NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 81, noviembre de 2012, páginas 77-90

Educación Primaria: Problemas, Estrategias y Competencias (Problemas Comentados XXXII)

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático[1])

Resumen Presentamos las soluciones a los ejercicios propuestos en anterior artículo, con comentarios didácticos para su utilización en el aula, en los niveles de primaria, con opciones de manipulación y modelizaciones, y vuelven a proponerse problemas provenientes del Rally Matemático Transalpino, cuyas soluciones, con las aportaciones que puedan hacer los lectores, se expondrán en un próximo artículo.

Palabras clave Problemas para Primaria; resolución mediante manipulación, cálculo elemental, modelizaciones o álgebra. Propuestas de uso didáctico de los ejercicios resueltos.

Abstract We present solutions to the exercises in previous article, with instructional feedback for use in the classroom, at primary levels, with manipulation and modeling options, and again proposed problems from the Mathematical Transalpine Rally, whose solutions, with contributions they can make readers, will be presented in a future article.

Keywords Primary Problems; resolution through manipulation, numeracy, modeling or algebra. Proposed educational use of exercises done.

Se dejaron propuestos en el artículo Problemas comentados XXXI (**De nietos y aves, volumen 80 de *Números***) cuatro problemas muy sencillos, aptos para proponer a los alumnos de Primaria, procedentes todos ellos de la 18ª edición del Rally Matemático Transalpino.

Veamos la manera de resolverlos:

En el autobús

Lino sube el último en el autobús que parte de la estación. Va a sentarse y observa que hay otros 5 pasajeros.

- En la primera parada, delante de Correos, descienden 3 personas y suben 6.
- En la segunda parada, en la plaza del mercado, no desciende nadie y suben 13 personas.
- En la tercera parada, delante del Ayuntamiento, descienden 5 personas y no sube nadie.
- En la cuarta parada, delante de la escuela, descienden 2 personas y suben 12, pero 4 de ellos deben quedar de pie porque todos los asientos están ya ocupados por un pasajero.

¿Cuál es el número de asientos para pasajeros del autobús?

[1] **El Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com

P R O B L E M A S

Este problema es adecuado para el primer ciclo de Primaria. Sólo es necesario saber hacer sumas y restas con números pequeños de una o dos cifras. Los profesores del RMT tienen la costumbre de retomar con frecuencia algunos problemas de Rallyes anteriores y modificarlos ligeramente para hacerlos más adecuados. Esa es una medida muy interesante que permite corregir posibles defectos y realizar mejores redacciones para una nueva propuesta. Este, en concreto, proviene del 3º RMT, prueba I, nº 9, modificado y simplificado.

Fase I. Comprender

Datos:

El autobús es una situación cambiante, donde hay una situación inicial y otra final.
Situación inicial, Estación: 5 pasajeros + Lino = 6 pasajeros
Situación final: 4 de pie, el resto sentados

Objetivo:

Número de asientos del autobús

Relación:

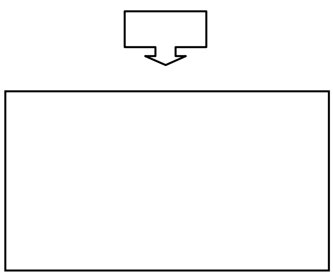
La situación del autobús, en cada parada, sufre una modificación.
1ª Parada: bajan 3, suben 6
2ª Parada: bajan 0, suben 13
3ª Parada: bajan 5, suben 0
4ª Parada: bajan 2, suben 12

Los pasajeros que suben se añaden (suma) a los que estaban; los pasajeros que bajan se descuentan (resta) a los que estaban.

Las acciones de subir y bajar pasajeros se encadenan hasta llegar a la situación final.

