

Un ángulo para salvar las apariencias. El ángulo de fase

Carlos Mederos Martín (Instituto de Enseñanza Secundaria Viera y Clavijo. Tenerife)

Resumen

La humanidad ha mirado al cielo desde la más remota antigüedad, observando en él hechos que, generalmente, se repetían periódicamente, y, en algunas ocasiones, hechos extraordinarios. En cualquier caso, la razón humana siempre ha intentado dar cuenta de estas observaciones por medio de razonamientos que se acomodaran a las "apariencias" (salvar las apariencias). Sin embargo, a lo largo de la Historia encontramos, excepcionalmente, ejemplos de cómo de las explicaciones de ciertos fenómenos observados surgen conocimientos que propiciaron grandes cambios en las concepciones que la humanidad tenía sobre Universo. Un ejemplo de esto es el uso que hace Aristarco de Samos del ángulo de fase de la Luna y Galileo de las fases de Venus.

Palabras clave

Apariencia, salvar las apariencias, ángulo de fase, fases de Venus, Sistema Ptolemaico, Sistema Copernicano, cálculo de distancias astronómicas usando el ángulo de fase.

Abstract

Humanity has looked at the sky from the earliest times, seeing in it doings which, generally, repeated periodically, and sometimes, extraordinary doings. In any case, the human reasoning has always tried to accommodate the "appearances" (save appearances). However, throughout history we find exceptionally examples of how explanations of observed phenomena provide knowledge that led major changes in the ideas that humanity had about the Universe. An example is the use of the phase angle of the Moon made by Aristarchus of Samos and of the phases of Venus by Galileo.

Keywords

Appearance, save appearance, phase angle, phase of Venus, Ptolemaic system, Copernican system, calculation of astronomical distances using phase angle.

1. Introducción

Si consultamos el término *apariencia* en el diccionario de la Real Academia Española (<http://buscon.rae.es>) vemos que la primera acepción que encontramos es "Aspecto o parecer exterior de alguien o algo". Más abajo, al tratar las correspondientes locuciones verbales, encontramos el significado de la frase *salvar las apariencias*; esto es, "idear la explicación de un hecho **observable** sin certidumbre de la **verdad**".

Por una parte, explicar un hecho observable, es decir, un conocimiento adquirido por medio de los sentidos de los que no nos podemos fiar, tal como estableció Platón, para el que sólo se adquiere conocimiento verdadero a través de la razón (las apariencias engañan). Por otra, se trata de una explicación sin pretensiones de ser *verdadera*, o más bien, sin pretensiones de ser coherente con lo que en cada momento se considere *verdad*.

Un ejemplo paradigmático de cómo la Filosofía de la Naturaleza (la Ciencia) salva las apariencias en el sentido descrito anteriormente lo encontramos en el libro de Galileo *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo Ptolemaico y Copernicano*, publicado en 1630, en el que el autor,



después de haber perfeccionado el telescopio, usa las nuevas apariencias encontradas en el cielo, para defender el sistema heliocéntrico de Copérnico, en contra del sistema Aristotélico – Ptolemaico, considerado *verdadero* por la “autoridad competente en la materia”. En particular, nos centraremos en el descubrimiento de las fases de Venus, el cambio de tamaño aparente de este astro y en el hecho de que si queremos salvar estas nuevas apariencias debemos, según Galileo, desalojar a la Tierra del centro del Sistema Solar.

Terminamos esta introducción con una frase extraída de una carta que el cardenal Bellarmino envió en 1615 al carmelita Paolo Foscarini, quien sostenía que las opiniones de Copérnico estaban de acuerdo con los pasajes de las Escrituras que normalmente se alegaban en su contra:

"Primero. Digo que V.^a R.^a y el señor Galileo obran prudentemente al contentarse con hablar hipotéticamente [ex suppositione] y no absolutamente, como siempre he creído que había hablado Copérnico. Pues decir que, supuesto que la Tierra se mueve y que el Sol está quieto, **se salvan mejor todas las apariencias** que con las excéntricas y los epiciclos es expresarse correctísimamente, y no encierra ningún peligro; y al matemático le basta. Pero querer afirmar que el Sol está realmente inmóvil en el centro del mundo... y que la Tierra se halla en la tercera esfera y gira muy rápidamente alrededor del Sol encierra un gran riesgo no sólo de irritar a todos los filósofos y teólogos escolásticos, sino también de dañar nuestra sagrada fe al hacer falsas a las Sagradas Escrituras. V.^a R.^a ha hecho ver que hay muchas formas de exponer la Biblia, pero no las ha aplicado en particular, y, sin duda, habría encontrado enormes dificultades si hubiera intentado explicar todos los pasajes que ha citado...."

