

Juegos de cálculo y lógica. + sobre los Tetrahexos

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático¹)

Resumen

Juegos de tablero comerciales que sirven para la práctica del cálculo y de otros conceptos matemáticos: Ritmomaquia, Monopoly, Acquire, Mathable; y también juegos diseñados para este cometido, como son Fractions, Arithmefun, Triggery, Calcaptum, $1 + 2 = 3$. Se describen brevemente y se comentan sus aplicaciones y posibles beneficios en la capacidad de calcular de los alumnos de distintos niveles educativos.

Palabras clave

Juegos de tablero; Juegos didácticos; Juegos de cálculo, Ritmomaquia, Monopoly, Acquire, Mathable, Fractions, Arithmefun, Triggery, Calcaptum, $1 + 2 = 3$. Aplicaciones didácticas de Juegos de tablero.

Abstract

Commercial board games used to practice the calculation and other mathematical concepts: Rythmomachia, Monopoly, Acquire, Mathable, and games designed for this purpose, such as Fractions, Arithmefun, Triggery, Calcaptum, $1 + 2 = 3$. We briefly describe and discuss its applications and potential benefits in the ability to calculate the students of different educational levels.

Keywords

Board Games, Educational Games, Games calculation Ritmomaquia, Monopoly, Acquire, Mathable, Fractions, Arithmefun, Triggery, Calcaptum, $1 + 2 = 3$. Educational applications of board games.

Juegos de cálculo y lógica

Hoy escribimos acerca de juegos de tablero donde el uso del cálculo es significativo en un intento de darlos a conocer a quienes no tienen noticia de ellos, y exponiendo alguna utilización didáctica de los mismos. Se trata de una recopilación de algunos de estos juegos y de lo publicado sobre ellos, con el objetivo de que sirva de fuente inspiradora para la actividad docente. En otra ocasión dedicaremos el artículo a juegos en los que la lógica, la estrategia, sea preferente.

No tratamos juegos de cálculo, ni de cartas ni de dados. Tampoco dominós o puzzles. Ni hacemos un estudio de la matemática que hay en los juegos de mesa o de tablero, para ello ya están autores como Berlekamp, Conway, Guy, Beasley y demás. Nos referimos a un grupo de juegos tan populares como el Monopoly o el Scrabble (Intellect en su versión española), el Backgamon; y también a otros menos populares como son el Mathable, Ritmomaquia o el Acquire. También indicaremos en un segundo grupo, algunos juegos de cálculo que se han comercializado como juegos de tablero, tales como Arithmefun o Calcaptun y que pueden utilizar piezas a adosar, fichas, dados o tableros especiales.

¹ El Club Matemático está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com



El primer grupo, incluyendo muchos más títulos, tienen un contenido didáctico no planteado como objetivo del juego. El segundo grupo sí tiene el fin de que los niños practiquen el cálculo de una forma amena y lúdica.

Mathable

Es un juego claramente basado en el Scrabble, pero en vez de ser de palabras cruzadas lo es de cifras y operaciones cruzadas.

Cada jugador dispone inicialmente de siete fichas con valores desde 0 hasta 90, cuyo número y distribución se refleja en la tabla 1:

Para 2 a 4 jugadores, consta de un tablero como el de la figura 1, de 14 x 14 casillas de cinco colores y categorías diferentes:

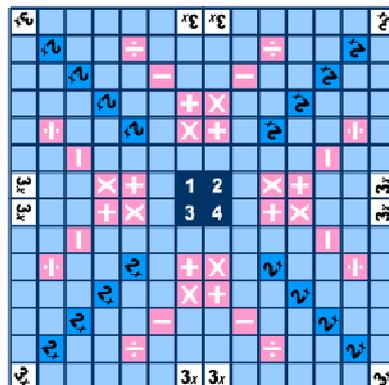


Figura 1

- **Azul oscuro**, son las cuatro casillas centrales con las que se inicia el juego.
- **Azul medio**, casillas que multiplican por dos el valor de la ficha que se coloque en ellas.
- **Azul claro**, casillas normales (neutras), donde colocar las fichas.
- **Blancas**, que multiplican por tres el valor de la ficha que se coloque en ellas.
- **Rosadas**, que obligan a realizar una operación concreta para obtener el valor de la ficha a colocar.