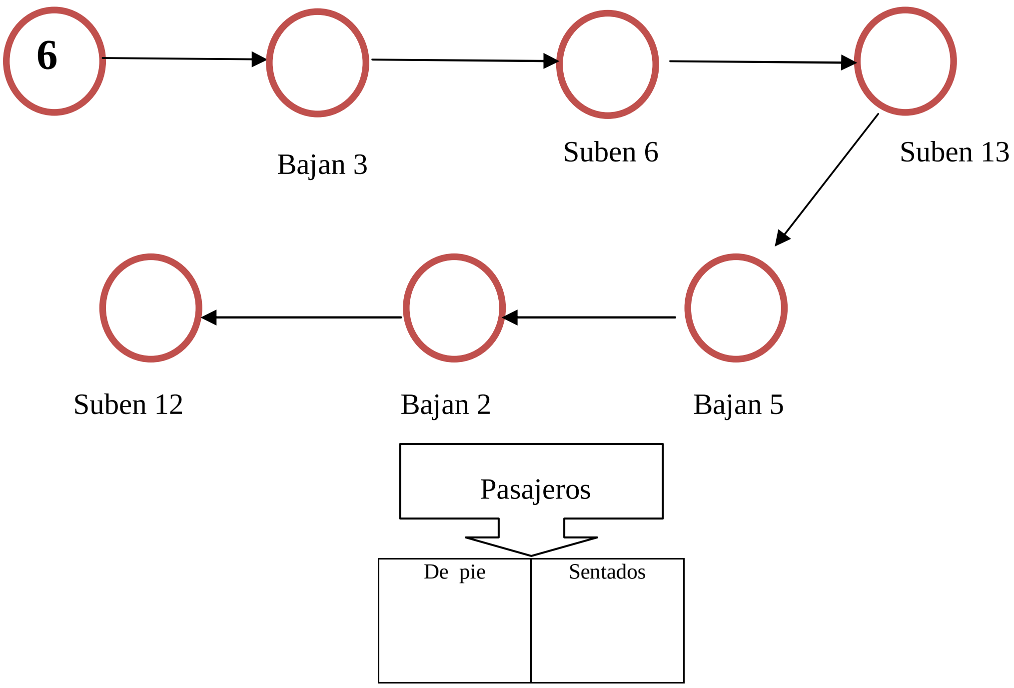
Diagrama:

Se puede representar el autobús dibujando un diagrama rectangular o modelizar usando la tapa rectangular de una caja de cartón. Los pasajeros se pueden representar con números, con puntos dibujados o modelizados mediante piedrecillas, por ejemplo.



Al llegar a la situación final se analiza la situación del total de pasajeros con los que están de pie y se deduce el número de asientos.

Otra forma de representar la situación cambiante es utilizar un diagrama lineal de flechas que representarían las acciones que se realizan en cada parada. A cada acción se modifica la etiqueta del diagrama (rectangular o circular) que representa al autobús. El diagrama resultante es una “máquina de calcular”, similar a la que se utiliza para los ejercicios de cálculo mental. Al llegar a la situación final (después de las acciones de la cuarta parada) el diagrama se transforma en uno de partes-todo para diferenciar los pasajeros sentados de los que están de pie.



Fase II. Pensar

A la vista de lo realizado en el anterior paso del proceso y de la lista de estrategias, podemos concluir que tenemos elección:

Modelización

La situación es fácilmente modelizable (modelo descrito) y manipulable (acciones sucesivas). Al final, basta con diferenciar los pasajeros de pie y los sentados.

Organizar la información

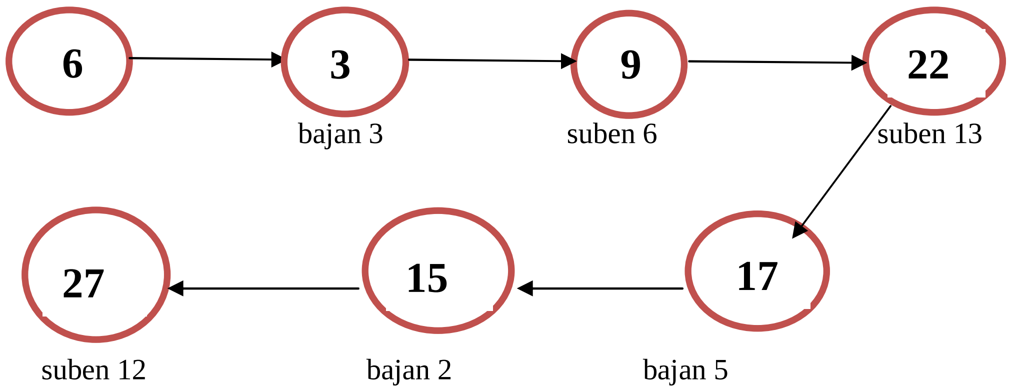
La organización será una secuenciación de las acciones descritas, fácilmente realizables mediante sumas y restas. Al final, basta con utilizar la técnica de partes-todo para tener el número de pasajeros sentados (asientos del autobús).

