

La matemática y su relación con las ciencias como recurso pedagógico

Milagros Elena Rodríguez (Universidad de Oriente)

Fecha de recepción: 28 de junio de 2010

Fecha de aceptación: 18 de marzo de 2011

Resumen

Para comprender cualquier fenómeno se necesita la matemática, ésta forma parte de la construcción de las ciencias, todas ellas creaciones del ser humano; por lo que para poder interpretarlas en toda su dimensión y que muchas puedan existir es necesaria la ciencia lenguaje del universo; pero la relación matemática-ciencias muchas veces está ausente en la enseñanza, sus conocimientos se dan de manera aislada, sin mostrar su cultura y utilidad. Como recurso didáctico se puede utilizar tal reciprocidad de manera amena, en cualquiera de sus formas para enriquecer la enseñanza, la praxis y formación del docente de matemática. Todo esto se puede hacer desde una pedagogía integral que aboga por un proceso educativo vivo y transdisciplinar que muestre el concierto de fantasías que entrelazan todas las ciencias, en mayor o menor intensidad.

Palabras clave

Matemática, ciencias, recursos didácticos, pedagogía integral, transdisciplinariedad.

Abstract

To understand any phenomena, Mathematics is needed; it becomes a part of the all sciences' very schemata, all of these creations of human beings; so in order to interpret them in their whole dimensions and for them to exist, science, the universe's language, is needed. But most of the times, the relationship mathematics-sciences is vetoed in the teaching of formal sciences, their contents are thought in an insulated way without displaying their culture and usefulness. As a pedagogical tool, such reciprocity can be used in a pleasant way, in any of its forms to enrich teaching, the praxis y the mathematics teacher training. All of this can be achieved through the applying of an integral pedagogy that pleads for a transdisciplinary, vivid educative process that shows the concert of fantasies that entwines all the sciences, whether on a major or a minor intensity.

Keywords

Mathematics, sciences, didactic tools, integral pedagogy, transdisciplinarity.



El libro del universo está escrito en lengua matemática y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas sin cuya mediación es humanamente imposible comprender ni una palabra.

Galileo Galilei (1564-1642)



1. Introducción

Las ciencias son un conjunto de conocimientos adquiridos por la humanidad, una necesidad del ser humano para su progreso y desarrollo, son un acto creativo del individuo. La gran mayoría de estas ciencias están relacionadas con la ciencia lenguaje del universo: la matemática. Ésta les ha aportado criticidad y les ha permitido el desarrollo de grandes teorías y aplicaciones; basta estudiar alguna de ellas en particular para ver su huella plasmada en el fantástico concierto de sus teorías, que da muestra del profundo poder de creación que tiene la figura más compleja del universo: el hombre.

Las ciencias tienen varias clasificaciones, en especial Carnap (2006) las divide en formales, naturales y sociales. Las primeras estudian las formas válidas de inferencia; las segundas tienen por objeto el estudio de la naturaleza y las terceras son todas las disciplinas que se ocupan de los aspectos del ser humano. En las primeras se encuentran la lógica y la matemática, que no tienen contenido concreto en oposición con el resto de las ciencias. En las naturales se encuentran la: astronomía, biología, física, geología, química, entre otras. Y en las ciencias sociales están la: filosofía, administración, antropología, política, demografía, economía, derecho, historia, psicología, sociología, entre otras.

Desde luego, existen otras clasificaciones de las ciencias como la de Bunge (2000) quién las cataloga como: ciencia formal y ciencia factual, la primera en función del enfoque que se da al conocimiento científico sobre el estudio de los procesos naturales o sociales, y la segunda al estudio de procesos puramente lógicos y matemáticos.

En todas las ciencias está presente la matemática y por tanto puede usarse la relación matemática-ciencias como recurso didáctico en cualquier nivel educativo. Cada una de las ciencias necesita de grandes enfoques pedagógicos para ser enseñadas, no se pretende hacer un recorrido histórico; sino dar pinceladas de cada una y mediante ejemplos abrir el abanico de posibilidades que ofrecen. Es menester volver la mirada sobre el estudio de la matemática viva en el aula, consustanciada con las grandes creaciones de la humanidad y con los procesos dialógicos de los discentes, según Uzuriaga, Vivian y Martínez (2006, p.268), hoy por hoy

cobra más importancia el problema de la Enseñanza-Aprendizaje de las Matemática, pues una buena metodología conllevaría a nuestros estudiantes a ver la matemática como una ciencia esencial, bonita, prioritaria y clave en el desarrollo social, económico y político del país y podría permitir la formación de nuevos cerebros matemáticos. Además, lograríamos que nuestros alumnos no sigan viendo a la Matemática aburrida, abstrusa, inútil, inhumana, muy difícil, como un conjunto de temas misteriosos, desconectados de la realidad, que no se entienden y sin ninguna aplicación y le quitaríamos a la matemática esa reputación de presumida e inalcanzable que se le ha dado por muchos siglos.

Todos los ejemplos que se exponen en el transcurso de éste artículo son susceptibles de ser usados en el aula, adaptándolos al nivel educativo correspondiente. Sirve también esta indagación para tratar de mostrar que es absurdo el divorcio ciencias y matemática en el aula, como si no estuviesen relacionadas, y hayan vivido separadas a lo largo de la humanidad. Esto ha contribuido a que la matemática se vea como una ciencia apartada de las demás, colocándola en un sitio casi imposible de acceder.

Se debe ofrecer al estudiante un acercamiento a otras ciencias desde la matemática y viceversa, percibiendo que todos los campos del saber están relacionados de alguna manera; mostrar la profunda transdisciplinariedad de las ciencias. Para ello se realiza una exposición reflexiva, con apoyo

documental para proponer elementos o recursos pedagógicos para la enseñanza de la matemática a través de su relación con las ciencias. Desde luego se revisan grandes obras y publicaciones que tratan de darle otra mirada a la ciencia formal, diferente a las tradicionales visiones de dicha ciencia formal.

De esta manera en algunos momentos se recurrirá a la historia de grandes creaciones de las ciencias y algunos descubrimientos para presentar la investigación. Teniendo presente a Gómez (2002, p.119)

Enseñar Matemática como si estuviesen aisladas es una distorsión del conocimiento. Convendría enseñar Matemática yendo más allá de las propias Matemática: considerando sus relaciones y buscando su sintonía con las corrientes principales del pensamiento. Esta nueva actitud motivaría a los estudiantes, crearía nuevas aplicaciones y abriría nuevas vías de debate.