1 → 0	7 → 9	1 → 18	1 → 32	1 → 54
7 → 1	7 → 10	1 → 19	1 → 35	1 → 56
7 → 2	1 → 11	1 → 20	1 → 36	1 → 60
7 → 3	1 → 12	1 → 21	1 → 40	1 → 63
7 → 4	1 → 13	1 → 24	1 → 42	1 → 64
7 → 5	1 → 14	1 → 25	1 → 45	1 → 70
7 → 6	1 → 15	1 → 27	1 → 48	1 → 72
7 → 7	1 → 16	1 → 28	1 → 49	1 → 80
7 → 8	1 → 17	1 → 30	1 → 50	1 → 81
				1 → 90

Tabla 1

Para iniciar el juego, una vez mezcladas las fichas, cada jugador coge 7 fichas que coloca en su atril, situado ante sí. Sorteado quien empieza, este colocará la primera ficha, jugando luego los demás, por turno, en el sentido de las agujas del reloj. El resto de fichas constituye el “montón”.

La primera jugada de cada jugador se ha de realizar en una de las 8 casillas que rodean ortogonalmente a las cuatro de inicio.



Figura 3



Figura 2

Para colocar una ficha correctamente, esta debe ser el resultado de una operación (suma, resta, multiplicación o división) de dos fichas adyacentes en línea vertical u horizontal, en cualquiera de los sentidos (excepto la primera, que debe ser resultado de dos de los cuatro valores iniciales **Azul oscuro**).

Después de jugar en una casilla de restricción, se puede tomar una nueva ficha del montón.

La motivación de sumar puntos hace que los jugadores valoren las posibles operaciones a realizar poniendo en juego las fichas que poseen y las del tablero, lo que supone el realizar un análisis de posibilidades, realizar cálculos mentales, planificar una estrategia adecuada y, por supuesto, estar atento, concentrado.

Ritmomaquia

El juego de la ritmomaquia o aritmomaquia puede ser un juego muy matemático. Según algunos manuscritos italianos, el juego de la ritmomaquia surgió en la Edad Media para entretener a los monjes en Bizancio y Europa, siendo popular en los siglos XVII y XVIII. Se le llama también "el juego de los filósofos". Fue objeto de descripción y estudio por el matemático y mitógrafo Juan Pérez de Moya (1513-1597) y por Fray Martín Sarmiento (1695-1772).

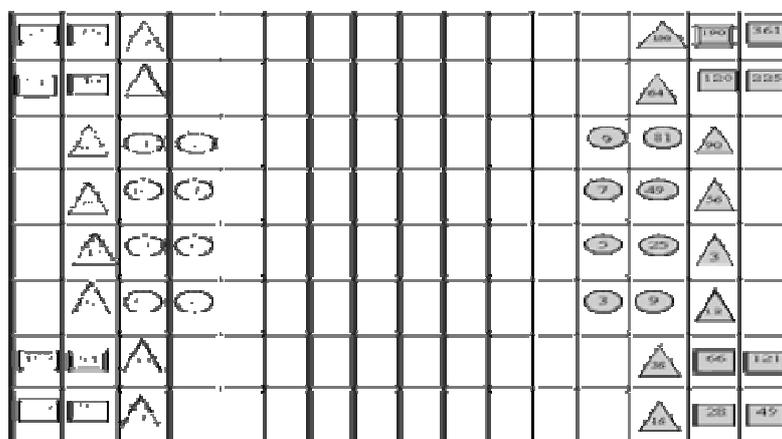


Figura 4 – Tablero de Ritmomaquia

Reglas

El juego de la ritmomaquia se compone de un tablero de 8 cuadrados de ancho por 16 cuadrados de largo, y dos grupos de piezas: las piezas blancas o pares y las piezas negras o impares. Cada uno de los grupos tiene círculos, triángulos, cuadrados y pirámides. Cada pieza tiene un número conocido como su valor numérico. La pirámide puede ser diferente, dependiendo de la versión del juego:

- Piezas apiladas.
- Un hexaedro con sus caras adecuadamente pintadas con valor numérico y tipo de pieza.