Fase III. Ejecutar

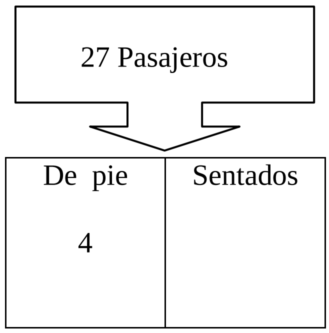
La ejecución dependerá de la estrategia elegida.

Para **modelización**, construir el modelo previsto. Cada equipo buscará un elemento para representar el autobús (tapa de caja de cartón, trozo de cartulina, tablero de madera, etc.) y la cantidad adecuada de elementos que representen a los viajeros del autobús (30 o más piedrecitas, boliches, fichas de parchís, garbanzos, etc.). A continuación, se irán colocando dentro del autobús los pasajeros que ya estaban en la estación, antes de llegar Lino y el propio Lino. A partir de aquí, se introducen en el autobús tantos elementos como pasajeros suben en cada parada y se extraen del mismo tantos elementos como pasajeros bajan. Al final de la cuarta parada habrá una cantidad determinada de elementos (pasajeros) dentro del modelo (autobús). En ese momento se separan, dentro del modelo, cuatro de ellos (pasajeros de pie) y se cuentan los restantes (pasajeros sentados). Esa es la solución del problema: 23 pasajeros sentados.

Para **organizar la información**, usaremos como organizador secuencial el diagrama lineal indicado en la primera fase. Se realiza la acción o acciones de cada parada (indicadas una a una en el diagrama) y se coloca cada resultado parcial en la parte del diagrama que representa al autobús en cada momento. El número del diagrama final será el número de pasajeros que hay en ese momento.



En este momento se utiliza el diagrama de partes-todo para representar la situación final.



Se corresponde este diagrama (conocida la etiqueta del todo y la de una parte, averiguar la etiqueta de la otra parte) con la realización de una resta: 27 - 4 = 23 pasajeros sentados, que es la **solución** del problema.

Es interesante, con vistas a la conexión entre diagrama y operaciones (prepararles gradualmente para un trabajo más operatorio y menos dependiente de lo manipulativo), realizar ahora, por escrito y secuencialmente, las sucesivas operaciones realizadas.

Salida de la estación: 5 + 1 = 6

Primera parada, Correos: 6 – 3 = 3, 3 + 6 = 9

Segunda parada, Plaza del Mercado: 9 + 13 = 22

Tercera parada, Ayuntamiento: 22 – 5 = 17

Cuarta parada, Escuela: 17 – 2 = 15 , 15 + 12 = 27

27 pasajeros – 4 de pie = 23 pasajeros sentados

Fase IV. Responder

Habrá que transforma esa solución en una respuesta. Para ello, primero habrá que comprobarla y, después, sobre el contexto del problema, ver si es adecuada y redactarla de manera correcta.

Para la comprobación, se puede realizar de dos maneras. Una, la habitual, consiste en repetir todo el proceso verificando la corrección de lo realizado anteriormente. Otra, más divertida e interesante, realizando el proceso totalmente al revés, desde la cuarta parada hasta la estación y haciendo que los que bajaron suban y viceversa. Esto les familiariza con el uso de operaciones inversas y el uso posterior de la estrategia de **ir hacia atrás**.

En cualquier caso, la solución es correcta. Ahora hay que redactar la respuesta. Para ello es necesario darse cuenta de que el objetivo no es el número de pasajeros sentados (que es lo que sabemos en la fase de ejecutar), sino el número de asientos del autobús. Una sencilla transferencia lógica de pensamiento nos resuelve la situación: número de pasajeros sentados es lo mismo de número de asientos del autobús (no vale pensar en dos pasajeros sentados en el mismo asiento o en un pasajero que ocupa dos asientos).

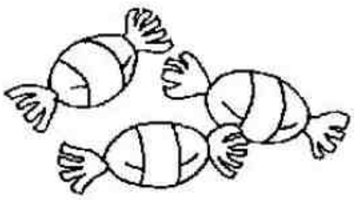
<u>Respuesta</u>

El autobús tiene 23 asientos para pasajeros.

Veamos ahora los otros tres problemas de manera más sucinta.

El paquete de caramelos

En un paquete de caramelos, algunos son azules, otros son rojos y otros son verdes.
28 caramelos no son rojos.
39 caramelos no son azules.
31 caramelos no son verdes.



¿Cuántos caramelos de cada color hay en el paquete?

