NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 78, noviembre de 2011, páginas 5–16

Tareas matemáticas en la formación de maestros. Caracterizando perspectivas

Salvador Llinares (Universidad de Alicante) [1]

Artículo solicitado al autor por la revista

Resumen

El diseño de tareas en los programas de formación de maestros se vincula al desarrollo del conocimiento necesario para realizar diferentes tareas profesionales- organizar el contenido matemático, interpretar el aprendizaje, gestionar la enseñanza. Se ejemplifica esta perspectiva en el caso del diseño de tareas matemáticas considerando la tarea profesional del maestro de analizar libros de texto.

Palabras clave

Didáctica de la matemática, formación de maestros, diseño de tareas, competencia docente

Abstract

The design of tasks in mathematics teacher education is linked to develop of knowledge necessary to perform different professional tasks - organizing the mathematical content to teach, interpreting the mathematical learning, manage to mathematics teaching. We exemplify this perspective considering the design of mathematical tasks in order to develop the mathematical knowledge need to analysis mathematical problems from primary textbooks.

Keywords

Mathematics education, mathematics teacher education, design of task, teaching competence

1. Introducción

Uno de los ámbitos en la educación matemática en los que la investigación y la práctica están íntimamente ligadas es en la formación de profesores. En este ámbito, uno de los ejemplos en los que esta relación es más clara tiene que ver con las reflexiones sobre el diseño, implementación y análisis de tareas en los programas de formación. Estas tareas están dirigidas a que los profesores adquieran el conocimiento y desarrollen las destrezas necesarias para la enseñanza de las matemáticas. Desde hace algunos años reflexiones realizadas por los formadores de profesores dirigidas a conceptualizar y compartir la actividad de diseño, implementación y análisis de tareas en los programas de formación se están presentando de manera cada vez más explícita (Clarke, Grevholm y Millman, 2009; Laborde, 2011; Llinares y Olivero, 2008; Tirosh y Wood, 2008; Zaslavsky & Sullivan, 2011) y adoptando perspectivas teóricas diferentes procedentes algunas del ámbito del diseño instruccional (Willis, 2009) o el uso de recursos específicos (Brophy, 2004). Estos aportes han puesto de manifiesto la diversidad de aproximaciones adoptadas y la riqueza de los materiales producidos mostrando de manera implícita que no existen respuestas uniformes en esta cuestión. Esta situación a nivel internacional también ha tenido un reflejo claro en el contexto español (Blanco, Cárdenas, Gómez y Caballero, 2011; Godino, 2004; Contreras y Blanco, 2002; Llinares, Valls y Roig, 2008; Penalva y Llinares, 2011).

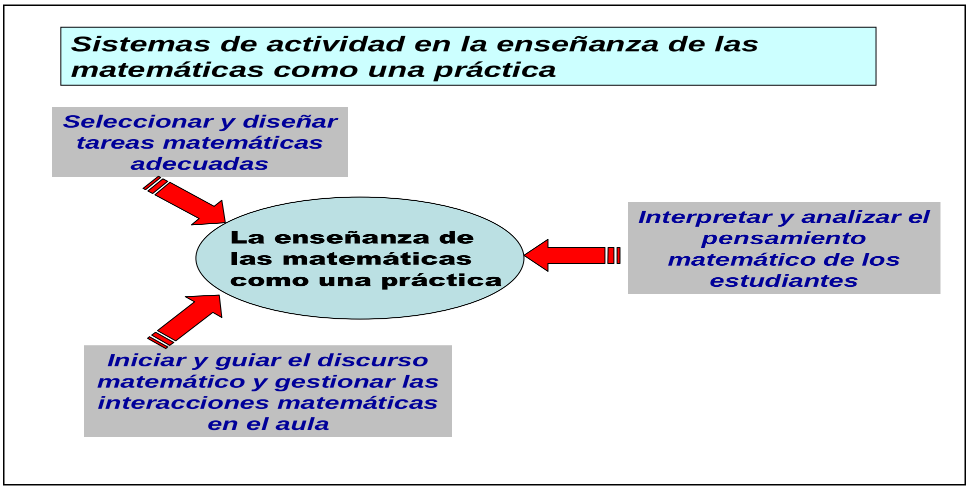
[1] Este artículo forma parte de un trabajo más amplio realizado conjuntamente por el autor y la profesora Julia Valls, de la Universidad de Alicante.

Las tareas diseñadas, implementadas y analizadas van desde el uso de videos, casos-viñetas procedentes de situaciones de enseñanza-aprendizaje y problemas matemáticos planteados como procesos investigativos para los estudiantes para profesor. Aunque existen diferencias entre las aproximaciones adoptadas en formación inicial o formación continua y entre la formación de maestros y la formación de profesores de secundaria, existen algunas ideas que empiezan a ser permeables a las diferentes aproximaciones y contextos. Una de estas ideas procede de adoptar una perspectiva situada hacia el aprendizaje del profesor y derivar a partir de aquí características que deben tener las tareas en los programas de formación y cómo deben ser implementadas.