En otras palabras, Bellarmino le dice a Galileo “límitate a salvar las apariencias, la *verdad* es cosa nuestra.”

2. Aristarco de Samos y el ángulo de fase

Aparentemente los astros giran en el cielo describiendo círculos centrados en una Tierra inmóvil, por lo que no es extraño que los primeros modelos del Universo que surgieron en la antigüedad reflejaran directamente esta apariencia, y estuviesen constituidos por un conjunto de esferas transparentes centradas en la Tierra a las que se encontraban sujetos los astros. A medida que se observaban nuevas apariencias, se iban añadiendo nuevos elementos geométricos que dieran cuenta de ellas.

Sin embargo, hacia el 260 a.C. Aristarco de Samos escribió un tratado titulado *Sobre los tamaños y las distancias del Sol y la Luna* en el que observa que cuando la Luna está exactamente medio llena (Figura 1) el ángulo Sol-Luna-Tierra, que llamaremos **ángulo de fase**, es recto; es decir, el triángulo Sol-Luna-Tierra es rectángulo. Observó además que el ángulo Sol-Tierra-Luna mide aproximadamente 87° (en realidad mide $89^\circ 50'$), de donde dedujo que en tal triángulo rectángulo la hipotenusa Tierra-Sol debe ser unas 19 veces mayor que el cateto Tierra-Luna; en consecuencia, dado que los tamaños aparentes del Sol y la Luna son aproximadamente iguales, sus tamaños deben estar en la misma razón que las distancias.

