sus ideas sobre estos temas: *El mejor método para mantener despierto a un estudiante es seguramente proponerle un juego matemático intrigante, un pasatiempo, un truco mágico, una chanza, una paradoja, un trabalenguas o cualquiera de esas mil cosas que los profesores aburridos suelen rehuir porque piensan que son frivolidades.*

En la sección anterior hemos citado algunos ejemplos de juegos de magia que él consideraba que representaban excelentes ocasiones para despertar el interés de los estudiantes por cuestiones matemáticas de dificultad variable. En muchos otros lugares de su amplia producción escrita se refiere de manera general a sus conclusiones en torno a la enseñanza de las matemáticas a niveles elementales. Citaremos dos de dichos pasajes.

En (Gardner, 1992b, pp. 61-75) se muestra seguidor del, entre muchas otras profesiones, filósofo y matemático Charles Peirce al afirmar que su enfoque recreativo hacia las matemáticas es más evidente en su visión de cómo las matemáticas deben enseñarse a los niños. En dicho artículo, afirma:

Al recorrer los manuscritos de sus libros de texto se observa que están repletos de métodos novedosos de utilización de rompecabezas y juegos con los que introducir conceptos matemáticos. Así, por ejemplo, la paradoja de Zenón le servía de excusa para llevar la discusión hacia los conceptos del continuo y del límite, con la geometría proyectiva y las sombras que produce el gira de una rueda iluminada por una lámpara introducía la idea del infinito. Peirce reconoció, antes de 1900, el gran valor de la topología elemental para estimular la imaginación matemática de un niño. La fórmula de Euler para los esqueletos de los poliedros, la teoría de nudos, la teoría de grafos, la conjetura del mapa de los cuatro colores (que Peirce trató en vano de probar durante varias décadas), la banda de Möbius, son sólo algunos de los temas topológicos que usó para excitar el interés de los estudiantes. Le encantaba pedir a los profesores que le dejaran instruir grupos de jóvenes que detestaban las matemáticas y parecían incapaces de aprenderlas. Para enseñar aritmética, Peirce recomendaba el uso constante de cuentas, la introducción temprana de la notación binaria, el uso de tarjetas numeradas y otros dispositivos que son ahora comunes en la instrucción escolar. También recomendaba usar barajas de cartas. Así contaba en una ocasión a una de sus personajes: "Si logras hacerte, querida Bárbara, con un mazo completo de naipes, te haré tragar una leccioncita de matemáticas tan fácilmente como una cucharada de aceite de ricino con un vaso de leche."

Recientemente, durante una entrevista a Don Albers (Albers y Gardner, 2005), comenta las nuevas reformas de la enseñanza de las matemáticas. No se siente conforme con algunas nuevas tendencias sobre la enseñanza de las matemáticas, las cuales se definen como matemáticas difusas. Afirma que la idea de esos métodos consiste en organizar a los estudiantes en pequeños grupos que trabajan en cooperación para descubrir teoremas. Y continúa diciendo:

Habría entonces grupos a quienes, en lugar de enseñarles el teorema de Pitágoras, dejaríamos cortando triángulos para que trataran de descubrirlo por sí mismos. De esta manera, los profesores no tendrían mucho que hacer, salvo dejar a los estudiantes perder el tiempo tratando de descubrir teoremas. Lo que ocurre normalmente es que hay en el grupo un estudiante más brillante que hace todo el trabajo y los demás le siguen. O podrían tardar una semana en descubrir el teorema de Pitágoras. Pienso que es una gran pérdida de tiempo, a pesar de que la teoría afirma que, en el mundo real, siempre estamos formando parte de un equipo, de modo que lo realmente necesario sería aprender a trabajar juntos y resolver los problemas de forma colectiva. Lo importante a estas edades es lograr la motivación de los estudiantes para aprender los nuevos conceptos.

Para terminar, así como Martin Gardner se consideraba seguidor de las doctrinas y enseñanzas de grandes maestros de la filosofía y la ciencia, muchos de los que hemos seguido con avidez sus chanzas, pasatiempos, trucos, problemas, rompecabezas y cuentos, hemos podido aprovechar todo su conocimiento, sus ideas y maestría narrativa. ¡Gracias!