En estos cuadros vemos una de las maneras en las que pueden generarse las piezas a partir de las primeras del grupo. Hay sucesiones de cuatro números que son progresiones aritméticas o geométricas, o armónicas. Puede plantearse el buscar la fórmula general para las sucesiones que aparecen: $(2n + 1)^2$, $n^2 + n$, etc.



fichas redondas multiplex	2	4	6	8
	$2*2=4$	$4 * 4 = 16$	$6 * 6 = 36$	$8 * 8 = 64$
fichas triangulares superparticularis	$(1+1/2)4=6$	$(1+1/4) 4 = 20$	$(1+1/6) 36 = 42$	$(1+1/8) 64 = 72$
	$(1+1/2)6=9$	$(1+1/4) 20 = 25$	$(1+1/6) 42 = 49$	$(1+1/8) 72 = 81$
fichas cuadradas superpartiens	$(1+2/3) 9 = 15$	$(1+4/5) 25 = 45$	$(1+6/7) 49 = 91$	$(1+8/9)81 =153$
	$(1+2/3) 15 = 25$	$(1+4/5) 45 = 81$	$(1+6/7) 91 = 169$	$(1+8/9) 153 =289$
fichas redondas multiplex	2	4	6	8
	$2*2=4$	$4 * 4 = 16$	$6 * 6 = 36$	$8 * 8 = 64$
fichas triangulares particularis	$(1+1/2)4=6$	$(1+1/4) 4 = 20$	$(1+1/6) 36 = 42$	$(1+1/8) 64 = 72$
	$(1+1/2)6=9$	$(1+1/4) 20 = 25$	$(1+1/6) 42 = 49$	$(1+1/8) 72 = 81$
fichas cuadradas superpartiens	$(1+2/3) 9 = 15$	$(1+4/5) 25 = 45$	$(1+6/7) 49 = 91$	$(1+8/9)81 =153$
	$(1+2/3) 15 = 25$	$(1+4/5) 45 = 81$	$(1+6/7) 91 = 169$	$(1+8/9) 153 =289$

Tabla 2

Las piezas blancas se componen de ocho círculos (con los números 2, 4, 6, 8, 4, 16, 36, 64), ocho triángulos (con los números 6, 20, 42, 72, 9, 25, 49, 81), siete cuadrados (con los números 15, 45, 153, 25, 81, 169, 289) y una pirámide de seis caras, cuyos números suman 91 y está compuesta por dos círculos (con 25, 36), dos triángulos (con 1, 4) y dos cuadrados (con 16, 19).



Figura 5
Tablero fabricado por Buxaina



Figura 6 - Fichas de Ritmomaquia

Las piezas negras se componen de ocho círculos (con los números 3, 5, 7, 9, 9, 25, 49, 81), ocho triángulos (con los números 16, 36, 64, 100, 12, 30, 56, 90), siete cuadrados (con los números 28, 66, 120, 49, 121, 225, 361) y una pirámide de cinco caras, cuyos números suman 190 y está compuesta por un círculo (con 16), dos triángulos (con 25, 36) y dos cuadrados (con 49, 64). Aquí tenemos un cuadro con las piezas y sus valores.

fichas redondas multiplex	2 duo	4 quattuor	6 sex	8 octo
	4 duplus de 2	16 quadruplusde4	36 sextuplus de 6	64 octuplus de8
fichas triangulares super-particularis	6 de4 sesquialter	20 de 16 sesquiquartus	42 de 36 sesquisextus	72 de 64 sesquiocta
	9 de 6 sesquialter	25 de 20 sesquiquartus	49 de 42 sesquisextus	81 de 72 sesquioct
fichas cuadradas super-partiens	15 de 9 superbi-partientes	45 de 25 superquadri-partientes	91 de49 supersesqui-partientes	153 de 81 superocti-partientes
	25 de 15 superbi-partientes	81 de 45 superquadri-partientes	169 de 91 supersesqui-partientes	289 de 153 superocti-partientes
fichas redondas multiplex	3 tres	5 quinque	7 septem	9 novem
	9 triplus de 3	25 quincuplus deS	49 septuplus de 7	81 nonuplusde9
fichas triangulares super-particularis	12 de 9 sesquitercius	30 de 25 sesquiquintus	56 de 49 sesquiseptimus	90 de 81 sesquinonis
	16 de 12 sesquitercius	36 de 30 sesquiquintus	64 de 56 sesquiseptimus	100 de 90 sesquinonis
fichas cuadradas super-partiens	28 de 16 supertri-partientes	66 de 36 superquinti-partientes	120 de 64 superseptimi-partientes	190 de 100 supernoni-partientes
	49 de 28 supertri-partientes	121 de 66 superquinti-partientes	225 de 120 superseptimi-partientes	361 del 90 supernoni-partientes

Tabla 3

Los valores de cada juego de piezas pueden ser relacionados de diferentes maneras tal y como ejemplificamos en el cuadro 1, lo que puede constituir un objetivo a investigar en el aula.