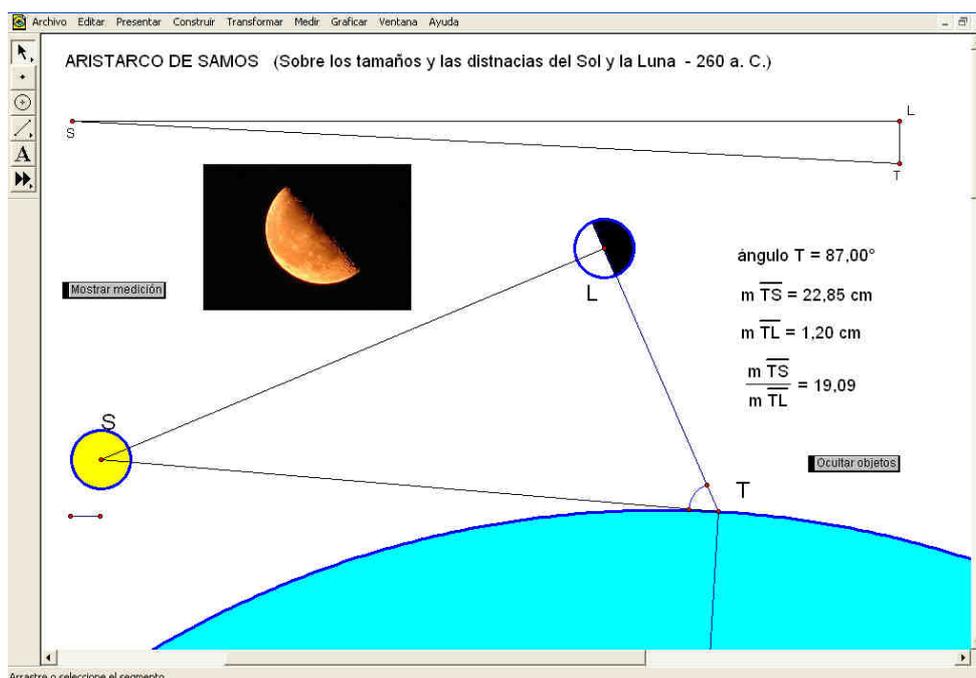


Figura 1

Por otra parte, Aristarco había observado que la anchura del cono de sombra proyectado por la Tierra durante un eclipse de Luna, a la altura que éste es atravesado por la Luna es de unas dos veces el diámetro de la Luna (Figura 2), de manera que de la semejanza de los triángulos señalados en la figura, y usando la relación de distancias mencionada, obtuvo una relación de tamaños entre la Tierra y la Luna. En estas condiciones, Aristarco afirmó que el Sol es mucho más grande que la Tierra, la que, a su vez, es más grande que la Luna, lo que le llevó a proponer el primer sistema astronómico heliocéntrico, anticipándose en más de un milenio y medio a Copérnico.

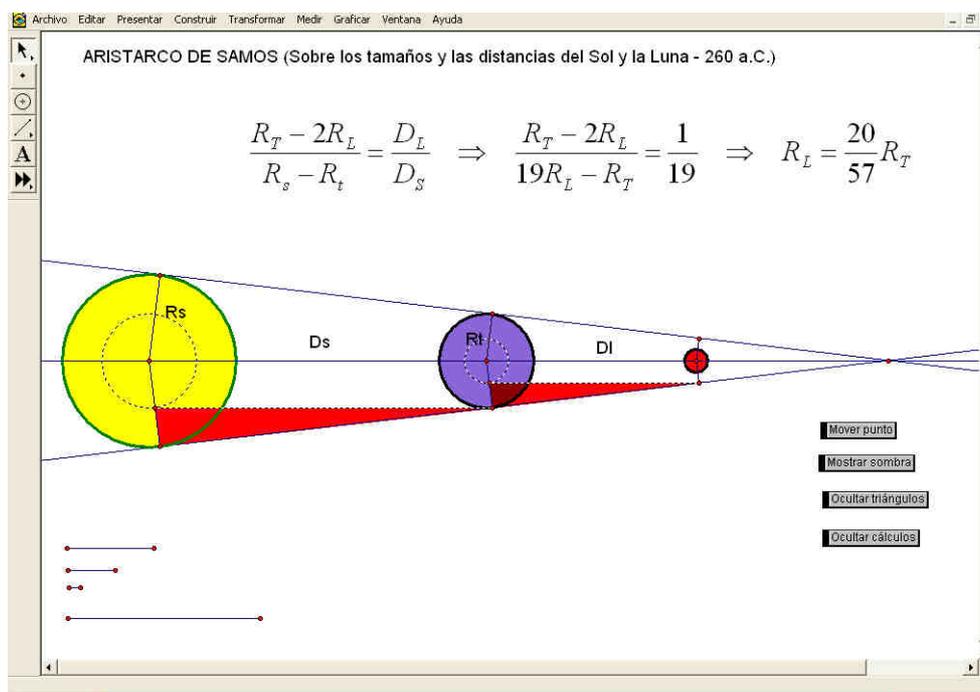


Figura 2



3. Galileo y las fases de venus

Sin embargo, durante muchos siglos imperó el sistema astronómico geocéntrico, del que, todo hay que decirlo, se obtenían calendarios bastante precisos; aunque, en palabras de Copérnico se había "engendrado un monstruo", dada la cantidad de círculos (epiciclos) que se necesitaban para poder explicar las nuevas apariencias observadas, especialmente las trayectorias de los planetas, lo que hizo que el sistema geocéntrico llegara a ser extremadamente complicado. Pero Copérnico estaba convencido de que el Universo, en tanto que obra divina, debía estar regido por leyes matemáticas sencillas, basadas en la proporción, como corresponde a un conocedor de las teorías herméticas, neoplatónicas y pitagóricas, así como de los trabajos de Aristarco. Con estas ideas en la mente, Copérnico se propuso construir un sistema astronómico heliocéntrico, para lo que trabajó durante 25 años, hasta que, al final de su vida, en 1543, publicó su libro *De revolutionibus orbium coelestium*.