Desde esta perspectiva, las tareas que los formadores de profesores plantean a sus estudiantes se consideran como instrumentos de una práctica que debe ser comprendida y aprendida. En este sentido, el instrumento, las tareas o el conocimiento que se pretende como foco del aprendizaje, es el medio técnico o conceptual que permite al usuario, en este caso los estudiantes para profesor, llegar a comprender y mejorar una determinada práctica. En los programas de formación de profesores las tareas son los instrumentos que utilizamos los formadores para que los estudiantes para profesores puedan desarrollar el conocimiento y destrezas necesarios para enseñar matemáticas y al mismo tiempo empiecen a generar las destrezas que les permita seguir aprendiendo a lo largo de la vida profesional. Usando estas referencias, tan importante es determinar las características de una tarea como caracterizar la manera específica en la que es implementada. La tarea, la manera en la que es implementada y las ideas del formador de profesores que definen los contextos de uso son por tanto los referentes para las oportunidades de aprendizaje (entornos de aprendizaje) para los estudiantes para profesor.

Una reflexión adicional en la cuestión del diseño de tareas en los programas de formación de profesores es la consideración de la idea de competencia docente entendida como el uso del conocimiento para resolver los problemas profesionales de la práctica de enseñar matemáticas (Llinares, 2009). Las tareas en los programas de formación son implementadas para promover el desarrollo de competencias especificas y por tanto el aprendizaje y desarrollo de conocimiento y destrezas vinculadas a contextos-problemas específicos. Algunos de los contextos–problemas específicos vinculados a la enseñanza de las matemáticas y que constituyen un sistema de actividad para el profesor de matemáticas en el que se encuadra la práctica de enseñar matemáticas viene dado por

- Analizar las producciones de los estudiantes
- Organizar el contenido matemático para su enseñanza
- Gestionar la comunicación matemática en el aula



Estos diferentes sistemas de actividad se visualizan en la práctica del profesor de matemáticas mediante la realización de algunas tareas. Por ejemplo, cuando el profesor tiene que seleccionar, analizar o diseñar algunas tareas matemáticas para sus alumnos a partir de un material docente como puede ser un libro de texto y determinar en qué medida los problemas o la manera de organizar el contenido que propone el libro de texto es adecuado para sus objetivos. En este caso el análisis de las tareas-problemas, ejercicios y/o actividades- que aparecen en el libro de texto- es una actividad característica de la práctica de enseñar matemáticas (Fernández, 2011). La misma reflexión podemos hacer en relación a la actividad del profesor de valorar en qué medida las respuestas de sus alumnos a las tareas matemáticas propuestas reflejan el aprendizaje pretendido, y cuando interacciona con sus alumnos en la resolución de los problemas durante la enseñanza de las lecciones.

Para gestionar cada una de las componentes de este sistema de actividad el profesor pone en funcionamiento diferentes dominios de conocimiento de manera integrada (Gavilán, García y Llinares, 2007; Escudero y Sánchez, 2007, 2008; Llinares, 2000):

- Sus perspectivas sobre y su comprensión de las matemáticas
- Su perspectiva sobre y su comprensión del aprendizaje de las matemáticas
- Su perspectiva sobre y su comprensión de la enseñanza de las matemáticas

Estos dominios de conocimiento y creencias (perspectivas) está íntimamente relacionados unos con otros durante la práctica de enseñar matemáticas. Desde estas referencias, las tareas en los programas de formación deberían contribuir al desarrollo de los diferentes dominios de conocimiento en uso en estas diferentes actividades de la práctica. Este contexto ha definido una línea de reflexión, investigación y práctica en la formación de profesores centrada en el diseño e implementación de tareas en los programas de formación considerando los contextos de uso. Una característica de esta línea de reflexión es el desarrollo de procesos cíclicos de diseño-implementación-análisis y modificación de las tareas en los programas de formación. Y vinculado a estos procesos cíclicos emerge una agenda de investigación centrada en qué y cómo aprenden los estudiantes para profesor (Llinares y Krainer, 2006; Lupiañez y Rico, 2006; Penalva, Escudero y Barba, 2006) que pone de manifiesto la relación entre la teoría y la práctica de formar profesores.

