NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 76, marzo de 2011, páginas 149–156

A propósito de Gardner y sus problemas, algunas soluciones y más de abuelos

J. A. Rupérez Padrón y M. García Déniz (Club Matemático[1])

Resumen Soluciones a los ejercicios propuestos en el anterior NÚMEROS, con especial incidencia en la metodología de su resolución. Comentarios sobre problemas anteriores. Martin Gardner y sus problemas. Nueva propuesta de problemas para resolver incluyendo la serie de "Problemas de abuelos".

Palabras clave Resolución de problemas; Metodología; Martin Gardner; Estrategias; Investigaciones en el aula; Omniheurística. Problemas de abuelos.

Abstract Solutions to the exercises in the previous issue, with special emphasis on the methodology of its resolution. Comments on previous issues. Martin Gardner and his problems. New proposal to solve problems including the series of "Problems of grandparents".

Keywords Problem solving methodology, Martin Gardner, Strategies, Research in the classroom; Omniheurística. Grandparent Issues.

Nuestro admirado Martin Gardner, en sus artículos y libros, también trató (¡cómo no!) los problemas. Y lo hizo de forma magistral.

Primero fue en sus artículos de la revista *"Scientific American*", que más tarde unificaba en sus libros recopilatorios. Como ejemplo veamos uno de ellos:

"**Comunicación extraterrestres y otros pasatiempos matemáticos**" (Cátedra, 1986)

que constituye la sexta recopilación de sus artículos. En la introducción al mismo nos indica:

> "Es parte del lento y doloroso reconocimiento por parte de los educadores que los estudiantes aprenden mejor cuando están motivados mejor. Las matemáticas nunca han sido aburridas, aunque con demasiada frecuencia han sido enseñadas de la forma más aburrida posible."

En el capítulo 12 de este libro, bajo el nombre de "**El viaje alrededor de la luna y otros siete problemas**" nos plantea problemas como el siguiente:

[1] **El Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón**, del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna), y **Manuel García Déniz**, del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife). mgarciadeniz@gmail.com / jaruperez@gmail.com

Sociedad Canaria *Isaac Newton* de Profesores de Matemáticas

Las monedas del reino

En Estados Unidos, hacen falta al menos ocho monedas para obtener la suma de 99 centavos: medio dólar, un cuarto de dólar, dos monedas de diez centavos y cuatro de un centavo. Imagínese el lector como el dirigente de una pequeña nación recientemente independizada. Tiene la tarea de establecer un sistema monetario basado en el centavo, como unidad más pequeña. Su objetivo es acuñar el número más pequeño posible de monedas diferentes que permitan construir cualquier valor desde 1 hasta 100 centavos (ambos inclusive) con no más de dos monedas.

Por ejemplo, el objetivo se satisface fácilmente con 18 monedas de los siguientes valores: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20,30, 40, 50, 60, 70, 80,90. ¿Puede hacerlo mejor el lector? Todo valor debe obtenerse mediante una moneda o como suma de dos monedas. Por supuesto, las dos monedas no necesitan tener diferentes valores.

Una segunda forma de presentar problemas la realizó en la revista "**Isaac Asimov's Science Fiction Magazine**" desde la fundación de ésta en 1976, y que también recopiló en dos libros. Tenían estos problemas forma de cuento breve (brevísimo) de ciencia ficción, que además encadenaba con un segundo también relacionado y hasta un tercero y un cuarto alrededor del mismo tema, presentando así varios niveles de dificultad o profundización.

Del segundo libro de esta serie, bajo el título "**Juegos y enigmas de otros mundos**" (Gedisa, 1987) seleccionamos el siguiente problema:

Tania al tuntún

El coronel Renald, Couth, jefe científico de la computadora de la nave espacial *Bagel*, acababa de recibir información desde la Tierra sobre las nuevas órdenes para la nave.