Pasaron unos setenta años antes de que la Iglesia Católica condenara el Copernicanismo; pero para entonces Kepler y Galileo ya habían observado el cielo y descubierto nuevas y sorprendentes apariencias. En 1630 Galileo publicó el libro *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolemaico y copernicano* en el que pretende usar las nuevas apariencias para argumentar a favor del Copernicanismo. En la Tercera Jornada de este libro encontramos el siguiente diálogo entre Simplicio (portavoz de la Escolástica) y Salviati (Galileo), en el que éste último pretende, una vez representadas las posiciones de la Tierra y el Sol como puntos en un folio, que Simplicio sitúe el planeta Venus donde le corresponde pero de manera que se satisfagan los hechos observados:

".....

Simplicio: Sea este punto designado por A, el lugar del globo terrestre.

Salviati: Está bien. En segundo lugar, sé que vos sabéis perfectamente que esta Tierra no está dentro del cuerpo solar ni tampoco contigua a éste, sino a una cierta distancia. Por ello, asignad al sol algún otro punto que os plazca, a una distancia de la Tierra que os parezca adecuada, y asignadle también una letra.

Simplicio: Ya está hecho, sea este el lugar del cuerpo solar, designado por O.

Salviati: Ordenados estos dos, quiero que pensemos en acomodar el cuerpo de Venus **de tal modo que su posición y movimiento pueda satisfacer lo que de él nos muestran las apariencias sensibles**. Por ello, evocad lo que, o por las consideraciones anteriores o por vuestras propias observaciones, hayáis entendido que sucede con esa estrella y después asignadle la posición que os parezca que le corresponde.

Simplicio: Suponiendo que sean verdaderas las apariencias descritas por vos, que también he leído en el opúsculo de las conclusiones, es decir que tal estrella no se aleja nunca del Sol más allá de un determinado intervalo de 40 y tantos grados, de modo que nunca llega a estar no ya en oposición con el Sol, sino ni siquiera en la cuadratura ni en el aspecto sextil, que, además, se muestra en un momento casi 40 veces mayor que en otro, es decir grandísima cuando siendo retrógrada va hacia la conjunción vespertina con el Sol, y pequeñísima cuando con movimiento directo va hacia la conjunción matutina; siendo verdad, además, que cuando parece grandísima se muestra con figura corniforme y cuando parece pequeñísima se ve perfectamente redonda; siendo, digo, verdaderas dichas apariencias, no veo que se pueda escapar de afirmar que dicha estrella gira en un círculo alrededor del Sol....."

En resumen, si el Universo fuese geocéntrico (Figura 3) no se podrían presentar las apariencias descritas en el anterior párrafo, En efecto, dado que Venus está siempre separado del Sol un ángulo (con vértice en la Tierra) que nunca es superior a 42° (este ángulo se llama elongación) no se producirían cambios de tamaño muy significativos, y, además, no podríamos verlo nunca totalmente iluminado (fase llena).