2. Comprender el contenido matemático para enseñar matemáticas en la educación primaria

Con estas referencias generales, el contexto particular de formación de maestros en el ámbito de las matemáticas introduce además peculiaridades dadas por el contexto de formación y por los conocimiento previos de los estudiantes para maestro y por las características del perfil profesional que deben desarrollar (por ejemplo ser maestros de diferentes materias y no solo de matemáticas). Estas peculiaridades ha hecho emerger líneas de reflexión especificas centradas en el diseño de tareas en los programas de formación de maestros en el ámbito de la educación matemática (Clarke, Grevholm, y Millman, 2009) que ponen de manifiesto el carácter cíclico del trabajo realizado por los formadores de maestros. Este proceso cíclico vincula la creación de la tarea, la reflexión sobre las reacciones de los estudiantes para maestro y como consecuencia el refinamiento de la tarea inicialmente propuesta. Este rasgo característico hace referencia a la necesidad de explicitar los principios del aprendizaje del estudiante para maestro sobre los que se fundamentan las decisiones del formador de maestros en su papel de diseñador de tareas. Esto es debido a que los formadores de maestros tienen que considerar la manera en la que sus estudiantes aprenden para determinar en qué medida las tareas propuestas cumplen con los objetivos con los que habían sido diseñadas.

Un aspecto particular lo centra las cuestiones relativas a qué matemáticas debe llegar a conocer un estudiante para maestro y cómo debe llegar a conocerlas para empezar a generar la competencia docente en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas. Aquí nos centramos únicamente en el conocimiento de matemáticas que debe ayudar al estudiante para maestro a desempeñarse adecuadamente en las diferentes tareas a través de las que se articula la práctica de enseñar matemáticas – analizar las tareas matemáticas que debe proponer a sus alumnos cuando está pensando en la organización del contenido matemático a enseñar, interpretar las producciones matemáticas de sus alumnos para determinar el aprendizaje conseguido, o gestionar las interacciones durante la enseñanza. Una reflexión sobre el conocimiento de didáctica de las matemáticas integrado con lo matemático en este contexto puede reflejar los mismos principios que intentamos caracterizar aquí: diseñar las tareas para generar el conocimiento necesario para enseñar matemáticas en los contextos de uso.

En este caso, un aspecto particular de este proceso es determinar qué principios debe seguir el proceso de diseñar tareas matemáticas en los programas de formación de maestros que tengan en cuenta los contextos de uso de este conocimiento por parte del maestro al realizar la práctica de enseñar matemáticas (por lo tanto, una reflexión paralela tendría en cuenta el conocimiento de didáctica de las matemáticas) (Osana, Lacroix, Tucker y Desrosieres, 2006). Para describir un posible camino en este proceso vamos a ejemplificar una posible toma de decisiones del formador de maestros a la hora de decidir las características de las tareas matemáticas que puede proponer en el programa de formación para intentar generar oportunidades de aprendizaje matemático en sus estudiantes para maestro.

2.1. Aprendiendo matemáticas para analizar las tareas en los libros de texto

Las tareas matemáticas en los programas de formación de maestro cumplen tres objetivos. Por una parte, deben permitir que los estudiantes para maestro re-examinen su comprensión de las ideas matemáticas para que puedan llegar a cuestionarse su propio conocimiento de las matemáticas escolares. En segundo lugar, las tareas matemáticas deben permitir que los estudiantes para maestro amplíen su comprensión de algunos contenidos matemáticos. Finalmente, proporcionan la posibilidad de que los estudiantes para maestro reflexionen sobre sus creencias en relación a la naturaleza de la actividad matemática. Estos objetivos pretenden que los estudiantes para maestro puedan llegar a ser sensibles a las matemáticas de sus alumnos para poder ayudarles en su aprendizaje. La cuestión aquí es cómo alguien puede llegar a comprender mejor lo que se supone ya conoce – reaprender algunos contenidos matemáticos - , y ampliar su comprensión de otros contenidos matemáticos.

2.2. Diseñando tareas en los programas de formación para iniciar el desarrollo de la competencia docente

La idea de competencia docente viene caracterizada por saber cómo y cuándo usar el conocimiento específico en la resolución de problemas profesionales, como puede ser el análisis de los problemas que propone los libros de texto en el nivel educativo considerado. En el ámbito de la enseñanza de las matemáticas, caracterizar la competencia docente significa comprender las ideas matemáticas de manera que el estudiante para maestro pueda llegar a ser capaz de identificar lo relevante matemáticamente hablando de la situación, interpretarlo y poder llegar a tomar decisiones de enseñanza adecuadas. Esto implica que el estudiante para maestro debe llegar a ser consciente de qué conocimiento de matemáticas es relevante en esa situación y poder analizar aquellos aspectos que puedan llevar a los alumnos de primaria a comprensiones no adecuadas.