Este problema es de tercer Ciclo de Primaria, aunque bien pudiera ser utilizado también en el segundo Ciclo. Evidentemente, en primer Ciclo de Secundaria tampoco desentonaría. Puede ser ejecutado mediante operaciones aritméticas o con Álgebra o Preálgebra. También tiene un peculiar aspecto lógico relacionado con la **negación**, que no debemos dejar en el aire.

<u>Datos</u>

Hay caramelos de tres colores: rojos, verdes y azules.

28 caramelos no son rojos.
39 caramelos no son azules.
31 caramelos no son verdes.

<u>Objetivo</u>

Caramelos que hay de cada color.
Son, evidentemente, al menos 40 (> 39).

<u>Relación</u>

Los caramelos que no son rojos son 28.
Los caramelos que no son azules son 39.
Los caramelos que no son verdes son 31.

<u>Estas</u> relaciones deben ser mejor explicitadas, eliminando la negación. Así podrán ser representadas en diagramas o utilizar la información en formato aritmético o algebraico. La mejor manera es dar una etiqueta a cada colección de caramelos: rojos (R), verdes (V) o azules (A).

También, de manera evidente (o casi), tenemos que R > V > A.

Así, transformamos las tres relaciones en las siguientes:

$$A + V = 28 \qquad R + V = 39 \qquad A + R = 31$$

Y se corresponderían con los siguientes diagramas:

A	V
28	

R	V
39	

A	R
31	

<u>Estrategias</u>

Ensayo y error

Es bastante tedioso resolver el problema por ensayo y error, pero es posible. Establecer un número de caramelos de un color para deducir los de los otros colores de acuerdo a las relaciones encontradas a fin de que se cumplan las tres de forma simultánea. Aquí se debe tener en cuenta la otra relación obtenida: R > V > A).

Organizando la información

<u>Con aritmética</u>

Juntando los tres diagramas para formar uno solo:

A	**V**	**R**	**V**	**A**	**R**
	28 + 31 + 39 = 98				

Se ha formado un duplicado de la colección original de caramelos, con una etiqueta que vale

28 + 31 + 39 = 98.

Este número es el doble del número total de caramelos.

A partir de aquí, mediante las tres relaciones, podemos deducir que en el paquete hay:

98: 2 = 49 caramelos

y que:

49 – 28 = 21 son de color rojo,

49 - 31 = 18 son verdes

y 49 - 39 = 10 son azules.

La solución es, pues, R = 21, V = 18, A = 10.

Con álgebra

En un nivel superior, el problema podría ser resuelto con un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

A + V = 28

R + V = 39

A + R = 31

cuya solución es R = 21, V = 18, A = 10

Comprobación

Basta con hacer tres sumas para verificar que las tres relaciones se cumplen:

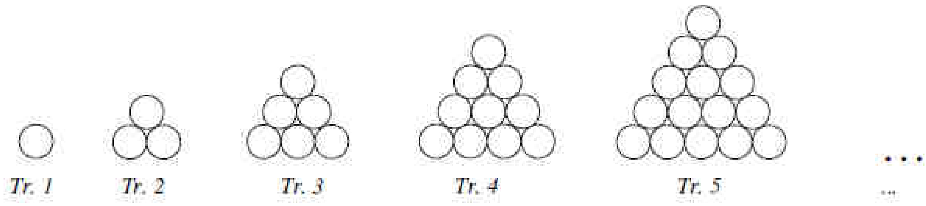
21 + 18 = 39 no azules; 21 + 10 = 31 no verdes; 18 + 10 = 28 no rojos

Respuesta:

La única posibilidad es que haya 49 caramelos, de los cuales 21 son rojos, 18 son verdes y 10 son azules.

Fichas en triángulos

Ana posee una caja con 120 fichas redondas, todas idénticas.
Las dispone sobre la mesa y forma una sucesión regular de "triángulos" en los cuales las fichas están colocadas unas contra otras. He aquí los primeros cinco triángulos:



Ana continúa así y forma nuevos triángulos que tienen siempre una fila más que los anteriores. En el momento en que ha finalizado uno de estos triángulos, se da cuenta que su caja está vacía y que ha utilizado las 120 fichas para hacer todos los triángulos.

Un poco más tarde, su hermano Pedrito pasa delante de la mesa y observa las construcciones hechas por Ana. Calcula después el número de fichas que habría necesitado para hacer el triángulo siguiente. Puesto que no hay más fichas en la caja, deshace algunos triángulos de su hermana, utiliza todas las fichas de los triángulos que ha deshecho y acaba exactamente el triángulo que viene a continuación del que Ana había construido por último.