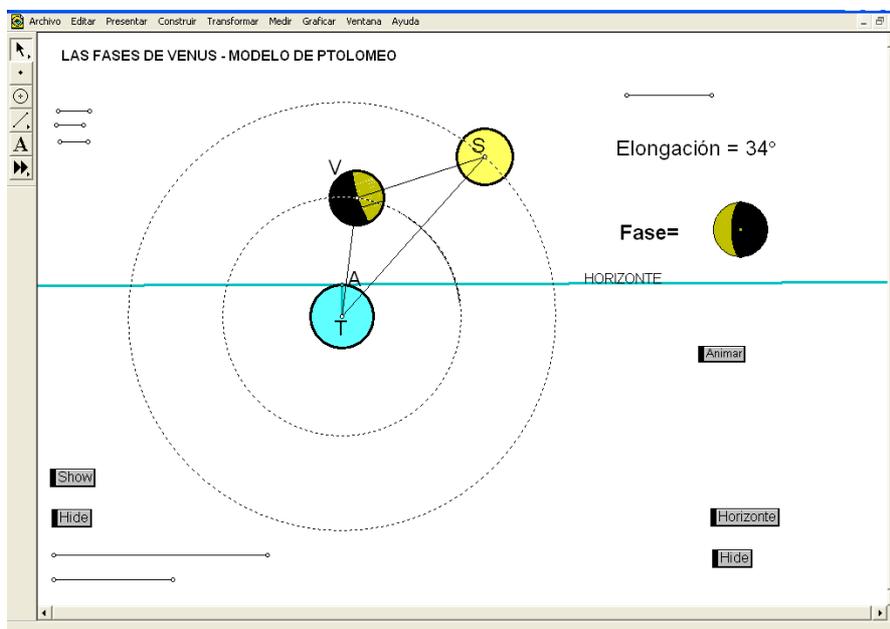


Figura 3

Por el contrario, si adoptamos la posición heliocéntrica, entonces se pueden explicar las apariencias descritas anteriormente. Cuando el Sol está entre la Tierra y Venus (Figura 4) éste se verá pequeño porque está lejos, pero al mismo tiempo estará casi completamente iluminado, por lo que lo veremos con forma redonda.

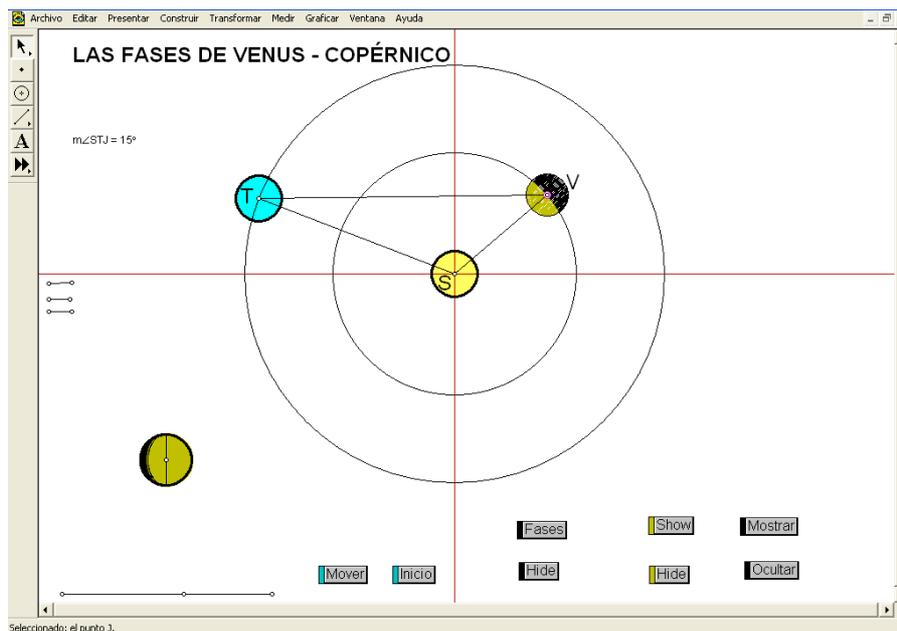


Figura 4



Cuando Venus está entre la Tierra y el Sol (Figura 5) la distancia desde la Tierra a éste será mucho menor, por lo que lo veremos más grande, pero, por otra parte, la fracción iluminada será menor, viéndolo, entonces, con forma cornicular. Además, esta configuración explicaría el hecho de que el ángulo Sol - Tierra - Venus (ángulo de elongación) nunca supere los 42° ; en efecto, al ser la órbita de Venus interior a la de la Tierra, su radio es más pequeño; pudiéndose afirmar que el ángulo bajo el que se ve el radio de la órbita de Venus desde cualquier punto de la órbita de la Tierra alcanzará un máximo, que es, precisamente, 42° .