Las reglas de captura son complejas, existiendo distintos niveles de juego. En general, para capturar una pieza es necesario que la pieza atacante mantenga una relación matemática con la capturada. Esta relación puede ser mediante una operación aritmética, constituyendo junto con terceras



piezas una progresión, que fueran vértices de una figura geométrica, etc.

En España, la empresa Buxaina de A Coruña, vende tableros de Ritmomaquia y las reglas completas pueden encontrarse en la bibliografía reseñada y en la WEB, siendo una de las páginas más completas la <http://jducoeur.org/game-hist/mebben.ryth.html>, con abundantes enlaces.

Monopoly

El aprovechamiento que desde el punto de vista de las matemáticas se puede hacer jugando al Monopoly se puede enfocar desde distintas perspectivas. Es un juego que antes de los 10 años se hace difícil de jugar entendiendo algo de sus objetivos y tácticas, pero que a partir de esa edad nos permite contemplar cuestiones tales como la medida, la combinatoria, el cálculo, porcentajes, ganancia y pérdida, etc.

Así, ellos pueden darse cuenta de cosas tan elementales como que sacando más de 10 puntos pueden ir al lado contrario del tablero, o que pueden descomponer una cantidad en dos sumandos: uno les lleva hasta la esquina y luego el otro para contar en el siguiente lado del tablero. Pero también, después de varias partidas, de que los grupos de color naranja o azul claro son los que conviene coger al principio del juego, y esto, aunque solo lo intuyan, es que están escogiendo las casillas donde la probabilidad de caer, saliendo de la casilla inicial, es mayor.

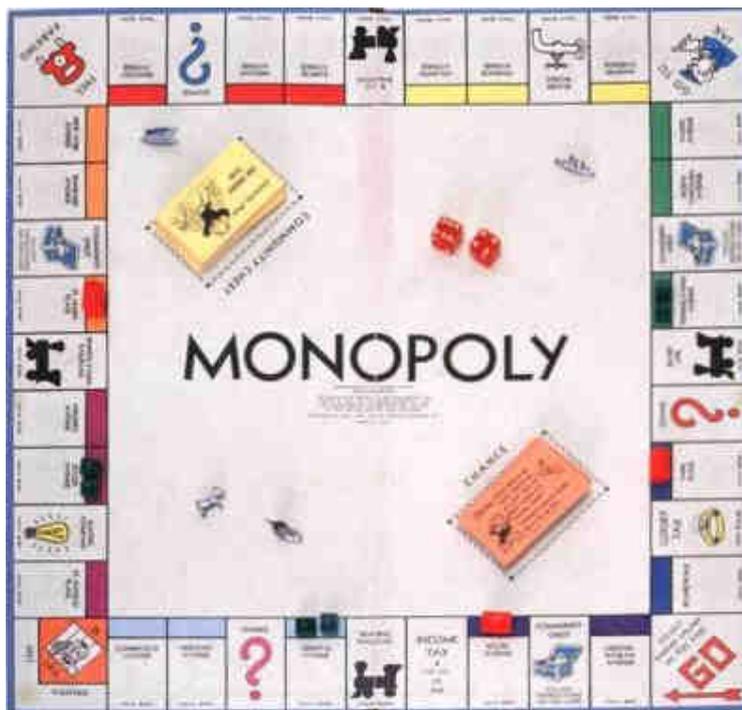


Figura 7

También acabarán conociendo que las estaciones no son muy rentables, por ejemplo, y conviene hipotecarlas si necesitamos dinero o para emplearlo en comprar otras propiedades de mayor rentabilidad.