¿Cuáles son los triángulos de Ana que Pedrito podría haber utilizado completamente para construir el suyo?

Se trata de un bonito problema de secuencias numéricas, donde sólo es necesario sumar y restar números naturales. También se puede trabajar desde la óptica de sucesiones de números (triangulares, en este caso). Se puede trabajar desde el segundo Ciclo de Primaria, bueno también para el tercer Ciclo e, incluso, en Secundaria.

Datos

Los triángulos formados por Ana que vemos:

T_1: 1
T_2: 1 + 2 = 3
T_3: 1 + 2 + 3 = 6
T_4: 1 + 2 + 3 + 4 = 10
T_5: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15

Objetivo

Primero encontrar el último triángulo de Ana. Después, el triángulo que fabrica Pedrito. Por último, los triángulos que ha tenido que deshacer para su construcción.

Relación

Para construir cada nuevo triángulo se añade al anterior una nueva fila que es el siguiente número a la fila mayor del mismo: 1 + 2 + 3 + 4 + … + n + (n + 1).

Como diagrama podemos tener presente el que aparece en el problema, fácilmente **modelizable**. Pero también, si queremos trabajar numéricamente, necesitaremos un diagrama que nos ayude a realizar una distribución espacial de toda la información que se genere: diagrama de doble entrada, por ejemplo:

Triángulo	Formación	Número	Total
T_1	**1**	**1**	**1**
T_2	**1 + 2**	**3**	**4**
T_3	**1 + 2 + 3**	**6**	**10**
T_4	**1 + 2 + 3 + 4**	**10**	**20**
T_5	**1 + 2 + 3 + 4 + 5**	**15**	**35**
T_6			

Estrategias

Es un ejemplo claro de problema que puede ser trabajado utilizando diferentes estrategias y mediante combinaciones diferentes de ellas. Cada grupo de alumnos podrá elegir un camino diferente de resolución y en la fase final, en la puesta en común de los resultados, aprender mucho de los intentos de resolución de los compañeros.

Usar la **modelización** para construir los triángulos de Ana, utilizando material apropiado (fichas de parchís o similares). O dibujarlos. Hacer el recuento de las fichas necesarias para construir cada uno de los que corresponden a Ana hasta utilizar las 120 fichas y construir también el de Pedrito. A partir de aquí utilizar la estrategia de **ensayo y error** para determinar qué triángulos podrían juntar sus fichas para realizar el de Pedrito.

Para utilizar la estrategia de **organizar la información** debemos comprender la regla de transición de uno a otro. Por ejemplo, ver que del 1º al 2 ° ha sido añadida una segunda línea de 2 fichas, del 2 ° al 3 ° se agregaron 3 fichas ..., ver que se necesitarán seis más para el 6 º, y considerar la secuencia 1, 3, 6, 10, 15, ... que da el número de fichas de los triángulos siguientes.

Calcular el número total de fichas utilizadas después de 5, 6, 7... triángulos para saber cuándo se llega a 120.

Triángulo	Formación	Número	Total
T_1	**1**	**1**	**1**
T_2	**1 + 2**	**3**	**4**
T_3	**1 + 2 + 3**	**6**	**10**
T_4	**1 + 2 + 3 + 4**	**10**	**20**
T_5	**1 + 2 + 3 + 4 + 5**	**15**	**35**
T_6	**1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6**	**21**	**56**
T_7	**1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7**	**28**	**84**
T_8	**1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8**	**36**	**120**
T_9	**1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9**	**45**	

Los totales parciales conforman la sucesión: 1, 4, 10, 15, 20, 35, 56 cuya suma da el total de 120 fichas que tiene Ana para construir ocho triángulos.

A continuación se determina el número de fichas que necesitará Pedrito para construir el siguiente (el 9º) triángulo, que estará compuesto por 45 fichas.

Falta encontrar entre los números de la secuencia de los primeros ocho triángulos: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, los números que permitan formar una suma de 45. Evidentemente, podrá usarse el **ensayo y error**, pero también podremos ayudarnos con algo de información complementaria y deducciones lógicas (**ensayo y error dirigido**).

Se aprecia de manera inmediata que con dos términos no es posible sumar 45. Tampoco es posible con más de cuatro términos.

Las soluciones aparecerán con tres términos (una) o con cuatro (dos), ya que 45 = 36 + 9, y como 9 = 6 + 3 tendremos 45 = 36 + 6 + 3, y, comenzando a partir de aquí, como 36 = 21 + 15 tendremos 45 = 21 + 15 + 6 + 3; pero también propiciar que se pueda encontrar la otra solución existente 45 = 1 + 6 + 10 + 28.