En la tarea profesional del maestro de analizar las propuestas de los libros de texto, por ejemplo, en el caso particular de la enseñanza de los números decimales en sexto y el papel que desempeñan los modos de representación, ante un problema como el planteado en la Figura 1, la comprensión matemática de los números decimales como parte de los números racionales y sus modos de representación debe permitir al estudiante para maestro considerar (Centeno, 1988; Castro, 2001)

- El significado de número racional y su representación sobre una recta numérica
- Fracciones equivalentes y fracciones irreducibles como forma de representar a los números racionales.
- *Fracción decimal* entendida como el par de números enteros (a,b) donde b es igual a una potencia de 10, y el reconocimiento de que existe representaciones de los números racionales en forma de fracción que no son fracciones decimales
- *Número racional decimal* es un número racional que se puede representar con una fracción decimal (o cualquier otra equivalente a esta, pudiendo ser estas irreducibles o no) o mediante expresiones con coma finitas.
- *Número racional no decimal* es un número racional que se puede representar con una fracción que no sea equivalente a ninguna fracción decimal (pudiendo ser estas irreducibles o no) o mediante expresiones con coma infinitas: periódicas puras o mixtas.
- Y considerando conversiones entre los distintos modos de representación de los números racionales: fracciones $\Leftrightarrow$ expresiones con coma

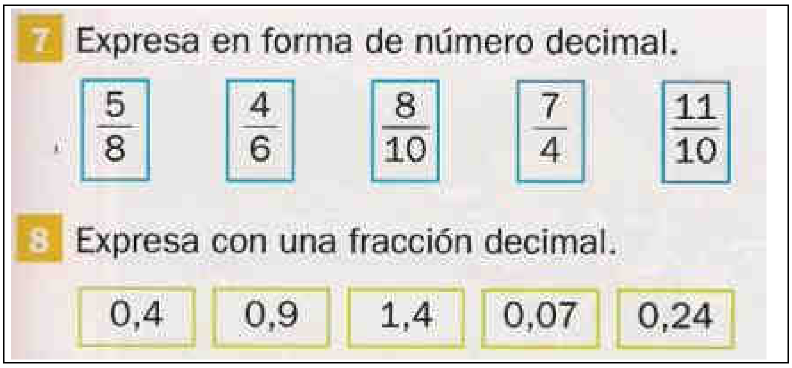


Figura 1. Fragmento de un libro de texto de 6º de primaria

La comprensión de los números racionales y sus representaciones debe permitir al estudiante para maestro ser consciente de que en la tarea 7 existen fracciones que representan a números racionales decimales y, en consecuencia, es posible hacer conversiones entre los modos de representación fracción y expresión con coma finita (número decimal). Sin embargo, la fracción $\frac{4}{6}$ no representa a un número racional decimal. La tarea 8 sólo hace referencia a la conversión de expresiones con coma finita (número decimal) a fracciones decimales que son las representantes de los números racionales decimales. El análisis de la tarea desde el conocimiento matemático explícito debería permitir al estudiante para maestro poder modificar la propuesta realizada por los libros de texto en el sentido de hacer nuevas propuestas a sus alumnos con el objetivo de que los estudiantes de primaria puedan identificar las propiedades o relaciones matemáticas implícitas.

Desde este análisis previo, la cuestión que se plantea en el programa de formación de maestros es determinar

- Qué comprensión de estos contenidos matemáticos debe tener el estudiante para maestro para empezar a realizar esta tarea profesional de manera competente, y
- Cómo puede llegar a esta comprensión teniendo en cuenta que muchas veces los estudiantes para maestro llegan con un conocimiento procedimental de estas cuestiones.

En cuanto a la primera pregunta cabe señalar que el conocimiento matemático que el estudiante para maestro necesita saber está directamente relacionado con la existencia de números racionales decimales y números racionales no decimales así como con sus representantes y dos de sus modos de representación, la fracción y las denominadas "expresiones con coma".

El desarrollo por parte de los estudiantes para maestro de la comprensión de la red de ideas matemáticas necesarias para poder realizar de manera competente el análisis de la tarea en la figura 1, puede estar vinculado a la realización y discusión en los programas de formación de tareas como las reproducidas en el Cuadro 1.

Tarea 1.1

Dadas las fracciones $\frac{1}{5};\frac{2}{3};\frac{3}{6};\frac{3}{11};\frac{7}{4}$. Indica cuál de ellas son equivalentes a una fracción decimal y cuáles no. Justifica tu respuesta.

Tarea 1.2.

Sin hacer la división halla la expresión con coma finita (expresión decimal finita) de las siguientes fracciones $\frac{3}{4};\frac{1}{5};\frac{7}{50};\frac{8}{40}$. Justifica tu respuesta.

Cuadro 1. Ejemplo de tareas de formación

La realización de las tareas 1.1. y 1.2. por los estudiantes para maestro puede favorecer una comprensión más amplia de estos conceptos matemáticos. La resolución de las tarea 1.1. y 1.2. conlleva que el estudiante para maestro vea:

- los números decimales expresados con diferentes representaciones
- los números naturales desde la representación decimal y factorial, en particular, el 10 y sus potencias como $10 = 2\cdot 5$ y $10^n = 2^n \cdot 5^n$

La importancia de este enfoque radica en que los estudiantes para maestro puedan llegar a comprender la diferencia de conocer los conceptos desde su etapa de estudiantes a comprenderlos para llevarlos a las aulas. Es decir, la comprensión de un concepto matemático varia si este se conoce desde la perspectiva de "usuario" a conocerlo desde la perspectiva de "formadores de usuarios" (en este caso del maestro). Por ejemplo, la discusión colectiva entre los estudiantes para maestro de tareas como la siguiente ayudarían a este objetivo (Castro, 2011; p. 325)

¿Se puede escribir 2/7 como decimal finito?