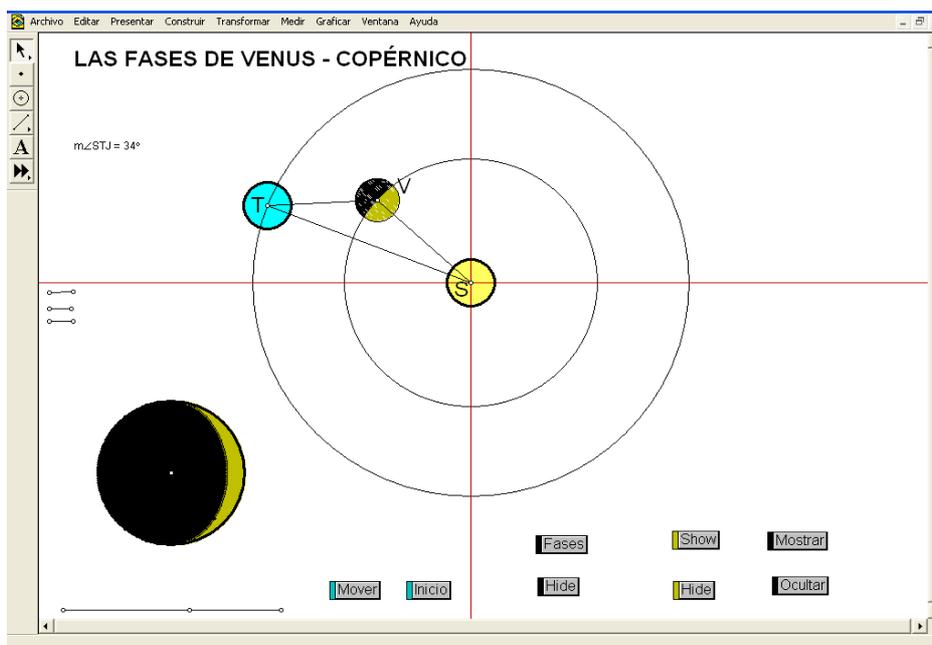


Figura 5

Terminamos esta parte con una disquisición de tipo lógico. De lo anterior se desprende que Galileo usa un razonamiento parecido al siguiente: Si el Universo es Heliocéntrico entonces Venus cambia de forma y tamaño. Venus cambia de forma y tamaño. Luego, el Universo es heliocéntrico. Este razonamiento es claramente falaz, de hecho, se podría usar para "demostrar" que el Universo sigue el modelo de Tycho Brahe, que es una solución intermedia entre Ptolomeo y Copérnico, en el que los planetas giran alrededor del Sol y éste alrededor de la Tierra que es el centro fijo del Universo. Con esta configuración Venus también presentaría fases y cambiaría de tamaño. ¿No sabía lógica Galileo? ¿O es que sólo estaba preocupado de salvar las apariencias, es decir, idear una explicación sin certidumbre de la verdad, como dijimos al principio?

4. Cálculo del ángulo de fase

Terminaremos exponiendo cómo se puede calcular el ángulo de fase de un astro; es decir, el ángulo Sol - astro - Tierra (con vértice en el astro), a partir de su apariencia reflejada en una fotografía. Usaremos una fotografía de la Luna, por ser mucho más fácil de obtener que la de un planeta.

Tal como observó Aristarco, cuando vemos media luna iluminada el ángulo de fase es de 90° . Pero, ¿cuál será en ángulo de fase correspondiente a otra fracción de Luna iluminada? Tomamos una foto de la Luna (Figura 6) en la que hemos marcado la circunferencia, el centro y un diámetro perpendicular a la cuerda que une los dos extremos (cuernos) de la parte iluminada. Medimos la longitud del diámetro (d) y la longitud del segmento de diámetro que corresponde a la parte iluminada (i).