Se puede jugar modificando las reglas para que el juego sea más corto, fijando el tiempo de juego y declarando ganador al más rico en ese momento, considerando el dinero que tenga, las propiedades y su valor, edificios construidos, hipotecados a mitad de precio, hoteles a cinco veces el precio de una casa, etc. De esta manera hay operaciones y cálculos que hacer y revisar para proclamar al ganador. Otras versiones incluyen reglas especiales como la de no poder cobrar ni ejercer ningún derecho mientras están en la cárcel o tirar tres dados y coger las dos puntuaciones que más les interese en cada momento, lo que cambia alguna de las estrategias del juego normal.

Acquire

Juego de objetivo semejante al anterior, y aunque es un juego de inversión en hoteles, se trata de conocer el mercado de valores y la creación de empresas, más que el mundo de los bienes inmobiliarios. Tal y como se define en su propaganda:

“El objeto principal de ACQUIRE es ser el jugador con más dinero al final del juego. Esto se hace formando cadenas de hoteles y obteniendo acciones gratis, comprando la acción correcta astutamente en el momento correcto, fusionando las cadenas para obtener capital y agregando hoteles a las cadenas que le interese para aumentar su valor.”



Figura 9

Está considerado como uno de los mejores juegos del diseñador Sid Sackson. Desde 1962 está en el mercado y de él se han hecho, como del Monopoly, muchas versiones.

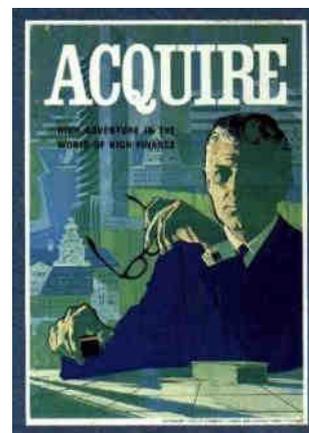


Figura 8

Fractions

Definido como un juego para aprender sobre fracciones y decimales, está compuesto por una serie de hexágonos divididos en triángulos en los que aparecen cuatro tipos de elementos:



Figura 10

fracciones (amarillos), decimales (verdes), con el número 3 (en verde y en amarillo). Luego de repartir las piezas y colocar la primera sobre la mesa, los hexágonos deben adosarse lado con lado, de tal manera que se asocie una figura a un valor decimal o fraccionario. El primer nivel de juego corresponde a fracciones y se juega solo con cartas amarillas.

Un segundo nivel es con decimales y se jugaría añadiendo las cartas verdes. El nivel más avanzado se juega solo con las cartas verdes y se trata de hacer coincidir decimales con fracciones, sin figuras.

El sistema de puntuación y las reglas de juego son bastante sencillas y permiten realizar unas partidas que favorecen, además del conocimiento de las fracciones y decimales y sus equivalencias, la concentración y la observación.

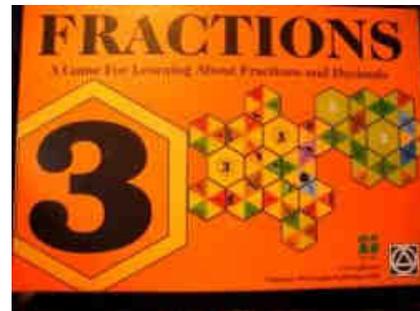


Figura 11

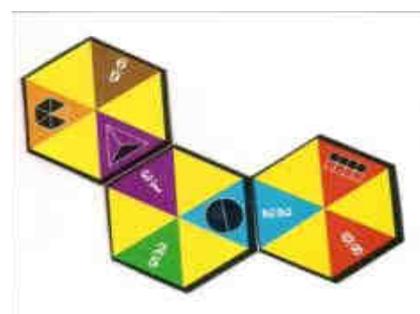


Figura 12



Contiene:

- 26 tarjetas hexagonales amarillas de fracción
- 26 tarjetas verdes decimal
- 4 tarjetas amarillas con el número 3
- 4 tarjetas de residencia con el número 3

Es otra versión del conocido “dominó de fracciones”.

Arithmefun

Pueden jugar 6 jugadores y ayuda al aprendizaje elemental de la suma, la resta y la multiplicación. Hay 6 tableros y 54 cartas; con ejercicios los primeros y números las segundas, que se ilustran con cuadrados coloreados y con dedos, indicando las mismas cantidades expresadas con cifras en cada carta. Es pues un juego para los primeros niveles de la enseñanza, que con sus colores vivos y sencillas reglas, puede ayudar a que los alumnos se familiaricen y practiquen las operaciones aritméticas.