Reconocer y volver sobre la relación matemática-ciencias es una posibilidad para revisar la historia de las ciencias en general y esto es de capital importancia para los docentes y estudiantes, pues todos se reeducarían y motivarían sobre las grandes creaciones. No hay que olvidar que *“cada persona debe pasar aproximadamente por las mismas experiencias por las que pasaron sus antepasados si quiere alcanzar el nivel de pensamiento que muchas generaciones han alcanzado”*. (Kline, 1978, p.48).

2. La matemática y su relación con las ciencias como recurso didáctico

Se suele aceptar como un absoluto incuestionable que la matemática juega un papel importante en el desarrollo de las ciencias, en la tecnología y para interpretar la vida cotidiana. Sin embargo, el proceso académico enseñanza - aprendizaje se realiza, en ocasiones, con unos grados de abstracción que alejan la ciencia formal de la realidad de los estudiantes, de sus intereses. Es menester que los profesionales, matemáticos y docentes de la ciencia se formen para recobrarla en las aulas, es así como Uzuriaga, Vivian y Martínez (2006, p.269) afirman que

La educación matemática debe ser valorada y rescatada por los matemáticos, pues es claro que debe combinar una muy buena solidez y conocimientos matemáticos con las teorías pedagógicas y centrar nuestra atención en desarrollar, o por lo menos usar adecuada y críticamente, metodologías que le permitan a nuestros alumnos un aprendizaje a lo largo de la vida, a aprender a aprender, aprender a emprender, aprender a ser, aprender a conocer, aprender a trabajar en colaboración, a valorar el contexto histórico cultural.

La utilidad y concepción de las teorías matemática, sus saberes se utilizaban en las otras ciencias existentes en cada época, tales como la astronomía y la música, por ejemplo. Los resultados matemáticos obtenidos dan pie y utilidad al estudio en diversos ámbitos. Sin la matemática, el ser humano no hubiera alcanzado los niveles de desarrollo necesarios.

Desde luego cada ciencia tiene su trascendental importancia en saberes; y bajo el punto de vista de su influencia en el bienestar social, cada una ha dado su aporte valioso; pero si es cierto que el conocimiento es uno de los elementos que ayudan en el destino de las sociedades para que las necesidades fundamentales de la vida sean satisfechas, se admite que la matemática puede con toda justicia demandar uno de los lugares más privilegiados en el sistémico concierto de las fantasías de la inteligencia, integrada a todos los saberes de las ciencias.

Lo anterior, lleva a mirar los puntos de vista de la ciencia matemática, desde el comienzo de la historia, a fin de que sean apreciados los aportes de la ciencia lógica. Han existido diversas maneras de



concebirla; en la antigüedad en los filósofos presocráticos ya existía inquietud por encontrar la naturaleza de las cosas más allá de sus apariencias múltiples. Pitágoras (582 a. C. - 507 a. C) y sus seguidores denominados los pitagóricos afirmaban que a toda materia se le asociaba un número. Estos estudiosos le dieron suma importancia a las proporciones y se consideran los precursores de la matemática. En su época entonces no se enseñaban las ciencias de manera separadas (ni separadas de la filosofía) y el fin último de la educación era la formación integral del individuo; ideales plasmados en la Paideia griega.

Más adelante, al surgir el positivismo con Comte (1798-1857), después de la revolución industrial, se execra en las aulas a la matemática de las ciencias y la filosofía. Se rechazan conocimientos provenientes de la psicología, sociología, considerándolas a todas estas fuera de los cánones de la ciencia; como se puede notar se reduce el estudio a meros asuntos probables y la educación entra en decadencia, porque es esta convergen aspectos claramente humanos fuera de las pruebas científicas.

De esta manera se impone el espíritu positivista como único conocimiento válido, reduciendo y supeditando la cultura a la ciencia, execrando la filosofía, abandonando el sentido común crítico, exigiendo inclusive el percibir la realidad sólo desde un punto de vista. Predomina, en consecuencia, una visión empirista, aproblemática, ahistórica, acumulativa y lineal; desprovista antes los ojos del mundo de subjetividad y dinamismo.

La situación antes descrita trae consecuencias graves sobre la evolución de la matemática en el siglo XX y la interpretación de la matemática en la educación. En estos años existieron más matemáticos que en todos los años anteriores juntos, la gran cantidad de descubrimientos e influencias sobre las ciencias es enorme y significativos para el avance de la humanidad. Pero al mismo tiempo la enseñanza de la matemática comienza a entrar en crisis notable.

El hombre del siglo, Einstein (1879 –1955), propuso las dos teorías de la relatividad; la mecánica cuántica, un desafío fundamental de la manera de mirar al mundo, fue otra creación magistral de la mano de la matemática. La aeronáutica, en vista de los avances de ésta ciencia formal nació en 1903 y la reacción de los teóricos fue drástica y a la altura del desafío. Éste gran científico humanista decía *“estoy convencido de que mediante construcciones puramente matemática se pueden descubrir los conceptos y las leyes que los conecten entre sí, que son los elementos que nos ofrecen la clave para la comprensión de los fenómenos naturales”* (Einstein, 2000, p.95).

El cálculo de probabilidades, el caos determinista, la teoría de juegos, la economía con el mercado financiero, los ordenadores y la computación son apenas unos pocos de los descubrimientos que van de la mano de la matemática y que influyen en todas las ciencias. Se recomienda revisar el texto *Pensar la Matemática* de Guénard y Lelievre (1984), para información más profunda de todas estas relaciones.

La ciencia matemática no es estacionaria; se ha desarrollado por el genio de los grandes pensadores; está presente en todas las ciencias, y lo que tiene de característico es que sus progresos son siempre deducciones, corolarios implícitos de cada una de sus teorías fundamentales. Pero es menester considerar que la naturaleza de la matemática es bastante compleja, por ello según Cantoral (1999) es menester la reconstrucción del conocimiento en las aulas de clase, a fin de hacer la matemática socializable, entendible en la diversidad de educandos y maneras de pensar o significados. Según este autor los conocimientos matemáticos tienen un origen y una función social que tienen que ver con las prácticas humanas.