- ¿Cuál es la misión, papá? – preguntó Tania, su hija de doce años.
- Se acaba de descubrir un nuevo sistema solar cerca del extremo de la galaxia. Vamos en camino para investigar.
- ¿Existen formas de vida en alguno de los planetas?
- Sí, me dijeron que tres de los cinco primeros planetas de la estrella central tienen cierta forma de vida.
- ¿Cuál exploramos primero?
- El quinto.

Tania aplaudió.

- ¡Qué emocionante! Me pregunto si la vida se basa en el carbono.

El coronel Couth alzó las cejas.

- ¿Cómo sabes que el quinto planeta no es uno de los dos estériles?
- El coronel se rió cuando Tania se lo explicó. ¿Qué le dijo?

Como es natural, Gardner se encargó de dar las respuestas a los problemas que proponía, bien con solución suya o con alguna de las que mandaban sus lectores. Usted puede ir directamente a buscarlas en los libros que mencionamos, pero como dice el propio Martin Gardner:

> “De más está decir que el lector se divertirá mucho más, y también aprenderá bastante, si intenta seriamente resolver cada problema antes de buscar la solución”.

¡Y siempre le quedará la “Inspiración Aha!”

De artículos anteriores

Hemos recibido el siguiente comentario sobre uno de los problemas propuesto, resuelto y discutido en un número anterior.

Una vez más tenemos que decir que eso es lo que esperamos de nuestros lectores. Que participen, que resuelvan y comuniquen sus resultados, que expresen su disconformidad con las respuestas ofrecidas y que lo hagan mandando la suya propia.

En un clima amigable, como es natural, pero haciendo que nuestra sección esté viva. Agradecemos, pues, a la profesora Ferreira su amable comunicación.

Estimados profesores:
Me comunico con ustedes en relación al problema:

Cinco chicos se pesan de dos en dos, de todas las maneras posibles. Los pesos de las parejas son: 90kg, 92kg, 93kg, 94kg, 95kg, 96kg, 97kg, 98kg, 100kg y 101kg.

cuya respuesta comenta el profesor Sergio Alexander Hernández Hernández en el último número.
Considero que el razonamiento del profesor Hernández presenta un error al considerar la distribución de los pesos por parejas. Suponiendo el orden A<B<C<D<E , es posible asegurar que **A+B=90** , **A+C =92** , **E+D= 101** y **E+C=100**. Sin embargo de las demás parejas sólo puedo hacer algunas consideraciones a partir de las mencionadas igualdades:
Como C-B = 2 entonces **D+C =D+B+2** , también: E+C = E+B+2 de donde **E+B = 98 (Alex consideró 97 y de allí parte el error)**
Como D-C = 1 entonces A+D = A+C+1 de donde **A+D =93**
Finalmente **A+E = 190-(B+C)**
Con estos resultados, es posible asignar los valores que restan: **D+C = 97** , **D+B = 95** , **B+C = 94** y **A+E = 96** .
Resolviendo el sistema así planteado, **no existe ninguna contradicción** y los pesos de cada uno de los chicos son:
A = 44kg, **B = 46kg**, **C = 48kg**, **D = 49kg**, **E = 52kg**. y, efectivamente, todos juntos pesan 239kg. como se indicaba en la ayuda brindada por ustedes en el número 73.
Saludos cordiales

Prof. Nora Ferreyra
La Pampa - Argentina

Propusimos en el artículo anterior, como siempre, algunos problemas para ser resueltos. Estas son nuestras soluciones:

Del 1 al 9

Coloca los números del 1 al 9 en cada cuadrícula, sin repetir ni saltarte ninguno, de manera que al sumar las líneas horizontales y verticales sean iguales a los números dados.