Para escribir 2/7 como decimal finito hay que hallar un número X tal que $2/7= (2.x)/(7.x)$, donde 7x tiene que ser potencia de 10, lo que conduce a $7x=2^n \cdot 5^n$

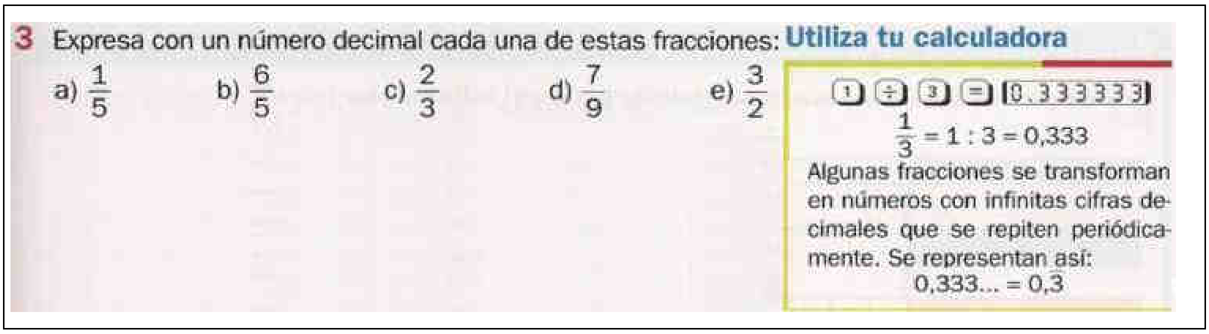
Pero este resultado contradice el teorema de factorización única (teorema fundamental de la aritmética), ya que el factor 7 aparece en el primer miembro pero no en el segundo. Mediante un razonamiento similar pero aplicando al teorema fundamental de la aritmética de forma general, se obtiene el siguiente resultado:

Las únicas facciones que se pueden expresar como decimales finitos son la que, escritas en su forma irreducible, tienen solo el 2 y/o al 5 como factores primos del denominador.

Este es por tanto el significado dado a la idea de red conceptual de ideas matemáticas (relación entre representaciones de los números con coma, fracciones, teorema fundamental de la aritmética, descomposiciones en factores primos, etc.) que constituyen en este ejemplo la comprensión matemática que da sentido a la idea de competencia docente, vista desde la perspectiva de la tarea profesional de analizar las actividades propuestas en los libros de texto.

Siguiendo con este ejemplo, y para profundizar más en la red de ideas matemáticas que articulan la enseñanza de los números decimales y que fundamentan la competencia docente en la tarea de analizar las tareas matemáticas en los libros de texto, el objetivo del análisis de las tareas 3 y 24 procedentes de los libros de texto (figura 2 y 3), es poner de manifiesto la existencia de dos tipos de representaciones con coma para los números racionales no decimales. La pregunta para el formador de maestros en su papel de diseñador de tareas en el programa de formación es

- ¿cuál es la comprensión matemática que debe tener un estudiante para maestro de los números racionales y sus representaciones que le permita realizar un análisis competente de estas dos tareas?



3 Expresa con un número decimal cada una de estas fracciones:

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{6}{5}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{7}{9}$ e) $\frac{3}{2}$

Utiliza tu calculadora

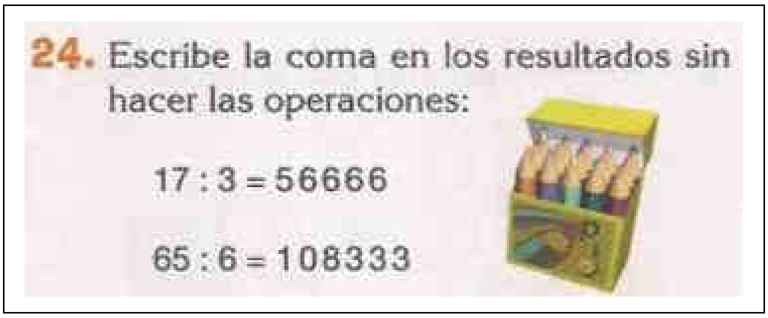
1 ÷ 3 = 0.333333

$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0{,}333$

Algunas fracciones se transforman en números con infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente. Se representan así:

