

Hexágonos coloreados y Mi casa (Juegos 22)

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático¹)

Resumen

Resolvemos el problema sobre el juego del Mastermind publicado en el número 81 mediante una organización en tablas de la información, y presentamos dos ejemplos de puzles de encajar planos, que llevamos en el Komando matemático. Unos del tipo cabeza-cola y el otro de reconstrucción de figuras a partir de una disección de la misma.

Palabras clave

Método de resolución de problemas del juego Mastermind. Planteamientos y estrategias a seguir en la solución de puzles planos del tipo cabeza-cola y de ensamblaje bidimensional.

Abstract

We solve the problem about the game of Mastermind published in issue 81 by an organization information tables, and present two examples of puzzles to fit, flat, we carry in our the mathematical Komando. A head-tail type and the other figures reconstruction from the same dissection.

Keywords

Problem-solving method of the game Mastermind. Approaches and strategies to be followed in solving puzzles planes of type head-tail (put-together puzzles) and two-dimensional assembly.

En el artículo “Juegos de lógica inductiva” publicado en el número 81 de la revista, al hablar del Mastermind, dejamos planteado el siguiente problema:

Caza al tesoro

El otro día, rebuscando en el desván, Marcos descubrió un viejo baúl que contiene un pergamino y un cofre. Leyendo el pergamino, comprendió que el cofre conserva un tesoro protegido por una cerradura con una combinación numérica de tres cifras (de 1 a 9). Además el pergamino aporta estas informaciones:

- a) en **3 4 5** una sola cifra es correcta, pero no está en su lugar correcto (un herido)
 - b) en **2 3 6** ninguna cifra es correcta (ni muertos ni heridos)
 - c) en **6 7 8** una sola cifra es correcta y está en el sitio correcto (un muerto)
 - d) en **4 7 2** una sola cifra es correcta y está en el sitio correcto (etc.)
 - e) en **8 5 9** dos cifras son correctas, pero sólo una está en el sitio correcto
 - f) en **5 8 2** una sola cifra es correcta y está en el sitio correcto
-

¹ El Club Matemático está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com



Ayudad a Marcos a encontrar la combinación correcta para abrir el cofre.

Vamos a ofrecer una solución a partir de una estrategia de Organización de la Información y usando una tabla de doble entrada como organizador.

Para comprender mejor las informaciones suministradas por el problema haremos una tabla organizada con ellas.

Información	Combinación			Cifras correctas	Posición	Consecuencias
A	3	4	5	1	Incorrecta	
B	2	3	6	0		2, 3 y 6 no están
C	6	7	8	1	Correcta	
D	4	7	2	1	Correcta	
E	8	5	9	2	Sólo una correcta	
f	5	8	2	1	Correcta	

Tabla 1

La información (b) permite eliminar las cifras equivocadas 2, 3, 6.

Información	Combinación			Cifras correctas	Posición	Consecuencias
A		4	5	1	Incorrecta	
B						
C		7	8	1	Correcta	
D	4	7		1	Correcta	
E	8	5	9	2	Sólo una correcta	El 9 es correcto
F	5	8		1	Correcta	El 9 está en posición correcta

Tabla 2

Las informaciones (e) y (f) nos permiten saber que el 9 es una cifra correcta y que también está en posición correcta.

Información	Combinación			Cifras correctas	Posición	Consecuencias
A		4	5	1	Incorrecta	
B						
C		7	8	1	Correcta	El 7 es correcto
D	4	7		1	Correcta	El 7 está en posición correcta
E	8	5	9	2	Sólo una correcta	El 9 es correcto
F	5	8		1	Correcta	El 9 está en posición correcta

Tabla 3

Las informaciones (c) y (d) nos indican que el 7 es una cifra correcta y, también, que está en posición correcta. Sólo nos queda saber la primera cifra, pues las otras dos son 7 y 9.