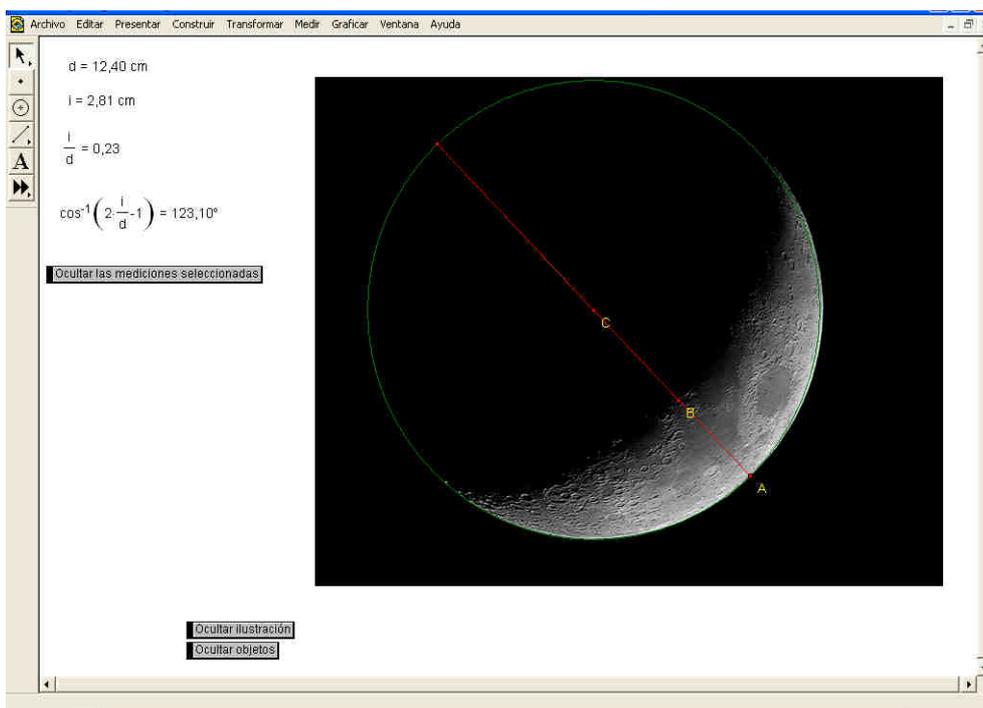


Figura 6

Con estos dos datos podemos obtener, mediante un sencillo cálculo trigonométrico (Figura 7) el ángulo de fase correspondiente (a):

$$a = \cos^{-1}\left(\frac{2i}{d} - 1\right)$$

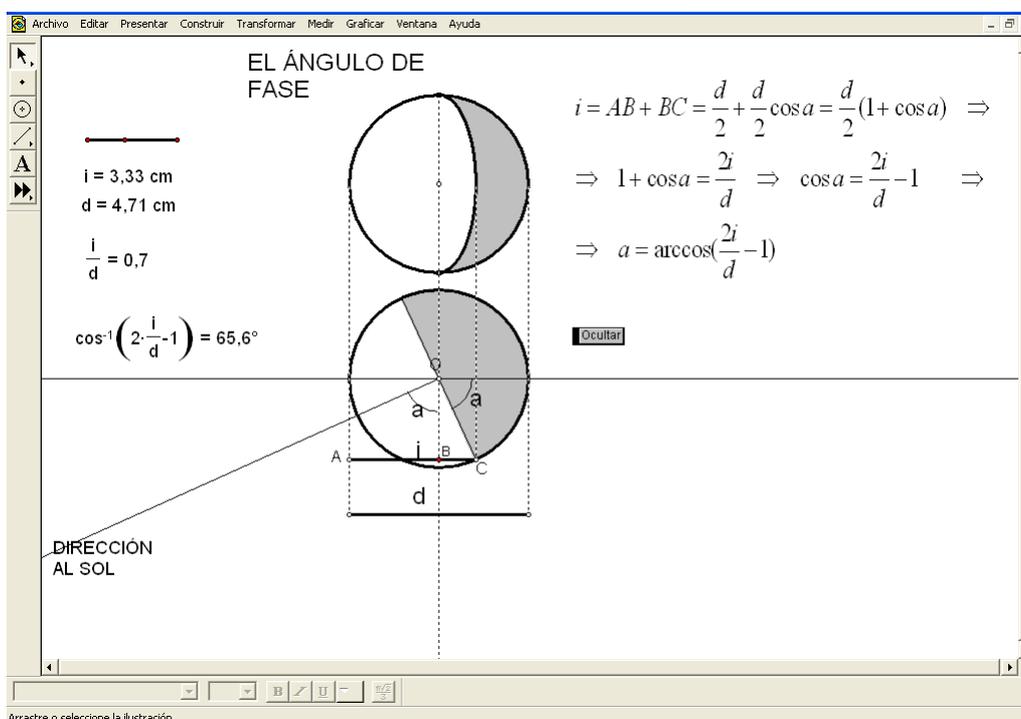


Figura 7



Un ángulo para salvar las apariencias. El ángulo de fase

C. Mederos Martín

Conocido el ángulo de fase de Venus y el ángulo de elongación, que podemos medir desde la Tierra, podemos resolver el triángulo Venus - Sol - Tierra, tomando como unidad la distancia Tierra - Sol (1 Unidad Astronómica) (Figura 8), obteniéndose una relación entre las distancias Tierra - Venus (L) y Sol - Venus (R, radio de la órbita).