Todos estos resultados son indicios de que es preciso asumir una postura filosófica que permita asentar las bases sobre las cuales se formará al individuo, a través del uso de la matemática en la vida y en su desarrollo integral. Los estudiantes de este milenio necesitan comprender los descubrimientos matemáticos previos a partir de los cuales se generó esta disciplina; así como también descubrir y describir sus propias ideas matemáticas adquiridas en su vida cotidiana y muchas veces ignoradas en el proceso educativo.

Para que los estudiantes descubran sus propias ideas matemáticas, es menester asumir la postura inicial de mostrar la relación matemática-cotidianidad, porque alienta en primer lugar al estudiante a dejar su predisposición inicial, y verla como inalcanzable y en segundo lugar, aprecian su verdadero valor y utilidad al relacionarla con los problemas del mundo y de su cotidianidad. Rodríguez (2010a, p.117) afirma que dicho binomio:

existe ineludiblemente desde la creación de las matemática, pero que esta realidad no es evidenciada en las escuelas, priorizando la abstracción en primer lugar antes que tal relación. Apremia la necesidad de consustanciarla con la vida y hacerlo visible en las escuelas, ya que el ser humano sólo es capaz de construir el mundo donde se integra y desarrolla su cotidianidad.

En el siglo XX, se incrementó el reduccionismo, el atomismo, la fragmentación de los saberes y ello condujo a un aislamiento de esta ciencia lógica, incluso de la cotidianidad del estudiante. En efecto *“este aislamiento de la matemática es un chocante signo de la fragmentación intelectual (...) A través de los siglos, muchos de los grandes matemáticos han hecho también contribuciones importantes en otros campos”* (Capra, 1998, p.167). Y es que las ciencias nunca han estado separadas de la matemática, ni han obtenidos sus resultados sin sus aportes, sólo que la segregación, secuela del modernismo, ha producido visiones equivocadas.

Pese a este aislamiento mostrado en las aulas, la matemática sigue asimilando datos y entendiendo los fenómenos. Las visiones complementarias de esta ciencia: su aspecto cultural, su importancia en la enseñanza como vehículo del pensamiento racional, su preponderancia para comprender al mundo cotidiano, su aspecto de juego intelectual; siguen situando a la ciencia en un lugar privilegiado. Hoy en día tiene el reto del desarrollo computacional, de capacidad y efectividad de procesar información.

De especial interés es tener en cuenta los aportes de la estadística (muchas veces considerada parte de la matemática, con largas discusiones al respecto). Hoy en día, ni el diseño ni el análisis de los resultados de los estudios clínicos o epidemiológicos se conciben sin técnicas estadísticas; al igual que ocurre en las situaciones de interés para las ciencias sociales, la multiplicidad casi indescriptible de factores que concurren en cada caso hace que la estadística sea imprescindible para llevar a cabo cualquier análisis racional.

La matemática mantiene estrechas relaciones con las denominadas ciencias sociales o ciencias humanas, nombre que, por cierto, insinúa que la matemática está fuera de las ciencias del ser humano, terrible error que divide las ciencias entre científicas y humanísticas. Por ejemplo, en la psicología las teorías de aprendizaje son procesos probabilísticas en la mayoría de los casos. En la sociología se aplican las cadenas de Markov y el análisis de redes sociales se basa esencialmente en teoría de grafos y combinatoria. En la geografía humana, el análisis de las imágenes obtenidas por los satélites se hace con operadores lineales. En la medicina es útil en el tratamiento de imágenes.

Con todas las relaciones y resultados que se han venido exponiendo sobre la matemática y las ciencias, es bueno dejar claro aquí que no se piensa que todos los hechos puedan ser matematizados en



su totalidad; se debe aceptar que siempre quedan residuos sin matematizar, como, por ejemplo, los fractales figuras que no se rigen en un orden exacto como la geometría euclidiana.

Es evidente que los resultados aquí esbozados, necesitan de una reflexión profunda sobre su sentido e implicaciones para el ser humano y la sociedad. Los científicos y los educadores deben ser conscientes del modo de pensar que la cultura informática propicia, y deben tener presente que la informática es una herramienta que facilita el aprendizaje.

Existen relaciones de la matemática con la física, la medicina, la computación, la biología, la música; las ciencias sociales y la educación que vale la pena revisar específicamente. En general la transdisciplinariedad de las ciencias ha estado presente en sus construcciones con la matemática como centro, base de las construcciones. Basta observar que la estadística está presente en todas las ciencias, de ahí que separar en exclusivo la relación entre dos ciencias es difícil porque siempre aparece en el escenario otra. Pero en la mayoría de los casos no se muestran estas relaciones en la enseñanza de la matemática, salvo casos excepcionales; terrible error pedagógico que ha aislado la ciencia formal y la muestra apartada del resto de las creaciones.

2.1. La matemática y la física

La geometría de Euclides, trae consigo en sus investigaciones un estudio sobre la naturaleza del espacio, comenzando allí a emerger la física. Existió la necesidad de la construcción y la medida de terrenos, entre otras aplicaciones. La geometría de Euclides (325 a. C - 265 a. C.) es así de suma importancia y tiene su diversidad de aplicaciones. Aristóteles (384 a. C. - 322 a. C.), también un gran estudioso de la física, afirmaba que los cuerpos más pesados caen más rápido. Desde luego, se encuentran la geometría y la estática; Arquímedes de Siracusa (287 a. C. - 212 a. C.) escribió un tratado del equilibrio de los planos y de sus centros de gravedad, desarrolló la teoría de la palanca y de los centros de gravedad de varias figuras planas entre ellas la parábola. Mágicas teorías donde no se separan los saberes entre físicos y matemáticos, se insinúa que sería un éxito en cuanto a motivación si se mostraran de esta manera las teorías.

Es claro y notable el hecho de que la práctica diaria de la física y la ingeniería utilizan cantidades enormes de matemática del más alto nivel. Es más, los mismos conceptos con los que formulan sus teorías son fundamentalmente matemáticos. La mayor parte del desarrollo de la matemática en los últimos tres siglos tiene origen y motivación en el deseo de resolver problemas físicos. Sin exagerar, nada de la física: de la creación de aviones a los rayos X, del nacimiento del automóvil a la resonancia magnética, de las telecomunicaciones a la radioterapia, hubiese sido posible sin matemática. ¡Todos estos resultados van de la mano de la ciencia, lenguaje del universo y son creaciones del hombre! Es imposible entonces, como afirma Feynman (1999), que el hombre no pueda dominar tales teorías de la ciencia formal.