$0{,}333... = 0{,}\overset{\frown}{3}$

Figura 2. Fragmento de un libro de texto de 6º de primaria



24. Escribe la coma en los resultados sin hacer las operaciones:

17 : 3 = 56666

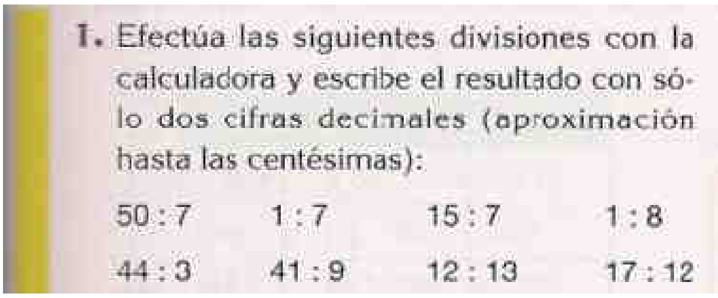
65 : 6 = 108333

Figura 3. Fragmento de un libro de texto de 6º de primaria

A partir de la tarea 3 de la figura 2 el alumno de primaria, usando una calculadora, puede llegar a pensar que además de la existencia de fracciones con un número finito de cifras decimales, existen fracciones a las que les corresponden expresiones con coma con "*infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente*" e incluso pueden llegar a pensar que son las que tienen como denominador potencias de tres. Esta interpretación no les impedirá resolver el apartado 2 de la tarea 24 de la figura 3 salvo que usen la calculadora. Puede que tampoco observen que al resolver la tarea propuesta en la figura 4, a través de la calculadora, esta les ofrece 7 resultados aproximados hasta el número de cifras que admite su pantalla y uno sin aproximar, $\frac{1}{8}$. Posiblemente, ante esta tarea podrían reafirmarse en la idea de que sólo a las fracciones cuyo denominador sea una potencia de 3 le corresponden expresiones con coma con infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente, al resto de fracciones les corresponden expresiones con coma finitas ya que los resultados que podrían reflejarse en la pantalla de su calculadora, si esta mostrará 8 dígitos, presentarán las siguientes características:

- expresiones con coma para las divisiones 44 : 3 y 41 : 5 del tipo 14,666666 y 4.5555555, respectivamente.
- expresiones con coma para divisiones 50 : 7 ; 1 : 7 ; 15 : 7 y 12 : 13 del tipo 7.1428571; 0.1428571; 2.1428571 correspondientes a las divisiones de divisor 7 y 0.9230769, expresiones donde a primera vista no se repite ninguna cifras periódicamente.

No obstante, cabe resaltar en este caso que el resultado 1.4166666 procedente de la división 17 : 12 podría generar ciertas dudas ya que también le corresponde una expresión con coma con infinitas cifras decimales que se repiten periódicamente pero no como las anteriores.


1. Efectúa las siguientes divisiones con la calculadora y escribe el resultado con sólo dos cifras decimales (aproximación hasta las centésimas):

50 : 7	1 : 7	15 : 7	1 : 8
44 : 3	41 : 9	12 : 13	17 : 12

Figura 4. Fragmento de un libro de texto de 6º de primaria

Realizar un análisis competente de estas tareas procedentes de libros de texto de primaria se apoya en la comprensión de una red de ideas matemáticas necesarias para interpretar de manera amplia la situación descrita en la figura 2, 3 y 4, y formada por

- $D = d \cdot c + r, \quad 0 \leq r < d$
- Teorema fundamental de la aritmética: expresión en factores primos de un número.
- Si multiplicamos, dividimos en división exacta, dividendo y divisor por un mismo número, el cociente no varía y el resto viene multiplicado o dividido por dicho número.
- Isomorfismos entre los conjuntos (N, +, x) y (Q, +, x): Toda división se puede expresar como una fracción.

El desarrollo por parte de los estudiantes para maestro de la comprensión de esta red de ideas matemáticas para la realización competente de la tarea profesional de analizar las actividades propuestas en los libros de texto puede vincularse en los programas de formación a la realización y discusión de tareas como la reproducida en el Cuadro 2.

Tarea 2.1

Encuentra una expresión con coma para los siguientes números racionales:

$\frac{1}{15}, \frac{7}{125}, \frac{7}{30}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{3}{20}$

¿Qué particularidades observas entre las distintas escrituras? ¿Qué características tienen sus denominadores?

Tarea 2.2

Dadas las fracciones irreducibles $\frac{a}{19}, \frac{b}{25}, \frac{c}{46}$. Indica qué tipo de expresión con coma le corresponde a cada una de ellas. Justifica tu respuesta.

Cuadro 2. Ejemplo de tareas de formación

Las tareas 2.1. y 2.2. tienen como objetivo que el estudiante para maestro sea capaz de generar por si mismo y/o colaborativamente la comprensión de los criterios siguientes:

Proposición 1

La expresión con coma, correspondiente a una fracción irreducible, será finita si el denominador no contiene más factores que $2^{\alpha} \;\; y/o \;\; 5^{\beta}, \;\; para \;\; \forall \alpha, \beta \in N$

Proposición 2

La expresión con coma, correspondiente a una fracción irreducible, será periódica pura si el denominador no tiene como factores ni al $2^{\alpha} \;\; ni \;\; al \;\; 5^{\beta}, \;\; para \;\; \forall \alpha, \beta \in N$