Buscar un patrón

En Secundaria (también al final del tercer Ciclo de Primaria) se puede intentar que los patrones visuales encontrados, y resueltos mediante aritmética, se conviertan en una ley algebraica que pueda ser utilizada directamente para encontrar los valores de los triángulos formados, sin necesidad de realizar la secuencia completa. En realidad, el proceso seguido es el mismo pero se utiliza como organizador de la información el álgebra.

Se puede aprovechar la circunstancia para provocar en los alumnos que se interesen por los números figurados, su historia y, generalizando, la matemática clásica griega.

Respuesta

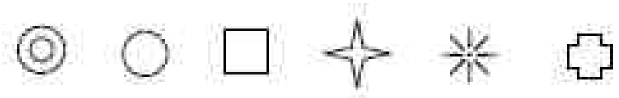
Pedrito pudo haber utilizado los siguientes grupos de triángulos de Ana:

Primera opción, triángulos T_2, T_3 y T_8,
Segunda opción, triángulos T_2, T_3, T_5 y T_6,
Tercera opción, triángulos T_1, T_3, T_4 y T_7.

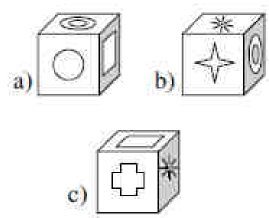
Como ven, un problema realmente valioso, ya que no sólo nos permite el uso de varias estrategias y diagramas, sino que además se obtienen varias respuestas, con lo que se ponen en marcha la sistematicidad y la exhaustividad, elementos clave del desarrollo de las competencias básicas.

La cara escondida del cubo

Sobre las caras de un cubo están dibujadas las seis figuras siguientes:



A la derecha hay tres fotos de este cubo colocado en posiciones diferentes: a), b), c).
Observando estas fotos decir cuál es la figura dibujada sobre la cara opuesta a aquella en la cual está dibujado el círculo.



Tenemos aquí un problema que puede trabajarse en el segundo Ciclo (o en el tercero) de Primaria. En él se reúnen la Geometría espacial (visión del cubo en el espacio y de su representación en perspectiva) con la Lógica (separación de los casos y deducción).

Datos

Un cubo; las seis figuras dibujadas en las caras del cubo: **doble círculo**, **círculo sencillo**, **cuadrado**, **estrella de cuatro puntas**, **estrella de ocho puntas** y **cruz**.

Objetivo

Figura dibujada sobre la cara opuesta a aquella en la que está dibujado el círculo.

Relación

Las tres posiciones **a**), **b**), **c**) conocidas del cubo a través de los dibujos en perspectiva.

Diagrama

Listas, modelo de cubo, desarrollo de cubo (dibujado), diagrama de árbol.

Estrategias

Modelización, **ensayo y error**, **organizar la información**, **eliminación**.

Podemos construir un cubo (o su desarrollo) y dibujar sobre sus caras las figuras de una de las tres imágenes, por ejemplo la **a**). Tomamos como referencia el **cuadrado**.

A continuación observamos la imagen **c**) y, girando el modelo, comprender que hay una sola manera de colocar las figuras de las otras dos caras contiguas a la del cuadrado. La cara opuesta al círculo es la de la estrella de ocho puntas. Comprobar ahora que la imagen b), no usada, es compatible con esta disposición encontrada.

También se puede trabajar razonando la disposición que presentan, en cada una de las tres imágenes dadas, las posiciones relativas de tres figuras, precisamente las que se encuentran en dos de ellas. Cada vez que utilizamos una de estas figuras buscamos cuáles son las figuras de las cuatro caras adyacentes a la utilizada. Por **eliminación**, encontramos la sexta figura, es decir, la que está sobre la cara opuesta al círculo.