El cálculo infinitesimal trajo consigo grandes aplicaciones de la matemática que dieron un impulso extraordinario a la ciencia formal y al avance de la humanidad. Esta propulsión es inseparable de la aparición de la física. Los conceptos mismos, como aceleración o momento de inercia de la física que crea Newton (1643-1727), son expresables en términos de derivadas o integrales; es así como, sin matemática, la física carecería de lenguaje en que expresarse. Estos conceptos matemáticos se deben enseñar desde estas notables relaciones.

Los siglos XIX y XX son claves, y evidencian la relación de la matemática con el resto de las ciencias, puesto que son los años más fructíferos en los grandes descubrimientos. El siglo XIX conforma los años de las ciencias, es sorprendente en la física los descubrimientos como: la

electricidad y el magnetismo con la teoría electromagnética y el desarrollo de las ecuaciones diferenciales, también los fluidos reales gobiernan el comportamiento de los fenómenos atmosféricos.

También la termodinámica adquiere una fundamentación matemática sólida con las derivadas parciales y el cálculo diferencial. Algunos de los muchos resultados del floreciente siglo XIX. La revolución industrial de éste trae consigo la extensión de los estudios científicos e industriales tanto en las universidades como en los centros especializados. Una desventaja es que los matemáticos, físicos e ingenieros se separan debido al enorme crecimiento de sus campos de estudio.

Como se puede notar el lenguaje de la física es la matemática, ya lo decía Poincaré (1946, p.112)

todas las leyes se extraen de la experiencia, pero para enunciarlas se precisa de una lengua especial; el lenguaje ordinario es demasiado pobre, y es además demasiado vago, para expresar relaciones tan delicadas, tan ricas y tan precisas. Esta es la razón por la que el físico no puede prescindir de las matemáticas; éstas le proporcionan la única lengua en la que puede hablar.

Hay muchos ejemplos que se pueden ilustrar a los estudiantes en la relación matemática-física; en la industria se usan conceptos matemáticos en la construcción de los molinos de viento modernos llamados turbinas de viento, para generar corriente eléctrica. Estas turbinas están hechas con dos o tres hélices que rotan sobre un eje.

Proponer cuestiones reales, por ejemplo: ¿cómo puede la matemática colaborar con las autoridades de tránsito? El conductor de un automóvil involucrado en un accidente reclama que él conducía con la velocidad permitida de 60 Km. por hora. Se verifica su automóvil y deja una marca de deslizamiento de 20 metros. ¿El conductor del automóvil dice la verdad?

La matemática y sus teorías han sido primordiales en el desarrollo de satélites; el 4 de octubre de 1957 la Unión Soviética lanzó el Sputnik 1, el primer satélite artificial de la historia. Este país desarrollo un matemática más avanzada, para la época, que EEUU, por eso logró esta hazaña muchos años antes. Actualmente Venezuela ha logrado, en colaboración con China, lanzar su propio satélite, denominado Simón Bolívar, un hecho que traerá grandes avances en la comunicación.

Los retos a los que se enfrenta la física en el siglo XXI son innumerables, entre estos: la estabilidad y caos en sistemas dinámicos en la mecánica celeste, los problemas de combustión en la aeronáutica, la matemática del mundo atómico en la física. Entre muchos otros retos que tiene la matemática en el presente se encuentran: las ecuaciones cinéticas en la astrofísica, las ecuaciones de la extracción de petróleo en las ciencias de la tierra, la elasticidad lineal y no lineal en las ciencias de materiales, el acoplamiento de modelos con estados cuánticos en la nanotecnología, los prototipos de la industria automovilística en la ingeniería industrial o la teoría de campos electromagnéticos en las comunicaciones.

2.2 La matemática, la computación, la biología y la medicina

La relación de la matemática y la medicina es importantísima. Un ejemplo lo encontramos en dispositivos para realizar tomografías computarizadas, entre tantos avances. Hay que tener presente que el cuerpo humano es el sistema de procesamiento de información más complejo. Si se juntan todos los procesos humanos de información, los conscientes y los inconscientes involucraríamos el procesamiento de 10^{24} bits de información diariamente. Esta cantidad astronómica de bits es un millón de veces mayor que el total de conocimiento humano que es de 10^{18} bits almacenados en todas las bibliotecas del mundo.



La matemática tiene gran aplicación en estudios de los procesos dinámicos biológicos y abarcan todas las áreas de la biología. Desde esta perspectiva, líneas de investigación prometedoras se realizan en campos tan diversos como la respuesta inmune, las interacciones genéticas en el desarrollo temprano, la regulación metabólica, la quimiotaxis, las pautas epidémicas, las dinámicas de poblaciones y ecosistemas, las redes catalíticas, los ritmos fisiológicos, la actividad cerebral, las correlaciones existentes en las bases nucleotídicas del ADN; entre muchos otros retos de la matemática.

Los modelos matemáticos son una de las herramientas que se utilizan para el estudio de problemas relacionados con la medicina como la: biología, fisiología, bioquímica, farmacocinética; sus objetivos primordiales son de demostración, enumeración, representación, explicación y predicción de fenómenos en dichas áreas. De hecho los estudiantes de estas ciencias deben poseer las siguientes competencias: razonamiento, operatividad, modelización y representación, medición, trabajo con patrones y funciones, uso de la tecnología; todas provenientes de la matemática. Actualmente esta ciencia formal se usa, según Uzuriaga, Vivian y Martínez (2006, p.266) en:

modelos matemáticos para describir agentes infecciosos como depredadores y células anfitrionas como presas, ha redefinido muchos aspectos de la Inmunología, la Genética, la Epidemiología, la Neurología y el diseño de medicamentos. Como ejemplo importante se tiene los resultados sobre el estudio de la epidemia del SIDA.