Proposición 3

La expresión con coma, correspondiente a una fracción irreducible, será periódica mixta si el denominador tiene como factores al $2^{\alpha} \;\; o \;\; 5^{\beta}, \;\; para \;\; \forall \alpha, \beta \in N$, además de otros factores primos

La realización de este tipo de tareas en los programas de formación de maestros intenta cumplir con el objetivo de ayudar a los estudiantes para maestro a re-aprender el contenido matemático que presumiblemente ellos creen que conocen y al mismo tiempo ampliar la comprensión en relación a nuevas ideas. Sin embargo, algunos estudiantes para maestro acuden a las tutorías con el formador al ser incapaces de responder a la segunda pregunta de la tarea 2.1. Estos estudiantes para maestro son incapaces de ver los denominadores representados mediante su expresión factorial. "Este no ver" no les permite relacionar el tipo de expresión con coma con la expresión factorial, en consecuencia, no son capaces de establecer o comprender los criterios que permiten realizar la tarea 2.2. Otros estudiantes, optan por aprender de manera algorítmica los criterios y responden adecuadamente a la tarea 2.2. Una forma de diagnosticar si este aprendizaje es sólo algorítmico sin comprender el significado del propio algoritmo es plantear tareas como las siguientes (cuadro 3).

Tarea 3.1

Da al menos siete ejemplos de fracciones que le corresponda una expresión con coma periódica mixta

Tarea 3.2

Indica que expresión con coma le corresponde a la fracción $\frac{7}{14}$

Tarea 3.3

¿Cuál(es) de las fracciones $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, en base seis, tiene una expresión con coma del mismo tipo que las fracciones irreducibles $\frac{a}{20}$, $\frac{b}{17}$ representadas en base diez?

Cuadro 3. Ejemplo de tareas de formación

Para responder a la tarea 3.1 el estudiante suele acudir a ejemplos triviales donde para conseguir los siete ejemplos solo cambia el numerador y el denominador y lo expresa en forma decimal. El hecho de solo cambiar el numerador le lleva, en la mayoría de los casos, a presentar fracciones no irreducibles a las que no les corresponde una expresión con coma periódica mixta. En ningún caso, recurren a ejemplos donde el denominador venga expresado en factores primos. La respuesta mayoritaria dada por los estudiantes a la tarea 3.2. es que a la fracción le corresponde una expresión con coma periódica mixta, al no tener en cuenta que no es una fracción irreducible. Por último, la tarea 3.3. , a aquellos que han aprendido los criterios de manera algorítmica, les resulta difícil establecer una relación entre $10 = 2 \cdot 5$ en base diez y el $10_{(6} = 2 \cdot 3$ en base seis.

3. Diseñando tareas en la formación de maestros. Caracterizando perspectivas

El diseño de tareas en los programas de formación de maestros es una actividad cada vez más explícita en la responsabilidad de los formadores de maestros tanto a nivel internacional como a nivel nacional. En este trabajo hemos querido describir una perspectiva para la toma de decisiones en relación al diseño de tareas en el programa de formación que tiene en cuenta criterios procedentes del aprendizaje situado que subrayan la importancia de la generación del conocimiento necesario para realizar una determinada actividad profesional como es la enseñanza de las matemáticas. Como consecuencia, en la perspectiva descrita aquí nos hemos centrado en la formación de maestros y en relación al aprendizaje del conocimiento de matemáticas necesario para la práctica de enseñar matemáticas. Para ello, hemos partido de considerar cuáles son las tareas profesionales que articulan la práctica de enseñar matemáticas en la educación primaria para identificar tareas que deben ser realizadas por los profesores e intentar caracterizar el conocimiento de matemáticas que sería necesario para realizar esta tarea de manera competente. Utilizando el contexto específico generado por la tarea profesional del maestro de analizar propuestas curriculares y en particular la secuencia de problemas propuestos por los libros de texto para un contenido matemático particular hemos descrito un posible camino para diseñar tareas en el programa de formación dirigidas a crear las oportunidades para que los estudiantes para maestro lleguen a comprender el contenido matemático de manera que les permita llegar a realizar de manera competente esta tarea.

Finalmente nos gustaría indicar que lo que hemos intentado describir aquí es una perspectiva para organizar la manera de pensar sobre el diseño de tareas en el programa de formación que tiene en cuenta la idea de competencia docente como conocimiento en uso para resolver problemas profesionales. Es decir, lo que hemos intentado subrayar es pensar en el conocimiento que necesita un maestro desde la perspectiva de las tareas profesionales que realiza en la práctica de enseñar matemáticas, y derivar desde allí rasgos característicos de las tareas en el programa de formación.

Bibliografía

Blanco, L., Cárdenas, J., Gómez, R. & Caballero, A. (2011). *Aprender a Enseñar Geometría en primaria. Una experiencia en Formación Inicial de Maestros*. Badajoz: Grupo DEPROFE-Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas.