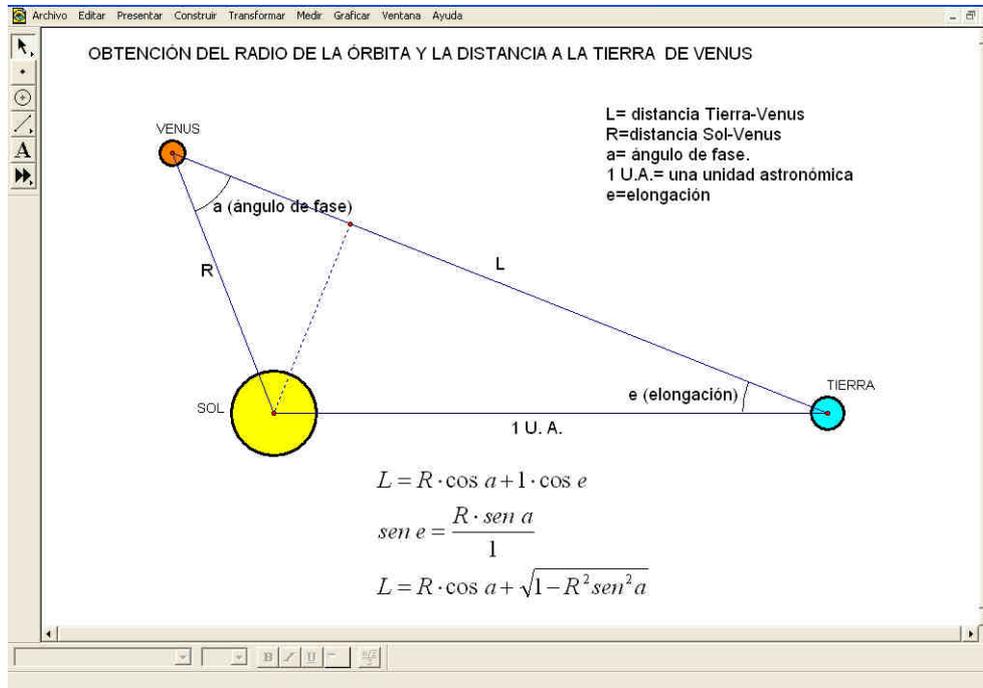


Figura 8

Si tomamos dos fotografías, en dos posiciones distintas de Venus, podemos medir sus diámetros aparentes, d_1 y d_2 , y calcular sus ángulos de fase, α_1 y α_2 . Entonces las distancias L_1 y L_2 estarán entre sí como sus diámetros aparentes:

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{R \cdot \cos \alpha_1 + \sqrt{1 - R^2 \text{sen}^2 \alpha_1}}{R \cdot \cos \alpha_2 + \sqrt{1 - R^2 \text{sen}^2 \alpha_2}}$$

de donde podremos obtener R, que es el diámetro de la órbita de Venus.

Bibliografía

- Galilei, Galileo (1994). *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolemaico y copernicano*. Alianza Editorial (Edición Antonio Beltrán): Madrid.
- Boyer, Carl B (1986). *Historia de la Matemática*. Alianza Universidad Textos: Madrid.
- Broman, L., Estalella, R., Ros, R. M. (1988). *Experimentos de astronomía*. Biblioteca de Recursos Didácticos Alhambra: Madrid.
- Para la generación de las imágenes se ha usado el programa de geometría dinámica *Geometer's Sketchpad*® de Key Curriculum Press.

Carlos Mederos Martín nació en Breña Alta (La Palma) en octubre de 1956. Se licenció en Matemáticas en la Universidad de la Laguna en 1979. Desde 1980 ha sido profesor de Matemáticas de Secundaria. Actualmente ejerce como tal en el Instituto de Enseñanza Secundaria *Viera y Clavijo* de La Laguna.