Teniendo en cuenta que ya dimos el procedimiento para resolver este tipo de problema, nos limitaremos a dar la única solución que tiene:

7	5	2	14
4	9	3	16
1	6	8	15
12	20	13	

Calculogramas

Añade los números del 1 al 9 de forma que las equivalencias sean correctas. Te damos un número para hacértelo más fácil.

	x		+		19
-		x		-	
	:	4	+		5
+		x		+	
	+		+		14
3		8		13	

La primera pista nos la ofrece el signo de división. Como la división es por 4, está claro que el único número divisible por él, distinto de 4, es 8. Y la consiguiente división se completa con la suma de 3 para resultar 5.

	x		+		19
-		x		-	
8	:	4	+	3	5
+		x		+	
	+		+		14
3		8		13	

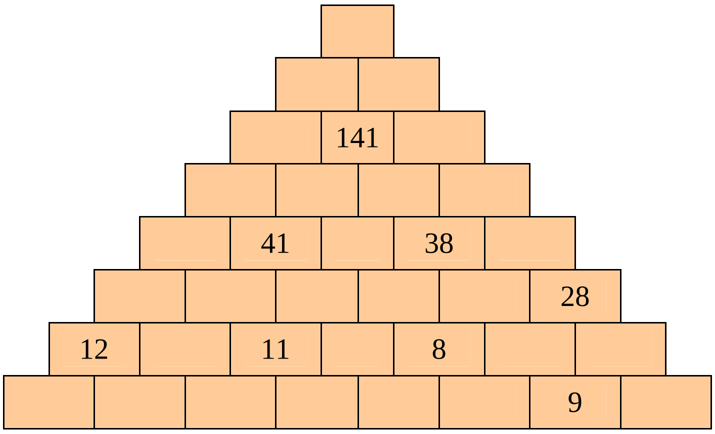
La segunda pista está en la columna central que es una doble multiplicación con resultado 8 y uno de los tres factores conocido, el 4. Por tanto, los otros dos factores han de ser 2 y 1. El 1 no puede estar en la casilla superior pues, en ese caso, su fila no podría dar 19. Por tanto:

	x	2	+		19
-		x		-	
8	:	4	+	3	5
+		x		+	
	+	1	+		14
3		8		13	

Faltan por colocar los números 7, 6, 5 y 9. El 9 no puede formar parte de la última fila, pues 9 + 1 = 10, y el 4, que completaría 14 ya está colocado. La única combinación posible es:

5	x	2	+	9	19
-		x		-	
8	:	4	+	3	5
+		x		+	
6	+	1	+	7	14
3		8		13	

Pirámide numérica

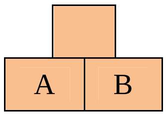


Completa la pirámide colocando un número (de uno o más dígitos) en cada casilla de manera que cada uno dé la suma de los dos inferiores. Ya están colocados algunos números.

Puesto que no hay ninguna suma que podamos realizar de entrada, debemos hacer una pequeña "investigación" de las estructuras numéricas piramidales posibles, de más simple a más compleja.

Con tres ladrillos (dos pisos):

Conocidos A y B, podemos hallar el valor del piso superior mediante una suma.



Conocidos M y N, podemos hallar el valor del ladrillo inferior desconocido mediante una resta.

Con seis ladrillos (tres pisos):

Mediante dos sumas hallamos el segundo piso, y una suma más para hallar el tercer piso (Tabla I)

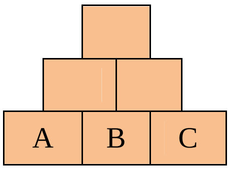


Tabla I

Mediante dos restas y una suma completamos los ladrillos desconocidos. (Tabla II)

Mediante una resta y dos sumas completamos los ladrillos desconocidos. (Tabla III)

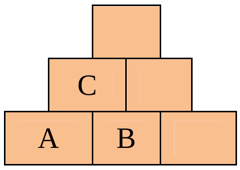


Tabla II

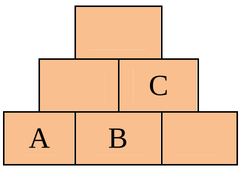


Tabla III

Mediante una suma y dos restas completamos los ladrillos desconocidos. (Tabla IV)

Mediante una resta y dos sumas completamos los ladrillos desconocidos. (Tabla V)