Información	Combinación			Cifras correctas	Posición	Consecuencias
A		4	5	1	Incorrecta	
B						
C		7	8	1	Correcta	El 8 es incorrecto
D	4	7		1	Correcta	El 4 es incorrecto
E	8	5	9	2	Sólo una correcta	
F	5	8		1	Correcta	

Tabla 4

De nuevo, las informaciones (c) y (d) nos permiten deducir también que, al ser correcto el 7, tanto el 4 como el 8 han de ser necesariamente incorrectos.

Información	Combinación			Cifras correctas	Posición	Consecuencias
A			5	1	Incorrecta	
B						
C		7		1	Correcta	
D		7		1	Correcta	
E		5	9	2	Sólo una correcta	
F	5			1	Correcta	El 5 es correcto y está en posición correcta.

Tabla 5

Para terminar, de la información (f) obtenemos que la primera cifra de la combinación ha de ser el 5.

Respuesta: **Hay una sola combinación posible para abrir la caja fuerte: 5, 7, 9.**

Este problema tiene muchas y diversas formas de ser resuelto. Pero en cualquiera de ellas la respuesta final es la misma.

Nos siguen quedando pendientes los problemas del Reversi/Othello, presentados en el nº 82 de la revista, de los que seguimos esperando alguna respuesta de nuestros lectores y de los que haremos un tratamiento especial en una próxima segunda parte del artículo.

Como pueden apreciar nuestros lectores, en esta sección vamos alternando los artículos dedicados a juegos con los dedicados a puzzles. Ahora, en éste, nos toca volver a los puzzles.

"*Puzle mecánico*" es el término más ampliamente usado hoy día para referirse a un puzzle hecho de piezas sólidas que pueden ser manipuladas manualmente para obtener una solución.

Los puzzles se clasifican de muchas maneras, pero en cualquiera de ellas siempre se habrán de tener en cuenta los *puzles para encajar (put-together puzzles)*, consistentes en armar un objeto a partir de una serie de piezas sueltas que deberán ser colocadas en contacto (sin trabarlas). Dentro de este tipo se encuentran los *puzles de ensamblaje bidimensional*. Y dentro de estos, a su vez, los llamados *puzles de cabezas-colas*.

Puzles cabezas-colas

Los puzzles de Cabezas- Colas están formados por una serie de piezas, todas de igual forma, que tienen unos elementos (dibujos, colores, signos) sobre los lados o sobre los vértices y las cuales deben ser colocadas de forma que sus esquinas o lados encajen, emparejando dichos elementos entre sí. Normalmente las piezas suelen tener formas geométricas regulares: triángulos equiláteros, cuadrados, hexágonos, que permiten cubrir la superficie plana de juego. Las piezas al encajar deberán formar también una disposición regular o cubrir un tablero previamente diseñado. Hoy nos centramos en aquellos donde los elementos que tenemos que hacer coincidir son representaciones de animales, personajes de dibujos u otros diseños y

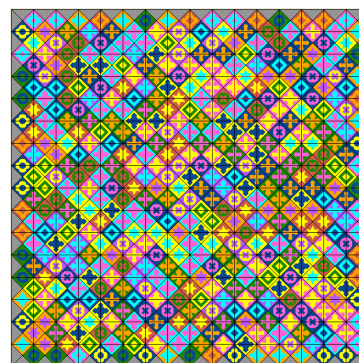


Figura 1. Eternity



objetos que han sido divididos en dos partes; y también aquellos otros donde debemos buscar la coincidencia de dos puntos o marcas de igual color. Dejamos los que representan en cada pieza un diseño, normalmente geométrico, tales como cuadrados divididos por sus diagonales y con cada uno de los triángulos coloreado, y donde han de coincidir los colores de las piezas que se adosan como el de Eternety que se muestra en la figura 1, con 16x16 piezas, de extraordinaria dificultad.