Hay tres casos:

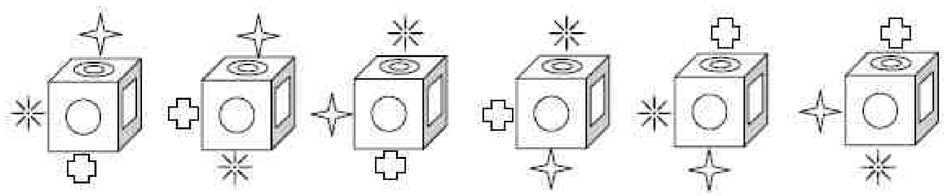
1. Si elegimos el **cuadrado** como figura común a dos imágenes, tendremos que el cuadrado está en las imágenes a) y c) con el círculo, el doble círculo, la cruz, la estrella de ocho puntas en las caras adyacentes, y la **estrella de cuatro puntas** está en el lado opuesto del cuadrado.
2. Si elegimos el **doble círculo** como figura común a las imágenes a) y b) con el círculo, el cuadrado, la estrella de cuatro puntas y la estrella de ocho puntas en las caras adyacentes, y la **cruz** está en el lado opuesto del doble círculo.
3. Si elegimos la **estrella de ocho puntas** como figura común a las imágenes b) y c) con el doble círculo, la cruz, la estrella de cuatro puntas y el cuadrado en las caras adyacentes, y el

círculo está en el lado opuesto al de la estrella de ocho puntas, que nos da, precisamente, la solución al problema.

También se podría utilizar la orientación del cubo, mediante giros, para determinar la posición relativa de las figuras. Se van colocando (con unas pegatinas, por ejemplo) las determinadas en la primera figura. Luego se hace lo mismo, partiendo del resultado anterior, y utilizando la segunda figura. Finalmente, se repite el procedimiento para la tercera figura, con lo cual bastará con "leer" el cubo ya completo y se determina la solución.

Finalmente, podríamos hacer una lista de los casos posibles, a partir de una de las tres figuras, y realizar un análisis de tipo combinatorio.

Si partimos, por ejemplo, de la figura a), donde aparecen el círculo, el doble círculo y el cuadrado, ver las seis posibilidades de colocar las otras tres figuras (estrella de cuatro puntas, estrella de ocho puntas y cruz) en las caras ocultas del cubo. Tendríamos algo así:



Ahora se trata de ver cuáles no son compatibles con las figuras b) y c). Las que resulten compatibles serán solución del problema.

El cubo 1 no es compatible según c), porque la estrella de ocho puntas está al lado del cuadrado.
El cubo 2 no es compatible según c), porque la cruz está al lado del cuadrado.
El cubo 3 es compatible, porque a), b), y c) son respetados.
El cubo 4 no es compatible según b), porque la estrella de cuatro puntas está al lado del doble círculo.
El cubo 5 no es compatible según c), porque la estrella de ocho puntas está al lado del cuadrado.
El cubo 6 no es compatible según b), porque la estrella de ocho puntas está al lado del doble círculo.

Una sola compatibilidad implica solución única. Observar la figura combinatoria número 3 y extraer la posición opuesta al círculo y ver qué figura es.

Respuesta:

La figura dibujada en la cara opuesta al CÍRCULO es la ESTRELLA DE OCHO PUNTAS.

En el artículo anterior hemos presentado un escrito de Alegría Calderón, una compañera andaluza que trabaja en Educación Primaria. No fue gratuito. Tenía su fundamento en el hecho de que los Centros de Profesores de la provincia de Sevilla han realizado una formación abundante sobre resolución de problemas, estrategias y competencias en muchos Centros de Primaria y Secundaria. Profesoras y profesores que tenían preocupación por este asunto, otros que conocían algo pero querían más o, simplemente, el deseo de mejorar su trabajo con los alumnos, durante estos tres últimos años se han acercado a los CEP de Sevilla, Lora del Río, Écija-Osuna, Alcalá de Guadaíra o Castilleja de la Cuesta para trabajar la formación en resolución de problemas. Esto se ha traducido en el trabajo en clase con nuevas perspectivas y abundante innovación en la manera de acercarse a las matemáticas con los alumnos. Un ejemplo de la rigurosidad y el entusiasmo con que se está trabajando es lo que nos ofrecía Alegría en su escrito. Y parece que va a seguir…

En Canarias se hizo un trabajo de ese estilo, "La enseñanza activa de las matemáticas", que durante tres años fue un movimiento renovador extraordinario. Pero no duró lo suficiente. Alcanzó a unos 80 Centros, pero no se generalizó ni se incorporó a Secundaria.

Cada vez está más claro que la innovación educativa necesita un trabajo casi permanente para poder superar los obstáculos que suponen el continuo movimiento del profesorado (traslados, jubilaciones, nuevas incorporaciones, cambios de gestores, etc.). Ya es bastante duro sin estas circunstancias…

Pero parece que de nuevo se pone en marcha en Canarias un proyecto de formación. El Consejo Escolar de Canarias, en colaboración con la Sociedad Canaria "Isaac Newton" de Profesores de Matemáticas, ha realizado una experiencia piloto en dos zonas de Tenerife, con tres Colegios en cada una, para analizar la posibilidad de redactar un Proyecto ambicioso que permita una acción más amplia y continuada durante el próximo curso y siguientes. En eso están y nosotros podremos dar cuenta, en su momento, de cómo han ido las cosas.