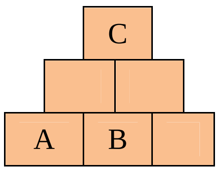


Tabla IV

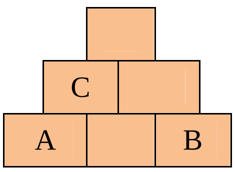


Tabla V

Llamando X al valor inscrito en el ladrillo central del primer piso, (Tabla VI), está claro que las sumas A + X y X + B serán los valores de los ladrillos del segundo piso. Vueltos a sumar, tendremos que C = A + 2X + B. Por tanto, para llenar los ladrillos de valor desconocido bastará con calcular primero X = (C – A – B): 2. Y luego, mediante dos sumas completamos el resto de la pirámide parcial.

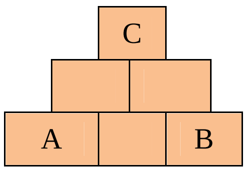
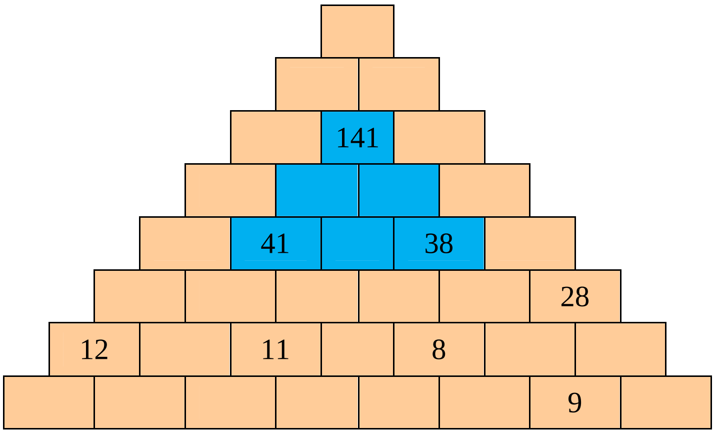


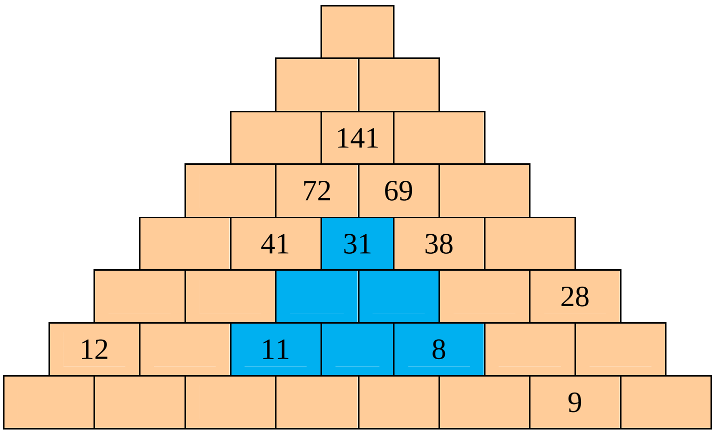
Tabla VI

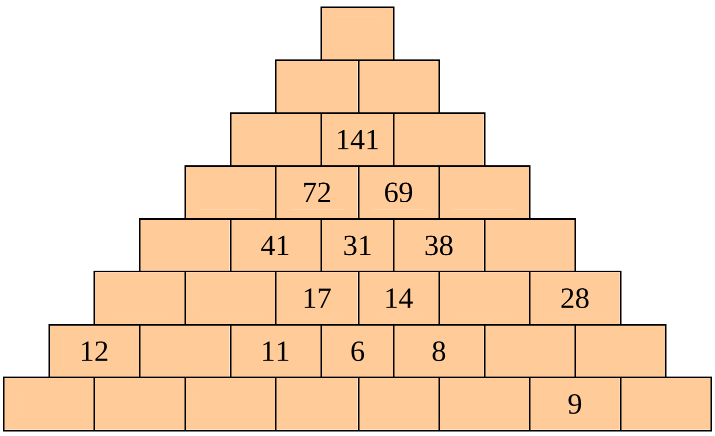
No es necesario investigar otras estructuras. Con éstas es suficiente para resolver el problema. Basta, para ello, con detectar estas estructuras dentro de la pirámide total e ir resolviendo de manera organizada.