Brophy, J. (ed.) 2004). *Advances in Research on Teaching, vol 10. Using video in Teacher Education*. Amsterdam: Elsevier.

Castro, E. (2001). Números Decimales. En E. Castro (ed.) *Didáctica de la matemática en la educación primaria*. (pp.315-346). Madrid: Síntesis.

Centeno, J. (1988). *Números decimales. ¿Por qué?, ¿para qué?* Madrid: Síntesis.

Contreras, L. C. & Blanco, L. (coord.) (2002). *Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas. Una mirada a la práctica docente*. Cáceres: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura.

Clarke, B., Grevholm, B. & Millman, R. (eds.) (2009). *Tasks in Primary Mathematics Teacher Education. Purpose, Use and Exemplars*. London: Springer.

Escudero, I. & Sánchez, V. (2008). A mathematics Teachers' perspective and its Relationship to Practice. *International Journal of Science and Mathematics Education, 6* (1), 87-106.

Escudero, I. & Sánchez, V. (2007). How do domains of knowledge integrate into mathematics teachers' practice? *Journal of Mathematics Behavior, 26*, 312-327.

Fernández, C. (2011). Análisis de temas en los libros de texto de matemáticas. UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas

Gavilán, J. M., García, M. & Llinares, S. (2007). La modelación de la descomposición genética de una noción matemática. Explicando la práctica del profesor desde el punto de vista del aprendizaje potencial en los estudiantes. *Educación matemática, 19*(2), 5-39.

Godino, J. D. (dirc.) (2004). *Didáctica de la matemática para maestros. Proyecto Edumat-Maestros*. http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/

Laborde, C. (2011). Designing Substantial Tasks to Utilize ICT in Mathematics Lesson. En A. Oldknow y C. Knights (eds.) *Mathematics Education with Digital Technology* (pp.75.83). London: Continuum International PublishingGroup.

Lupiañez, J. L. & Rico, L. (2006). Análisis didáctico y formación inicial de profesores: competencias y capacidades en el aprendizaje de los escolares. En P. Bolea, M. Moreno, y M.J. González (eds.), *Investigación en Educación matemática: Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación matemática* (pp. 225-236). Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses.

Llinares, S. (2000). Comprendiendo la práctica del profesor de matemáticas. En J.P. Ponte, L. Serrazina (eds.) Educaçao Matemática em Portugal, Espanha e Italia. Actas da Escola de Verao 1999 (pp.109-132). Lisboa, Portugal Sección de Educación Matemática Sociedade Portuguesa de ciencias de la Educación/ Sociedad de Educación y Matemática.

Llinares, S. (2009). Competencias docentes del maestro en la docencia en matemáticas y el diseño de programas de formación. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 51*, 92-101.

Llinares, S. & Krainer, K. (2006). Mathematics (Student) Teachers and Teacher Educators as Learners. En A. Gutierrez & P. Boero (eds.). *Handbook of Research on the psychology of Mathematics Education. Past, Present and Future* (pp.429-460). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.

Llinares S. & Olivero, F. (2008). Virtual communities and networks of prospective mathematics Teaches. En K. Krainer y T. Wood (eds.), *Participants in mathematics Teacher Education*, (155-179). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.

Llinares, S., Valls, J. & Roig, A.I. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática, 20*(3), 31-54.

Osana, H., Lacroix, G., Tucker, B. & Desrosieres, Ch. (2006) The role of content knowledge and problem features on preservice teachers' appraisal of elementary mathematics tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9*, 347-380.

Osana, H., Lacroix, G., Tucker, B. & Desrosieres, Ch. (2006) *Implementing Standard-Based Mathematics Instruction. A Casebook for Professional Development*. Reston, VA/New York: NCTM/Teacher College Press.

Penalva, M.C., Escudero, I. & Barba, D. (eds.) (2006). *Conocimiento, entornos de aprendizaje y tutorización para la formación del profesorado de matemáticas. Construyendo comunidades de práctica*. Granada: Proyecto Sur.

Penalva, M.C. & Llinares, S. (2011). Tareas matemáticas en la educación secundaria. En J.M. Goñi (ed.) *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 27-52). Barcelona: Editorial GRAÒ..

Tirosh, D. & Wood, T. (eds.) (2008). *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Volume 2. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education*. Rotterdam/Taipei: Sense Publishers .

Willis, J.W. (ed.) (2009*). Constructivist Instructional Desing (C-ID). Foundations, Models and Examples.* Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc.

Zalavsky, O. & Sullivan, P. (eds.) (2011). *Constructing knowledge for Teaching Secondary Mathematics Tasks to Enhance Prospective and Practicing Teacher learning*. London: Springer

Salvador Llinares, Departamento de Innovación y Formación Didáctica, Universidad de Alicante, España. Coordinador del grupo de investigación "Investigación y formación didáctica" en la Universidad de Alicante. Autor de publicaciones en Educación Matemática sobre el desarrollo del conocimiento matemático y sobre la formación de profesores.