Modelar significa encontrar una representación matemática para un objeto, un proceso o un sistema no matemático, construyendo una teoría o estructura matemática que incorpora sus características esenciales. El modelo construido, de tipo matemático, permite obtener resultados acerca del proceso en cuestión. Actualmente, los modelos se simulan en computadoras para poder predecir resultados sin la construcción efectiva del objeto.

Muchos de estos modelos son los avances más notables de los últimos tiempos de la aplicación de la matemática computacional en la medicina. Muchas veces no se es consciente que en la práctica diaria existe una cantidad de teoría matemática que está involucrada en los modernos aparatos de diagnóstico, en el diseño de cirugía ocular, por ejemplo.

La aplicación de las matemáticas no lineales, de las cuales son muchas las demostraciones que se hacen en un aula, se utilizan para estudiar fenómenos complejos dinámicos en cardiología. No es exagerado decir que, con la ayuda de los rayos X u otras técnicas, más el avance en el cálculo de las computadoras actuales, la tomografía computarizada y la resonancia magnética, entre otras, son verdaderos instrumentos matemáticos, en los que se reconstruye una imagen conociendo la atenuación y el ángulo de los rayos. Muchos de estos ejemplos son modelos de integrales dobles que se enseñan en la mayoría de los cursos de matemática en las universidades; es conveniente dar vida a esos cálculos desde su utilidad.

La matemática y la biología son denominadas muchas veces la pareja ideal. La biología ocupa un lugar esencial en el desarrollo científico mundial. Los comienzos del siglo XXI están siendo años de muchos éxitos de la biología; esto se debe a que se desarrollan los mayores estudios en métodos cuantitativos que describen, explican y analizan los procesos biológicos; interviene aquí la estadística en muchos fenotipos que necesitan de probabilidades, análisis de varianza y pruebas de hipótesis.

Las ecuaciones diferenciales han sido clave en el estudio de crecimiento y decrecimiento poblacionales; tiene mucha cabida aquí el concepto de nicho ecológico de la biología; esto es un conjunto de condiciones ambientales y bióticas que necesita una población para sobrevivir. Si se sigue

ilustrando cómo la matemática interviene en estos problemas de la biología, se tendría que recurrir a las bifurcaciones, y demás resultados de la ciencia lenguaje del universo.

Actualmente existen ciencias llamadas bioestadística y biomatemática; esta última es un área interdisciplinaria que necesita a su vez de la: zoología, matemática, física y química; entre otras. Actualmente Nancy Kopell ha sido una gran estudiosa de la biomatemática; Camas, Fernández y Núñez (2007) tienen un artículo muy interesante dedicado a sus estudios, también existe allí una reseña importante sobre la matemática y la neurociencia; se recomienda revisar dicho texto.

2.3 La matemática y la música

La música es, con justa razón, la hija privilegiada de la matemática. Se estudiaba, en las enseñanzas clásicas de la época griega dentro del *quadriivium*, junto con la aritmética, la geometría y la astronomía, estas enseñanzas correspondían a los saberes exactos, de ahí que la música se pueda considerar, aparte de un arte, como una ciencia. No interesa en estos momentos la discusión en cuanto a su naturaleza, o no, de ciencia, esta discusión está fuera de estas reflexiones

En este escrito se intenta rescatar la relación música-matemática ausente en una docencia de la ciencia formal carente de sentido en la vida de los discentes. Algunos educadores no muestran en clases que el creador de la escala música fue Pitágoras, utilizando un instrumento musical denominado *monocordio*.

En general, un instrumento musical es un dispositivo físico que produce lo que se llama una onda de presión, que es capaz de mover la pequeña membrana del oído denominada tímpano. La frecuencia de vibración define lo que se llama el tono, de graves a agudos, que se mide en el número de vibraciones por segundo o unidad física (Hertzios, Hz). Un diapasón, es un objeto metálico en forma de U que se utiliza para afinar instrumentos que vibra cuando se le da un golpe a 440 Hz, lo que corresponde a la nota musical: La.

Durante mucho tiempo la teoría de la música y la matemática se han cedido el protagonismo la una a la otra; unión sumamente interesante, pues dice, entre otras cosas, que la música tiene mucho de orden y la matemática mucho de sensibilidad, belleza y armonía. La belleza se explica porque un sonido puede ser agradable o menos agradable. Aunque ésta sea una apreciación subjetiva, la mayoría de las personas, independientemente de su educación musical, distinguen claramente los dos tipos de sonidos.

Una de las formas que hay de producir un sonido es hacer vibrar una cuerda. La nota que emite la cuerda depende de la longitud de ésta y, como las longitudes pueden ser asociadas a números, Pitágoras decidió estudiar la relación que había entre las longitudes de las cuerdas y los sonidos armoniosos.

Para ello, Pitágoras dividió la cuerda en doce partes y buscó los intervalos consonantes; aquéllos que producían un sonido agradable o armonioso. Se encontró con que las longitudes en las que se producían las armonías eran proporcionales a 9, 8 y 6. Nótese que aquí se inmiscuye la belleza, una variable subjetiva, con la matemática; de ésta manera Pitágoras concebía la ciencia: con misticismo, armonía y belleza. Es justo que tanto docentes como estudiantes se maravillen de estos resultados, de la historia que da sentido a las grandes creaciones. Todo esto se puede apreciar estudiando la historia de la matemática. Pues como afirma González (2004, p. 27)



la Historia de las Matemática es una fuente inagotable de material didáctico, de ideas y problemas interesantes y también, en un alto grado, de diversión y recreo intelectual, en suma de enriquecimiento personal, científico y profesional, que el profesor puede aprovechar para motivar su labor de transmisión del conocimiento, desdramatizando la Enseñanza de las Matemática.

Mankiewicz (2000) y Boyer (1986), entre otros, tienen textos sobre la historia de la matemática donde aparecen estas ideas sobre la belleza, la música y las matemáticas que conviene revisar; aparte de artículos que relacionan la matemática con la música como los de Pastor (2008), Contreras, Díez, y Pacheco (2007), entre otros. Para crear la escala musical Pitágoras denominó tono a la nota producida por la longitud total de la cuerda, poniendo a las otras tres los nombres de diatesarón, diapente y diapasón, que son los intervalos que actualmente se denominan octava, quinta y cuarta, y sobre los que Pitágoras construyó la primera escala musical de la historia de la humanidad.