Hexágonos coloreados

Dos de las actividades más populares de la Sociedad Canaria “Isaac Newton” de Profesores de Matemáticas son la Exposición “Matemáticas 2000” y el “Komando Matemático”. En ambas figura este puzzle de cabezas-colas llamado “Hexágonos coloreados”.



Figura 2

Está formado por siete piezas de madera con forma de hexágonos (Figura 3), en cada uno de los cuales aparece un punto de color (rojo, verde, azul, amarillo, blanco y negro) en el centro de cada uno de sus lados. Dichos puntos están colocados de manera que, constituyen una permutación circular de los seis colores.

Al tratarse de una permutación cíclica de seis colores, hay $5! = 120$ posibilidades de hacer una pieza. En este juego sólo se toman siete de ellas (Figura 2).



Figura 3

El puzzle va acompañado de un cartel informativo en el que se presenta el objetivo del mismo. Reza así:

Cabeza-colas hexagonales

El juego consta de varias piezas de forma hexagonal, que tienen puntos de colores en sus bordes. Se trata de colocarlas unidas por sus lados y formando un hexágono, de manera que TODOS los puntos en contacto sean del mismo color.

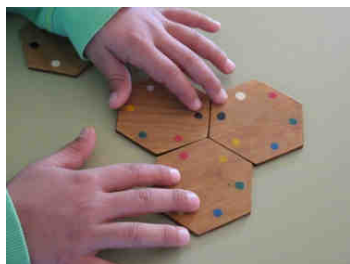


Figura 4

Las piezas y el cartel se presentan tal y como vemos en la figura 4:

Las personas inician el trabajo emparejando las piezas de tal manera que los puntos emparejados sean siempre del mismo color (figura 5).

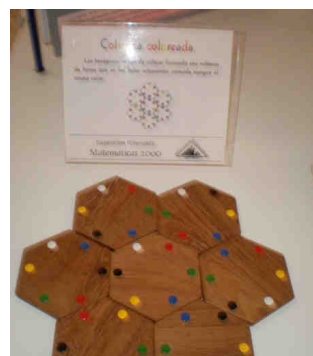


Figura 5



Figura 7

Es un puzzle muy complicado pero que resulta ser un reto absorbente para los que intentan su resolución. No suelen abandonar hasta encontrarla.

Trataremos aquí de dar una manera de afrontar dicha resolución. Las piezas deben ser colocadas de manera que uno de los hexágonos ocupe el centro y situar los otros seis alrededor, lado con lado. Una



Figura 6

primera idea es utilizar el ensayo y error: probar a poner un hexágono en el centro y si no funciona

cambiarlo por otro. No es fácil controlar cuáles se han probado y cuáles no, pero aún así suelen encontrar una respuesta.

Parece más sencillo analizar primero cómo son las piezas comparándolas entre sí (Figura 6).



Figura 8

Con cierta sorpresa se descubre que no todas son diferentes. Hay dos que son exactamente iguales (Figura 8).

Un primer pensamiento consiste en probar a colocar una de ellas en el centro y la otra en el exterior para comprobar si las demás encajan y completan el hexágono objetivo.

En esa primera posición vamos probando con la segunda pieza cambiando cada vez el punto de color que las conecta entre sí. En ningún caso encontramos solución al puzle y no requiere mucho trabajo el hacerlo.



Figura 9

Probamos ahora la segunda posición. Se trata ahora de juntar ambas piezas en el anillo exterior del hexágono objetivo. Igual que en la primera posición se trata de realizar pruebas cambiando cada vez el punto de color que las conecta (Figura 9).



Figura 11

Sin mucho esfuerzo, cuando se conectan ambas por el punto azul se encuentra la única solución posible del puzle. Lo cual produce mucha satisfacción en la persona que lo está resolviendo, como nos demuestra la sonrisa de esta joven alumna (Figura 11).



Figura 10

Así queda el puzle (Figura 10) cuando está resuelto convenientemente.