Los problemas que proponemos para su resolución en este artículo provienen del 19° Rally Matemático Transalpino, concretamente de la Prueba Final, correspondiente a mayo - junio de 2011 (©ARMT 2011).

Los gestores del Rally advierten que dichos problemas están protegidos por derechos de autor. Para su utilización en clase, se ruega indicar la procedencia del problema con la formula "©ARMT" o informar de la dirección de la página web.

Para su utilización comercial, se ruega contactar con los coordinadores internacionales a partir del sitio Internet de la Asociación del Rally Matemático Transalpino (www.armtint.org).

Para el próximo volumen proponemos problemas que se corresponden a niveles de Secundaria Obligatoria, aunque, como siempre, es posible aplicarlos en el tercer Ciclo de Primaria, con las debidas precauciones o con la adaptación conveniente.

El regalo de cumpleaños

Los trillizos Aldo, Giovanni y Giacomo han decidido regalar a su mejor amigo, para su cumpleaños, el videojuego que desea desde hace tiempo. Sin embargo, ninguno de los trillizos tiene en su propia hucha el dinero suficiente para comprar el videojuego: a Aldo le faltan 17 euros, a Giovanni 13 euros y a Giacomo 21 euros.
Ellos deciden juntar sus ahorros y descubren así que, no sólo pueden regalar el videojuego a su amigo, sino que también pueden comprarse otro igual y tener todavía un sobrante de 7 euros.

¿Sabéis decir cuánto cuesta el videojuego y cuántos euros tenía cada trillizo en su propia hucha?

La espiral

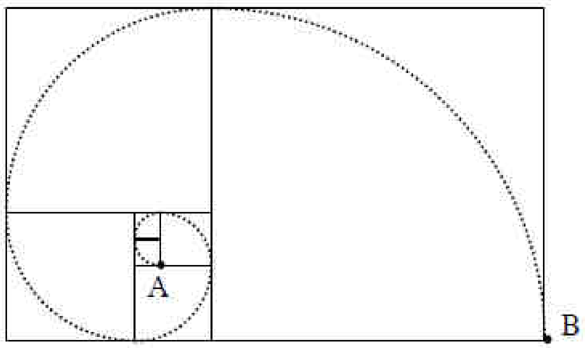
Leonardo forma rectángulos juntando cuadrados. Ha comenzado con dos pequeños cuadrados, uno de los cuales tiene un vértice en el punto A, después ha continuado adosando un cuadrado a la derecha, después uno debajo, después uno a la izquierda, después uno encima, después de nuevo uno a la derecha y así sucesivamente.

En la figura está representado el rectángulo formado por los primeros siete cuadrados, que tiene un vértice en el punto B.

Leonardo ha dibujado a continuación un cuarto de circunferencia en el interior de cada uno de los siete cuadrados; cada cuarto de circunferencia une dos vértices opuestos de un cuadrado y tiene el centro en otro vértice del mismo cuadrado.

Los primeros siete cuartos de circunferencia forman una "espiral" que va desde A hasta B.

El perímetro del rectángulo formado por los primeros siete cuadrados mide136 cm.



¿Cuál es la longitud de la espiral desde A hasta B?
Escribe la medida utilizando π o con una aproximación al milímetro.

El código de Toni

Toni ha elegido un código para la combinación de su maleta.
Este código es un número de tres cifras todas diferentes entre sí y ninguna es igual a 0. Si se suman todos los números de dos cifras que se pueden formar con las tres cifras del código y después se multiplica la suma así obtenida por dos, se encuentra exactamente el código.

¿Cuál es el código de Toni?

Y quedamos así hasta la próxima entrega. Pero seguimos insistiendo: resuelvan los problemas, utilícenlos con los alumnos y, sobre todo, aporten sus comentarios a la revista, sus soluciones e, incluso, nuevas propuestas. O, simplemente, cuéntennos lo sucedido en el transcurso de la clase en que probaron el problema. Eso nos alegraría mucho y también al resto de lectores. Aplíquense…

Como siempre, aguardamos sus noticias a la espera de la próxima edición de la revista. ¡Y ya van 82!

NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas

Un saludo afectuoso del **Club Matemático.**