Las relaciones: $1 \cdot 12 = 12$, $(3/4) \cdot 12 = 9$, $(2/3) \cdot 12 = 8$, $(1/2) \cdot 12 = 6$, proporcionan las correspondientes razones de la longitud de la cuerda: 1 = tono, $3/4 =$ cuarta, $2/3 =$ quinta, $1/2 =$ octava. Se puede comprobar que las combinaciones armónicas de una cuerda pulsada guardan una relación con las longitudes respectivas de la cuerda, como se muestra la siguiente tabla:

do	re	mi	fa	sol	la	si
1	9/8	81/64	4/3	3/2	27/16	243/128

El fundamento de la música lo estableció Pitágoras con los cuatro números 1, 2, 3 y 4, que representaban la perfección del número diez $1+2+3+4=10$, cuyas partes dan lugar al punto, la línea, el plano y el espacio. Fue así como Pitágoras estableció el lazo de unión que había entre la belleza de la música y la de los números. Luego, extrapoló sus conocimientos geométricos y musicales hasta concebir una original concepción del universo: la música de las esferas, en la que cada planeta debía emitir un sonido característico, en perfecta armonía con los demás. Sobre la música de las esferas, Miyara (2007) hace un estudio que se recomienda revisar.

La música y la matemática, están también relacionadas con la astronomía, más adelante se estudia esta relación. Se creía que conociendo la velocidad y la masa de una esfera, podía determinarse el sonido que producía. Un sonido que nadie podía oír porque era continuo y carecía de silencios. Esta investigación desemboca en las tres famosas leyes que rigen el movimiento de los planetas de Kepler (1571-1630).

Esta teoría está ampliamente publicada en Xenakis (1992), de manera que es cuestión de que el docente se forme al respecto y con buena voluntad se disponga a mostrar otra cara de la matemática, su relación con la música. Sería una buena forma de devolver a la ciencia formal, título muy bien ganado de la reina de las ciencias y la que más ha aportado al desarrollo de la humanidad. Además el docente puede nutrirse de las grandes creaciones de la ciencia y entender que enseñar matemáticas no es vaciar contenidos, sino transmitir una cultura, y un legado de la humanidad fraguado en el tiempo.

En la historia de la música, así como de la matemática, Mozart (1756-1791) compuso, a los 21 años, un vals de 16 compases. Y lo hizo siguiendo las instrucciones de un juego de dados que él mismo había diseñado: juego para escribir vals con la ayuda de dos dados sin ser músico ni saber nada de composición. El juego consistía en dos dados y dos tablas de números diferentes. La primera debía usarse para la primera parte del vals y la otra para la segunda.

Para componer la primera parte del vals, que constaba de ocho compases, se lanzaban los dos dados y se sumaban los números que habían salido. Contando las posibilidades mediante las técnicas

de combinatoria, se puede probar que hay unos 750 trillones de variaciones. ¡Para que todos pudieran componer un vals diferente! Y muchos más. Grandiosa toda esta historia que emociona y de seguro engrandece a los docentes y estudiantes, ávidos de nuevas visiones de la matemática.

2.4 La matemática en las ciencias sociales especialmente en la educación

Las ciencias sociales se refieren exclusivamente a una acción humana, estudian el origen y desarrollo de la sociedad; se encuentran aquí entre otras la sociología, la psicología, la arqueología y la educación. A éstas se les han ido agregando en el transcurso del tiempo muchas otras como las ciencias de la comunicación, la lingüística, la etnográfica o el urbanismo. La matemática en estas ciencias también es una herramienta fundamental para consolidar sus conocimientos, destacándose la ayuda en la decisión de las variables a estudiar, las pruebas de hipótesis, los análisis de varianza, los modelos para estudiar la realidad social, entre otros.

La matemática aporta el lenguaje y la estructura conceptual necesaria para expresar reglas generales de comportamiento y obtener predicciones de validez general, cuestión que aporta también la estadística. Se nota nuevamente lo inconveniente de la división de las ciencias, en ciencias y humanidades, ni siquiera las matemáticas se deben exponer en un aula separadas del resto.

Hay una relación que interesa en particular en este punto es: matemática-educación. Para ello se enfatiza un poco en el significado de éste último componente junto a la pedagogía. Esta es una ciencia que estudia los procesos de la educación, *“la reflexión, teoría y práctica que se construye para abordarlo y desarrollarlo sistemáticamente (...) la educación es una acción que se advierte por las influencias culturales que se ejercen recíprocamente los seres humanos en la convivencia cotidiana”* (Rodríguez, 2005, p.31).

La función de la pedagogía es penetrar en la realidad de la educación y derivar de ella experiencias. La ciencia es un producto de la realidad; ésta proporciona los elementos, fenómenos, objetos y naturaleza. Es así como por ejemplo, las ciencias de la naturaleza no existen sin la naturaleza, las ciencias sociales sin los fenómenos de comunicación y la matemática sin la cotidianidad. La pedagogía es una ciencia imprescindible de la educación que le hace ocupar un lugar central y una función integradora de otras ciencias vinculadas con la educación, produciendo un cuadro multidisciplinario del sistema de ciencias pedagógicas. Entre las que se encuentran la: filosofía de la educación, sociología de la educación y psicología pedagógica.

La pedagogía se concibe idealmente como la ciencia que reconoce y reconquista los aspectos ideológicos, socio-históricos y culturales de los hechos educativos. Es menester entender esta ciencia como el proyecto que integra la reflexión epistemológica para razonar lo educativo desde los procesos de quienes participan, vinculando la teoría con la práctica como elementos indisociables en toda ciencia educativa, en especial de la educación matemática.

Es así como la pedagogía debe imprimir valor sobre la enseñanza de la matemática y reconquistar sus valores desde el educando y sus necesidades, no solo desde el educador. Por estas razones, el campo de estudio de la pedagogía de la matemática debe estar en una profunda y continua construcción al considerar los elementos diversos que le dan origen y en los cuales el proceso educativo se desarrolla; y en profunda comunicación con su historia, la cultura, el ideal de educación y del individuo a formar.