Bibliografía

Albers, D. y Gardner, M. (2005). Mathematical Games and Beyond: Part II of an Interview with Martin Gardner, *The College Mathematics Journal* **36** (4), 301–314.

Alegría, P. (2008). *Magia por principios*. Publidisa.

Behrends, E. (1997). On the mathematical background of Gilbreath's card trick. Disponible en ftp://ftp.math.fu-berlin.de/pub/math/publ/pre/1997

De Bruijn, N.G. (1987). A Riffle Shuffle Card Trick and Its Relation to Quasicrystal Theory. *Nieuw Archief Wiskunde* (4) **5,** 285-301.

Gardner, M. (1956). *Mathematics, Magic and Mystery*. New York: Dover.

Gardner, M. (1988a). *Hexaflexagons and Other Mathematical Diversions: The First Scientific American Book of Puzzles and Games*. Chicago: The University of Chicago Press. Primera edición de 1959 titulada *The Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions*.

Gardner, M. (1987a). *The Second Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions*. Chicago: The University of Chicago Press. Primera edición de 1961.

Gardner, M. (1995). *New Mathematical Diversions from Scientific American*. Washington: The Mathematical Association of America. Primera edición de 1966.

Gardner, M. (1991). *The Unexpected Hanging and Other Mathematical Diversions*. Chicago: The University of Chicago Press. Primera edición de 1968.

Gardner, M. (1985). *The Magic Numbers of Dr. Matrix*. Prometheus Books. Reimpresión de los libros *The numerology of Dr. Matrix* (1967) y *The incredible Dr. Matrix* (1976).

Gardner, M. (1984). *Sixth Book of Mathematical Diversions from Scientific American*. Chicago: The University of Chicago Press. Primera edición de 1971.

Gardner, M. (1989a). *Mathematical Carnival*. Washington: The Mathematical Association of America. Primera edición de 1975.

Gardner, M. (1989b). *Mathematical Magic Show*. Washington: The Mathematical Association of America. Primera edición de 1977.

Gardner, M. (1992a). *Mathematical Circus*. Washington: The Mathematical Association of America. Primera edición de 1981.

Gardner, M. (1983). *Wheels, Life, and Other Mathematical Amusements.* New York: W. H. Freeman & Co.

Gardner, M. (1986). *Knotted Doughnuts and Other Mathematical Entertainments*. New York: W. H. Freeman & Co.

Gardner, M. (1987b). *Riddles of The Sphinx*. Washington: The Mathematical Association of America.

Gardner, M. (1988b). *Time Travel and Other Mathematical Bewilderments*. New York: W. H. Freeman & Co.

Gardner, M. (1997a). *Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers*. Washington: The Mathematical Association of America. Primera edición de 1989.
Gardner, M. (1992b). *Fractal Music, Hypercards and More.* New York: W. H. Freeman & Co.
Gardner, M. (1997b). *Last Recreations: Hydras, Eggs, and other Mathematical Mystifications.* New York: Springer Verlag.
Holm, T. y Simonson, S. (2003). Using a card trick to teach Discrete Mathematics. *PRIMUS* **13** (3), 248–269.
Kleber, M. (2002). The Best Card Trick. *Mathematical Intelligencer* **24** (1), 9–11.
Morris, S. B. (1998). *Magic Tricks, Card Shuffling and Dynamic Computer Memories.* Washington: The Mathematical Association of America.

Pedro Alegría Ezquerra (Vitoria, marzo de 1957) es profesor titular de Análisis Matemático en el departamento de Matemáticas de la facultad de Ciencia y Tecnología (Universidad del País Vasco). Licenciado en Matemáticas por la Universidad de Zaragoza y doctor en Matemáticas por la Universidad del País Vasco. Autor de trabajos de investigación en Teoría de Operadores, de divulgación en Magia Matemática y libros relacionados con la docencia en Análisis Matemático. En la actualidad es coordinador de la titulación de Matemáticas, responsable del distrito universitario del País Vasco en la comisión de Olimpiadas de la RSME y presidente de la comisión de divulgación de la RSME.