Figura 13

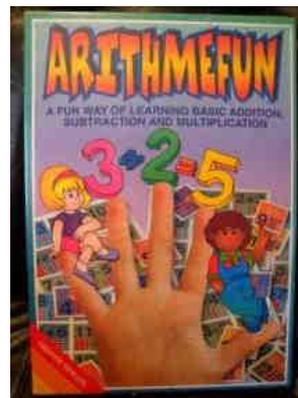


Figura 14

Estos dos juegos de tablero son de Creative Toys LTD.

Triggery

Este juego diseñado por André François en 1989, puede ser jugado por hasta cuatro jugadores, admitiendo también el juego en solitario.

Materiales (la mitad amarillos y la mitad azules):

- 2 tableros de 6x6 casillas.
- 88 fichas
- 2 dados
- 2 bolsas



Figura 15

El juego comienza extrayendo fichas de las bolsas sin mirarlas, y colocándolas en su tablero de izquierda a derecha y de arriba abajo. Las fichas sobrantes se guardan en las mismas bolsas.

Cada jugador tira los dados para el otro jugador –o equipo- que juega dando la vuelta a las fichas de su tablero o dejando pasar el turno si no puede girarlas. Las fichas que se voltean deben dar una suma igual o más pequeña que el resultado de los dados.

Los dobles y las fichas con estrella siguen reglas particulares. Hay premios y castigos para los errores o jugadas especiales. Para jugar en solitario se sugiere el registrar los resultados y comprobar

el progreso en las sucesivas partidas.

Como en otros juegos, la combinatoria, el cálculo elemental, la concentración y la observación, son elementos que entran en juego por lo que es aprovechable desde un punto de vista didáctico. Pese a que se indica para mayores de 8 años, alumnos de menor edad pueden jugar entre ellos supervisados por un adulto para evitar que repitan errores. Como dice en su caja: “Para jugar al Triggery, gasta con saber contar hasta 24,... para ganar, hay que estar atento, reflexionar... y ser perspicaz.

La versión que poseemos está editada por Lemada Light Industries, de Tel Aviv.

Calcaptun

Este juego, para dos participantes, de tablero lleno de casillas con indicaciones, consta además, de cuatro dados, 10 peones de cada color, 4 peones-bono y 10 cubos por color.



Figura 16

Elegido quién empieza, se lanzan los cuatro dados y su total se descompone en los sumandos que nos convengan de tal modo que ocupemos las casillas numeradas con esos sumandos, colocando peones. Cuando podemos sumar 24 con los números que hemos marcado con los peones, se retiran estos a su sitio inicial y se coloca uno de los cubos. Cuando se repiten los valores de los dados en uno de los lanzamientos tres o cuatro veces, podemos colocar uno de los peones-bono, que supondrán otras puntuaciones o jugadas extras.



Figura 17

La estrategia a seguir implica el cálculo mental y la descomposición de números en sumandos, así como la observación y el cuidado en la elección de esos números y su combinatoria.

Gana quien coloca antes sus 10 cubos en el centro del tablero.

Juego editado por John Kingdon en 1992.

1 + 2 = 3

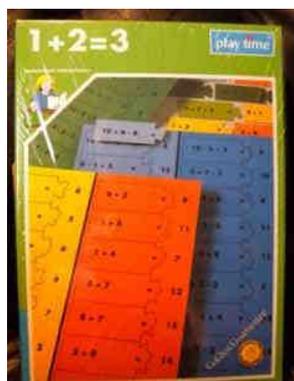


Figura 18

El juego es muy económico y está publicado por Play Time, de Rotterdam. Cuatro tableros de colores en los que al principio aparecen troqueladas unas etiquetas con sumas indicadas de dos números que han de separarse mezclarse boca abajo en la mesa. Luego se toma una, se gira, y se dice el resultado en voz alta, engarzándola en su lugar si la suma es correcta y puntuando por ello el jugador.

Se trata pues, de un juego sencillo para practicar la suma con números pequeños, con el atractivo de ir reconstruyendo los tableros y poder comprobar que si intentan colocar la etiqueta en un lugar equivocado, ésta no encaja.