La educación matemática, su devenir evolutivo, histórico y concreto, ha estado influenciada por las condiciones económicas, políticas, culturales y sociales que han intervenido con mayor y menor



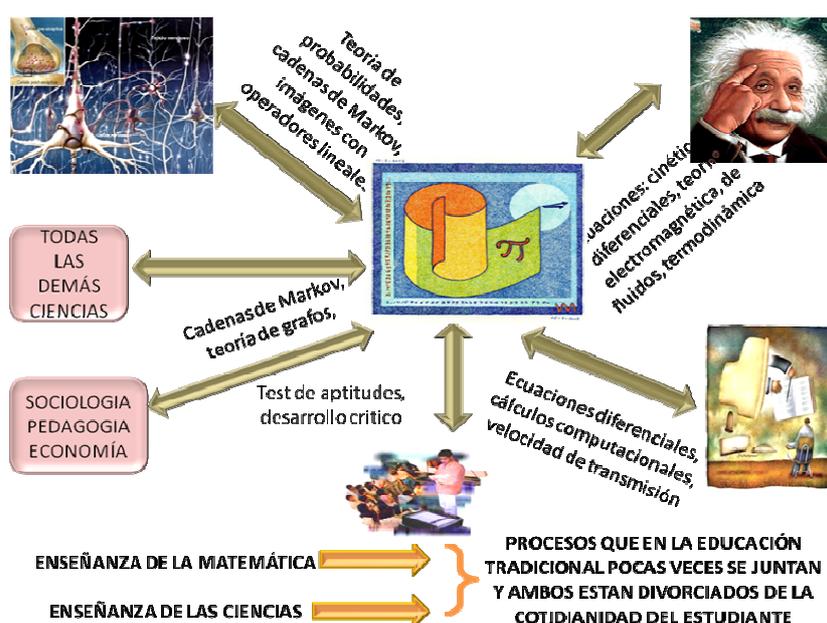
fuerza en el desarrollo del conocimiento pedagógico y que lleva consigo un tipo de cultura, valores e ideales con intención de formar un tipo de hombre.

En general, desde el pensamiento de Sócrates (470 a. C. - 399 a. C.), Aristóteles y Platón (427 a. C. - 347 a. C.) hasta estos tiempos, el pensamiento sobre la pedagogía ha estado en constante reconstrucción, buscando renovar la práctica educativa. No es fácil, pero sí hay caminos abiertos para su renovación. Al respecto la matemática, en la formación y educación del ser humano, tiene sus aportes esenciales y González (2001, p.15) afirma que los docentes

profesionales de la transmisión del conocimiento matemático, enfatizamos con vehemencia las cualidades de las Matemáticas: la capacidad para manejar la cantidad y la extensión, la regularidad y la disposición, la estructura y la implicación, la inducción y la deducción, la observación y la imaginación, la curiosidad y la iniciativa, la lógica y la intuición, la invención y el descubrimiento, el análisis y la síntesis, la generalidad y la particularidad, la abstracción y la concreción, la interpolación y la extrapolación, la decisión y la construcción, la belleza y la utilidad, la armonía y la creatividad, la interpretación y la descripción.

Para reformular la pedagogía tradicional hacia una manera integradora es menester tener que una visión total, teórico-práctica y, fundamentalmente, de gran profundidad social, que vincule al hombre a su escuela, a su colectividad y a los procesos de creación, que engrandezca los más altos ideales del humanismo, el ser humano, ante todo y sobre todo. En definitiva, la formación que se adquiere al estudiar matemáticas podría verse en forma integral, en varios sentidos: como conocimiento elemental y de cultura general; como motora del desarrollo de las capacidades como la deducción, la comparación, la clasificación y el orden, y finalmente como impulsora para ser críticos e investigar.

La relación de la matemática con todas las demás ciencias, Rodríguez (2010b, p.98) la ilustra mediante el siguiente gráfico; en él, se enfatiza que la enseñanza de la ciencia formal y el resto de las ciencias son procesos paralelos que pocas veces se juntan en el aula. Se clama por un proceso transdisciplinar de la matemática que muestre el concierto de fantasías entre todos los conocimientos, creaciones humanas, a fin de regresar el amor por ésta magnífica ciencia.



3. A modo de conclusiones

En el aula hay muchos ejemplos que se pueden mostrar a fin de avivar el interés del discente por la matemática. Por ejemplo, en cuanto al cálculo, existen sucesiones maravillosas que pueden agradar a los estudiantes por su comportamiento, por ejemplo los números de la llamada serie de Fibonacci (1170 - 1250), son elementos de una serie infinita. El primer número de esta serie es 1, y cada número subsecuente es la suma de los dos anteriores. Como el primero es 1 y antes no hay nada, el segundo es 1, el tercero $1+1$, el cuarto es $1+2$, y así sucesivamente: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...Ésta serie se puede ilustrar a los discentes a la manera de los pétalos de una margarita: espirales al centro de una margarita: 21 hacia un lado, 34 hacia el otro. Esta serie tiene muchas aplicaciones en ingeniería en la programación dinámica y se cree que está relacionada con la tensión se usa dicha serie para crear micro estructuras que crecen en un laboratorio.

La serie de Fibonacci está relacionada con factores psicológicos de los participantes del mercado accionista, ya que estos se llevan por la conducta de las masas y van repitiendo las mismas directrices y errores de un periodo a otro. Abramovich y Leonov (2008) tienen un artículo muy interesante sobre las ecuaciones diferenciales en dos parámetros y dicha serie, que se recomienda revisar. También Smania (2007) tiene estudios sobre la serie y la geometría, entre los innumerables que se encuentran publicados. Es de hacer notar que la matemática es el lenguaje de las ciencias, pero tiene su propia estructura intrínseca; esto es uno de los aspectos más interesantes a la hora de resolver problemas.

La autora llama la atención en cuanto a que se debe reconocer que en la educación tradicional de la matemática y de las demás ciencias se han escogido caminos que no se cruzan, esto es, no se relaciona la matemática con las demás ciencias y viceversa; excepto claros ejemplos de docentes que en la enseñanza de la matemática educan en otras ciencias, y recíprocamente.

La situación anteriormente descrita ha afectado la concepción que se tiene de la matemática, pues se define y se le coloca de manera apartada, fuera de contexto, y es que la ciencia en cuestión también es creación humana, y el motivo, entre otros, que ha dado pie al desarrollo de muchas ciencias, incluyendo aquellas de reciente aparición como la economía, y últimamente, en las ciencias sociales con la matemática cualitativas de la complejidad y el estudio de los fractales; la geometría no euclidiana: aquella que estudia figuras no regulares como las que tradicionalmente se ilustran. Estas figuras irregulares están en todas partes: en nuestro cuerpo, en la naturaleza.