Otros puzles de cabezas colas

Aquí vemos otras presentaciones de este puzle de piezas hexagonales.

O cuadradas.



Figura 12

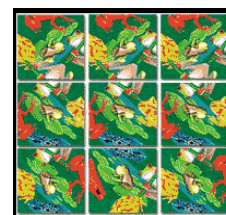


Figura 13



O triangulares.

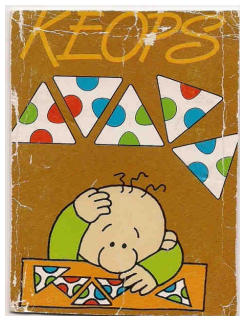


Figura 14

También podemos encontrar que sobre piezas planas geométricas se han colocado figuras en relieve, que divididas a la mitad plantean su reconstrucción siguiendo el mismo principio de cabeza-cola.

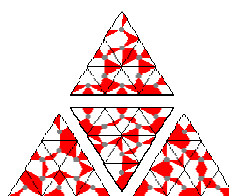


Figura 15



Sobre puzzles de estas categorías han escrito -entre otros- algunos artículos los amigos sevillanos del Grupo Alquerque (Muñoz, Fernández-Aliseda, Hans):

[Mayo 2009: Combinatoria de colores \(publicado en la revista SUMA, nº 53, 2006\)](#)

[Noviembre 2004: Rompecabezas de aviones \(publicado en la revista SUMA, número 35, 2000\)](#)

Recursos/Juegos matemáticos

Autor:Grupo Alquerque

Además de adquirir las versiones comerciales, algunas de las cuales mostramos aquí, su construcción es relativamente sencilla, y permite que los alumnos diseñen dibujos, colores, formas o tableros para después disfrutar del desafío que supone su resolución.

Puzzles de disecciones de figuras planas

Otros puzzles del mismo tipo (ensamblaje bidimensional) son los que resultan de dividir una figura plana, que puede ser geométrica, o una silueta de una imagen de animales, objetos, letras, etc. en varias piezas iguales o diferentes entre sí, con el objetivo de reconstruir la figura. En este caso no suele haber elementos que tengamos que hacer coincidir por colores, figuras u otros.

Haremos aquí el análisis de uno de ellos, también procedente de la Exposición y el Komando Matemático.

Puzzle “Mi casa”



Figura 17

Tiene cinco piezas: Un triángulo, un rectángulo, un trapecio y dos pentágonos (figura 17).

Este es el modelo que debe construirse (figura 16):

Objetivo: Reconstruir la casa con las cinco piezas del puzzle.

Es un puzzle plano, de encajar. Las piezas deben ser adosadas unas a las otras, sin huecos ni solapamientos.



Figura 16

De entrada, los alumnos tienden a realizar un ensayo y error desorganizado. Prueban a juntar piezas y siempre terminan con una figura

remotamente parecida al objetivo, pero donde aparecen huecos imposibles de llenar. Su primera reacción es: “¡Faltan piezas!”.

En muchos casos no identifican bien los detalles del objetivo con las formas de las piezas. El tejado lo suelen identificar con la pieza en forma de triángulo. Es su forma de ver un tejado de dos aguas y esa idea persiste por encima de las evidencias. Conviene orientarles en la búsqueda de piezas simétricas, con ángulos rectos, de lados congruentes, etc.

Si acaso, la única pieza bien definida es la chimenea, pero su conexión con el resto del tejado no parece nunca clara. De todas formas, este es un caso en que se empieza la casa por la chimenea.

Se les indica que analicen las piezas (datos del problema) y las pongan en conexión (relaciones) con el modelo (objetivo), siendo esencial una descripción de cada pieza. Las piezas más sencillas son el triángulo y el rectángulo.

Triángulo: Isósceles y rectángulo; un ángulo recto y dos agudos. No puede ser el pico del tejado, porque éste requiere un ángulo recto con dos lados muy desiguales, uno corto y uno largo. Es una de las dos piezas con ejes de simetría.