Más sobre los tetrahexos

En el artículo anterior presentamos a nuestros lectores un puzle similar a los pentominós en su estructura, pero partiendo de 4 hexágonos y no de 5 cuadrados. Hay siete posibles que por su forma se han dado en denominar con los nombres: barra, oruga, onda, arco, hélice, abeja y pistola.

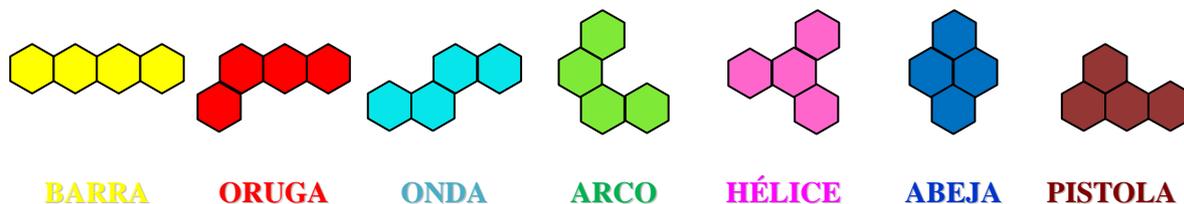


Figura 19

Propusimos algunas construcciones como ejercicio. Esperamos que hayan fabricado o adquirido un juego de tetrahexos y se hayan entretenido en resolverlos.

Estas son algunas soluciones:

1ª propuesta: Construir un paralelogramo de 4 x 7



Figura 20

Como ven, se trata de un romboide con las características indicadas.

2ª propuesta: Construir las siguientes figuras:

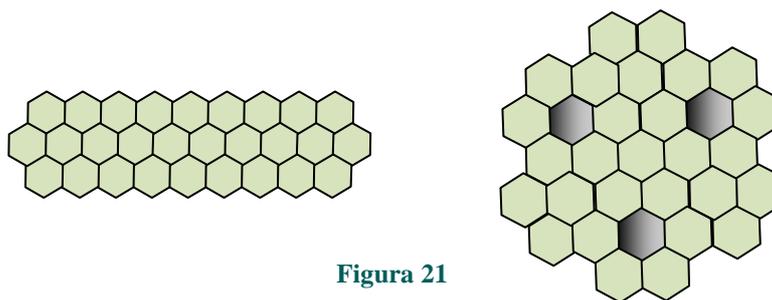


Figura 21

Damos la solución del primero. ¿Quieren seguir intentando el segundo?



Figura 22

3ª propuesta: 28 es un número triangular, pues $28=1+2+3+4+5+6+7$. Construir el triángulo de la figura:

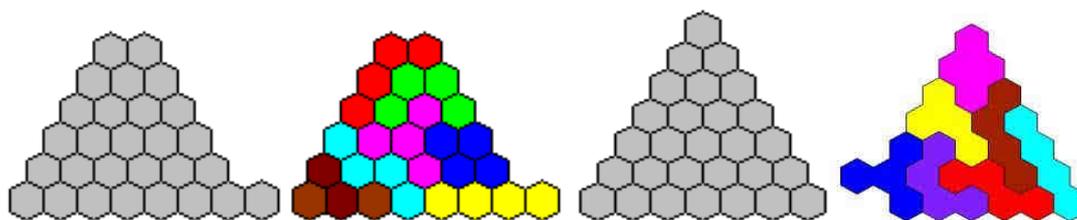


Figura 23

Se trata de un problema imposible. Las arriba presentadas son las mejores aproximaciones.

Pero si se trata de utilizar sólo algunas piezas (convenientemente repetidas) sí hay solución.

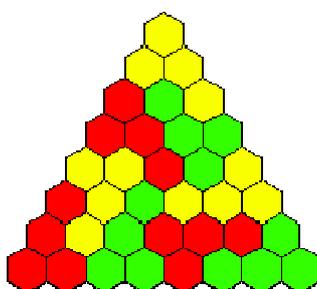


Figura 24

4ª propuesta: Construir las siguientes figuras, utilizando menos de siete piezas:

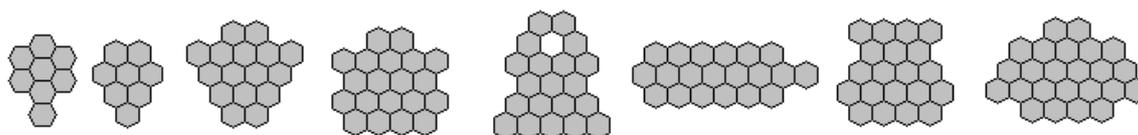


Figura 25

Vemos a continuación la respuesta de cada una, con indicación de las piezas utilizadas y su identificación por el color.