Difícilmente ha existido algún descubrimiento humano donde la matemática no haya estado presente, que esta ciencia ha cambiado en su estructura para entender fenómenos que antes no hacía como la matemática de la complejidad; pero de manera tradicional la ciencia formal se muestra separada y alejada de las demás ciencias y de la vida en las aulas. Se aboga por un proceso educativo, vivo y transdisciplinar que muestre el concierto de fantasías que entrelazan todas las ciencias, en mayor o menor intensidad.

En una reflexión crítica de la praxis de los docentes de matemáticas seguramente darán cuenta de que la historia y filosofía de la matemática tiene aporte inmensurables a la construcción de la teorías matemáticas y en la puesta en escena de una ciencia formal viva y transdisciplinar en el contexto, cotidianidad y cultura del discente; los cuales están ávidos de otra mirada de la matemática que los haga apreciar su legado y entender la necesidad de sus teorías en sus vidas y a favor del avance de la humanidad.

Es menester entender que para mostrar la relación matemáticas-ciencias en el proceso de enseñanza-aprendizaje de dicha ciencia la formación del profesional es clave, en el entendimiento que



aquí están las soluciones de los problemas de dicho proceso en las aulas. La matemática merece el sitio de honor que le corresponde por la justa valoración de cada uno de sus creadores y por los aportes para la supervivencia del ser humano y en los avances de la humanidad.

Bibliografía

- Abramovich, S. y Leonov, G. (2008). Fibonacci numbers revisited: technology-motivated inquiry into a two-parametric difference equation. *International journal of mathematical education in science and technology*, 39(6), 746-766.
- Camas, I., Fernández, S. y Núñez, J. (2007). Nancy Kopell: una vida dedicada a la Biomatemática. *Matematicalia: Revista digital de divulgación matemática de la Real Sociedad Matemática Española*, 3(2).
- Cantoral, R. (1999). Approccio socioepistemologico alla ricerca in Matematica Educativa: un programma emergente. *La matematica e la sua didattica*, 3, 258 – 270.
- Capra, F. (1998). *La Trama de la Vida. Una nueva perspectiva de los sistemas vivos*. Barcelona: Anagrama.
- Carnap, R. (2006). *La construcción lógica del mundo*. : Argentina: Fontamara.
- Contreras, A., Díez, M. y Pacheco, J. (2007). La matemática y la evolución de las escales musicales. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 54, 43-49.
- Bagazgoitia, A. (2007). La belleza en matemáticas. *Sigma: revista de matemáticas = matematika aldizkaria*, 31, 133-152.
- Boyer, C. (1986). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial.
- Bunge, M. (2000). *La ciencia, su método y filosofía*. Colombia: Panamericana Editorial.
- Feynman, R. (1999). *El placer de descubrir*. Barcelona: Crítica.
- Galileo, G. (1981). *El ensayador (IL Saggiatore)*. Buenos Aires: Ediciones Aguilar.
- Gómez, J. (2002). *De la enseñanza al aprendizaje de las matemática*. Barcelona: Paidós.
- González, P. (2001). La implicació de la matemática en l'educació, segons Plató. *Butlletí 09/2003 ABEAM*, 13-15.
- González P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Revista SUMA*, 45, 17-28.
- Guénard, F. y Lelievre, G. (1984). *Pensar la matemática*. España: Tusquets Editores.
- Einstein, A. (2000). Mi credo humanista. Elaleph.com. Recuperado el 15 de junio de 2010, de: <http://www.iaecat.com/revista/recreate/recreate05/Seccion8/CredoHumanista.pdf>
- Kline, M. (1978). *El fracaso de la Matemática moderna*. Madrid: Siglo XXI.
- Mankiewicz, R. (2000). *Historia de las matemáticas*. Barcelona: Paidós.
- Miyara, F. (2007). La música de las esferas: de Pitágoras a Xenakis... y más acá. *Revista On –Line de Estudios Musicales*, 8. Recuperado el 23 de junio de 2010 de: http://www.sulponticello.com/H001ASSP/articulo_pags.asp?REVart_ID=206&REVnum_ID=10
- Pastor, A. (2008). Matemáticas en la música. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, 59, 17-21.
- Poincaré, H. (1946). *El valor de la ciencia*. Madrid: Espasa-Calpe.
- Rodríguez, M. (2010a). El papel de la escuela y el docente en el contexto de los cambios devenidos de la praxis del binomio matemática – cotidianidad. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 21, 113-125.
- Rodríguez, M. (2010b). Matemática, Cotidianidad y Pedagogía Integral: Elementos Epistemológicos en la Relación Ciencia-Vida, en el Clima Cultural del Presente. Tesis Doctoral. Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada, Caracas.
- Rodríguez, V. (2005). *Pedagogía Integradora. Los Retos de la Educación en la Era de la Globalización*. México: Editorial Trillas.
- Smania, D. (2007). Puzzle geometry and rigidity: the Fibonacci cycle is hyperbolic. *Journal of the American Mathematical Society*, 20(3), 629-673.

Uzuriaga, L; Vivian, L; Martínez, A. (2006). Retos de la enseñanza de las matemáticas en el nuevo milenio. *Scientia Et Technica*, XII (31), 265-270.

Xenakis, I. (1992). *Formalized Music. Thought and Mathematics in Music*. Pendragon Revised Edition.

Agradecimiento al Profesor **Jonathan Chimaras Caraballo**, de la Universidad de Oriente, por su valiosa colaboración en la traducción al inglés del resumen de este artículo.

Milagros Elena Rodríguez desde hace 16 años es Docente investigadora asociada de la Universidad de Oriente, Departamento de Matemáticas, Venezuela; Licenciada en Matemáticas, Magister Scientiarum en Matemáticas, Doctora en Innovaciones Educativas. Reside en Cumaná Estado Sucre, código postal 6101. Ha sido jurado de Tesis, publicado diversos artículos y ha sido árbitro en revistas indexadas y arbitradas, asistencias a eventos nacionales e internacionales y ha realizado diversas ponencias y conferencias. Email: melenamate@hotmail.com