- Rectángulo: fácilmente asimilable a la chimenea. Es la otra pieza simétrica.
- Trapecio: es rectángulo, con dos rectos, y es también el de más dudosa identificación.
- Los pentágonos: uno de ellos con tres ángulos rectos y dos obtusos; el otro con sólo uno recto pero tres obtusos y uno agudo. Ambos con un ángulo recto que presenta un lado corto y otro largo. Evidentemente, uno de los dos formará el pico del tejado. Curiosamente los dos pueden identificarse con él.

Aún así a los alumnos no les resulta muy fácil colocar las piezas de la manera adecuada. En muchos casos al intentar colocar el tejado no observan su posición relativa respecto a la chimenea y lo colocan en la base de la misma, sin darse cuenta de que llega a su mitad, o lo colocan a la mitad y no aprecian que el vértice no puede superar la parte superior de la chimenea.

Es necesario, pues, una segunda ayuda. Se les pide colocar una de las piezas como pico del tejado y probar a situar la otra después en un sitio adecuado del modelo. Hay dos ensayos posibles.

Forma A:

Esta es la primera posibilidad de colocación (Figura 18).

Ahora se trata de situar el otro pentágono. Sólo puede ir al otro lado de la chimenea, formando la continuidad de la pendiente del tejado. Eso es así debido a que ésta parte del tejado es muy corta y forma un ángulo obtuso con la pared larga que cierra la casa.



Figura 19



Figura 18

Si ya les costó situar el primer pentágono, al colocar el segundo se les nubla totalmente la visión. Hay que indicarles que cada pieza admite diversas posiciones al girarlas sobre el plano y, un aspecto que les cuesta algo más: y otras tantas al voltearlas en el espacio.



Quedan como se muestra en la figura 19.

Y ahora, al tratar de situar las otras dos piezas restantes siempre quedan huecos o partes salientes, sin conseguir el modelo de la casa.

Vuelta a empezar.

Forma B:

Esta es la segunda posibilidad de colocación (Figura 20).

De la misma forma que antes, ahora se trata de situar el otro pentágono. Tal y como decíamos anteriormente sólo puede ir al otro lado de la chimenea, formando la pendiente del tejado. Eso es así debido a que ésta pendiente del tejado es muy corta y forma un ángulo obtuso con la pared larga que cierra la casa. Hay que buscar ese ángulo.



Figura 20

Hay que volver a indicarles que cada pieza admite diversas posiciones al girarlas sobre el plano, y otras tantas al voltearlas en el espacio. Quedan como podemos ver en la figura 21.

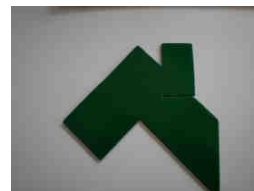


Figura 21



Figura 22

Ahora sí resulta fácil colocar las dos piezas restantes. Basta con situar mentalmente el modelo sobre la parte de casa ya construida. Esas líneas imaginarias nos darán la ubicación del triángulo y del trapecio. La foto 16 nos muestra la solución.

Uno de los libros más interesantes sobre puzles es el que reseñamos aquí figura 22:

Slocum, Jerry & Botermans, Jack: "Puzzles old and new" - EQUATION, Wellingborough, Northamptonshire, 1986.

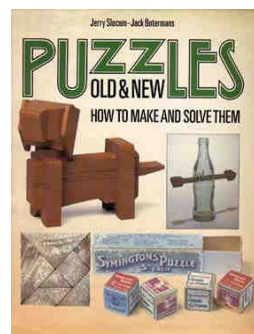


Figura 23

En un próximo artículo ampliaremos la información sobre puzles de este tipo, dando algunos ejemplos más de puzles cabezas-colas y disecciones de figuras planas y letras.

Hasta el próximo



pues. Un saludo.

Club Matemático