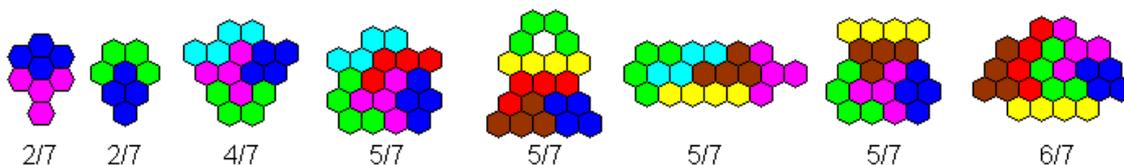


Figura 26

5ª propuesta: Construir las siguientes figuras, utilizando siempre las siete piezas:



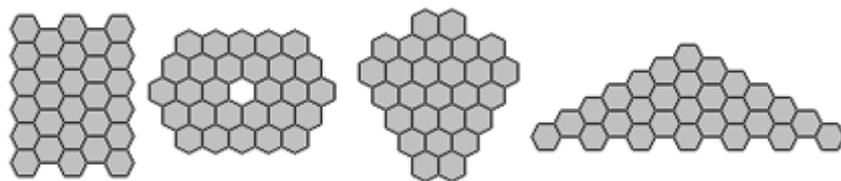


Figura 27

Las respuestas a las dos primeras figuras se presentan abajo. Quedan pendientes las otras dos.

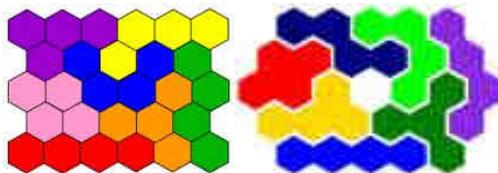


Figura 28

Las dos finales quedan aquí resueltas también.

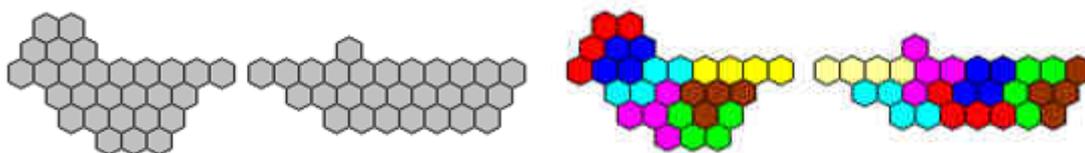


Figura 29

Todas estas figuras y sus soluciones se encuentran fácilmente en la red. Ya dimos algunas direcciones que trataban el tema. Pero se pueden encontrar muchas más. Ahora bien, lo interesante es buscarlas uno mismo. O los alumnos... que en muchas ocasiones son mejores que nosotros en este tipo de búsqueda. En las visitas a los Centros Educativos que hace el Komando Matemático de la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas, siempre encontramos alumnos de todas las edades que encuentran alguna de las soluciones que aquí presentamos.

Bibliografía

Bell, R. y Cornelius, M. (1990); *Juegos con tableros y con fichas*. Barcelona. Ed. Labor S.A.
Brandreth, G (1992); *The Winners Guide to Games*. Enfield (Great Britain). Guinness Publishing Ltd.
Gardner, M. (1972); *Nuevos Pasatiempos matemáticos*. Madrid. Alianza Editorial

Y esto es todo por el momento. Habrá comentarios, soluciones y ampliación de los contenidos de este artículo. Esperamos de ustedes, queridos lectores, el haber despertado su curiosidad y que se interesen por los juegos que presentamos, los usen y nos envíen sus propuestas y comentarios. O, si conocen otros de corte similar, nos escriban presentándolos al resto de los seguidores de esta sección.

Hasta el próximo



pues. Un saludo.

Club Matemático