La primera que se debe resolver es la que está señalada en color azul:



Y una vez resuelta esa, resolveremos la que se señala a continuación.





Resultará muy fácil ahora completar, mediante sumas y restas, y siguiendo las estructuras estudiadas inicialmente, la pirámide completa, cuya solución es:

603							
303	300						
162	141	159					
90	72	69	90				
49	41	31	38	52			
25	24	17	14	24	28		
12	13	11	6	8	16	12	
5	7	6	5	1	7	9	3

Nuevas propuestas para resolver:

Todos conocen nuestras fuentes a la hora de seleccionar los problemas que proponemos. Desde el primer artículo de la sección hemos indicado, siempre que hemos utilizado un préstamo, el origen del mismo. Ya hemos hablado, y mucho, del Rally Matemático Transalpino. Utilizamos repetidamente sus problemas porque compartimos de forma plena su manera de enfocarlos en el aula.

Ahora toca el turno de recordar una de las grandes secciones de resolución de problemas. Se trata de la que lleva el profesor José Paulo Viana en la revista portuguesa “Educaçao e Matemática”, bajo el nombre de “O problema do trimestre”.

Varios problemas, sacados de esas páginas, hemos propuesto en nuestros artículos. Y como homenaje a su trabajo y a la continuidad desde enero de 1987, hoy queremos proponerle un problema sacado del nº 48 de la revista, correspondiente ya a fechas más recientes.

Bailando el tango

El otro día fui a un club de danza. Estaban allí siete parejas ensayando para los próximos campeonatos de tango. Cada uno de los bailarines tenía su número en la espalda. Números todos diferentes, claro, y que iban de 1 a 14.

En el primer baile reparé en un hecho curioso: en cada pareja, la suma de los dos números era un cuadrado perfecto.

Para el segundo baile hubo un cambio de parejas y se dio una nueva coincidencia. Todas las parejas tenían una suma que era un número primo. Y además: en las tres parejas que estaban al lado izquierdo la suma era la misma, las tres que estaban a la derecha tenían sumas iguales, y el par que danzaba en el centro tenía una suma diferente de las anteriores.

Isabel tenía el número 1 en la espalda.

¿Cuáles son los números de las otras seis bailarinas?

Y seguimos la serie de problemas dedicada a los abuelos. ¡Qué vamos a hacer! Es nuestra condición, que nos puede…

El abuelo y su nieto

El abuelo dice: “Cuando yo tenía un tercio de mi edad actual, nació mi hija mayor. Cuando ella tenía 2/3 de su edad actual, con menos de treinta años, tuvo a mi primer nieto, que ahora tiene un tercio de la edad de su madre”.

¿Cuáles son sus edades, todas ellas números enteros?

El abuelo y su nieta

Dice el abuelo a su nieta mayor:

- Cuando yo tenía la edad que tu padre tiene hoy – dice el abuelo a su nieta-, él tenía la edad que tú tendrás cuando él llegue a mi edad y, por otra parte, cuando tú tengas la edad actual de tu padre yo tendré la edad que tendrá entonces tu padre más tu edad actual.

- Vaya abuelo, pensé que tenías 63 años.
- Pues no, soy algo mayor.

¿Cuáles son sus edades?

Y aquí quedamos hasta la próxima entrega. Pero insistimos, sigan el ejemplo de nuestra lectora argentina de La Pampa. Lean el artículo, resuelvan los problemas, úsenlos con sus alumnos, si es posible. Pero aporten luego a nuestra revista sus comentarios, soluciones, propuestas o simplemente el rico anecdotario acerca del comportamiento de la clase al resolver uno de estos problemas o cualquier otro. Sería maravilloso. Vamos, anímense.

Como siempre, aguardamos sus noticias a la espera de la próxima edición de la revista

NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas

Un saludo afectuoso del **Club Matemático.**