

LA VISUALIZACIÓN NO ES UNA ILUSIÓN ÓPTICA

José Leivas

Centro Universitário Franciscano de Santa Maria-UNIFRA

leivasjc@unifra.br

Este artículo presenta resultados de una investigación cualitativa: un estudio de caso realizado en el Brasil, con siete estudiantes de maestría en educación matemática. El estudio se centra en la representación que se produjo en los inicios de un curso de geometría a cargo del investigador. Tratamos de distinguir entre visualización e ilusión óptica en dos representaciones presentadas a los estudiantes, una de una ilusión y otra, una representación geométrica. El análisis de las respuestas de los estudiantes mostró que el espacio de la representación no es evidente para el grupo investigado y que se requieren actividades visuales representativas con el fin de desarrollar la habilidad.

INTRODUCCIÓN

Hay figuras que despiertan un alto grado de curiosidad en la gente, específicamente en los estudiantes. En torno a tales figuras, generalmente, se suscitan discusiones sobre qué es lo que se observa, y se les atribuyen diferentes significados. Por ejemplo, la Figura 1 ilustra una imagen dual; para algunos representa un cáliz y para otros, dos perfiles muy cercanos. En la Figura 2 se muestran dos líneas rectas paralelas y otras que las cortan y pasan por el centro de la figura; éstas hacen parecer curvas a las dos líneas paralelas.

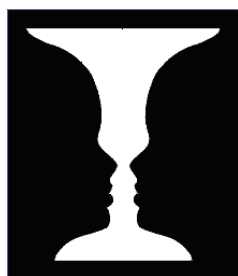


Figura 1: Cáliz (Recuperado de <http://www.taringa.net/posts/imagenes/3383033/Ilusiones-optica.html>)

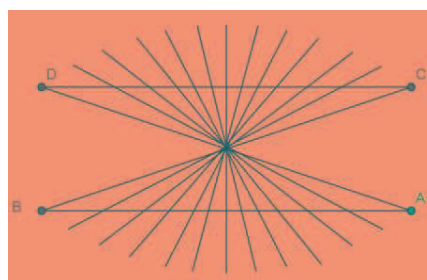


Figura 2: Paralelas y rectas

Esas figuras y muchas otras sirven para motivar esta ponencia cuyo título indica que intentaremos distinguir rápidamente visualización de ilusión óptica. Ambas figuras son representativas del tema denominado ilusión óptica. Obsérvese que la primera es una imagen cualquiera, mientras que la segunda es una representación matemática.

Las ilusiones ópticas han sido estudiadas por psicólogos desde hace mucho tiempo e indican que no siempre lo que se ve es lo que se piensa que es, debido a que nuestros ojos al fijarse en un objeto se acostumbran a él y el cerebro puede captar indicios no necesariamente correctos. En otras ocasiones, el cerebro puede llenar los vacíos existentes y producir una imagen falsa del objeto, constituyéndose así una ilusión óptica que no es el objeto de este artículo.

En este artículo, nos interesa traer algunos aspectos de la visualización, como campo de investigación existente desde hace algún tiempo en la educación matemática y, en particular, en geometría. En nuestras aulas, en todos los niveles educativos, los estudiantes encuentran dificultades para interpretar representaciones geométricas, es decir, visualizar objetos representados en el papel, ya sean planos o espaciales. A su vez, nos encontramos con profesores que no pueden representar adecuadamente entidades geométricas para sus estudiantes.

El artículo presenta una investigación con siete estudiantes de un programa de maestría, inscritos en un curso de geometría a cargo del autor. Todos los participantes eran profesores de educación básica en el Brasil. La investigación es de naturaleza cualitativa puesto que examina la interpretación de los individuos al inicio del curso, tratándose entonces de un estudio de caso. Les presentamos la Figura 3, clásica en los estudios de ilusión óptica, y verificamos cuáles eran sus interpretaciones. Luego se les dio una representación geométrica, Figura 4, y les pedimos que la interpretaran. Nuestra hipótesis era que los sujetos tendrían dificultades para interpretar esa representación geométrica. Así, nuestra pregunta de investigación fue la siguiente: ¿cómo interpretan los estudiantes investigados una representación geométrica dada?

A continuación, haremos algunas consideraciones sobre el tema de la visualización y también de la representación, para analizar las respuestas dadas por los individuos.

VISUALIZACIÓN Y REPRESENTACIÓN

Piaget e Inhelder (1948/1993) al tratar sobre la representación del espacio en los niños concluyeron que la percepción del espacio no conduce a su representación. Esto quiere decir que el hecho de que los niños perciban sensiblemente el espacio no garantiza que lo sepan representar. Para estos investigadores

La percepción es el conocimiento de los objetos, que resulta de un contacto directo con ellos. La representación consiste, por el contrario, –sea al evocar objetos en su ausencia, sea al reproducir una percepción en presencia del objeto– en completar el conocimiento perceptual de los objetos, haciendo referencia a otros objetos no percibidos de inmediato. (p. 32)

Más aun, Piaget e Inhelder (1948/1993) afirman que la representación del espacio no es dada a priori, sino construida. En sus investigaciones verificaron que el niño construye la representación del espacio de manera inversa a la que se le presenta generalmente en la escuela. En la enseñanza de las matemáticas es usual presentar primero nociones de geometría euclidiana, y sólo después de ello tratar temas de geometría proyectiva (representación de sólidos usando perspectiva) y por último, ya en las matemáticas superiores, se presenta la topología (relaciones de vecindad, separación, orden, clausura y continuidad).

Con respecto al espacio perceptual y al representativo, Piaget e Inhelder (1948/1993) llegaron a la conclusión de que las imágenes de los objetos no son sólo resultado de la percepción, y que la construcción del espacio comienza en el plano de la percepción y continúa en el plano de la representación.

Los *Parâmetros Curriculares Nacionais* (MEC/SEF, 1998), documento nacional del Brasil que guía en alguna medida la educación básica, indican que el uso del computador permite generar ambientes de aprendizaje que hacen surgir nuevas formas de pensar y aprender, ya que “[D]esarrollan procesos metacognitivos, en la medida que el instrumento permite reflexionar sobre los contenidos presentados y sus formas de representación, lo que lleva al estudiante a ‘pensar acerca del pensar’” (p. 147).

Para desarrollar el pensar acerca del pensar y ser capaz de percibir y representar los objetos geométricos es necesario, en nuestra opinión, que desarrollemos la habilidad de visualización mediante diversas vías: usando tecnologías computacionales u otros recursos didácticos pertinentes.

En una primera reformulación de las normas planteadas por el *National Council of Teachers of Mathematics*, se destacó el pensamiento visual identificando “la geometría y el sentido espacial” lo que Costa (2000) enfatizó en el “uso de la visualización y el razonamiento espacial para solucionar problemas dentro y fuera de las matemáticas” (p. 162). La norma también señala el uso de la visualización y la modelación geométrica para resolver problemas.

Los expertos en matemáticas reconocen la utilidad de trabajar con objetos abstractos de origen concreto por cuanto la visualización hace explícitas posibles representaciones concretas que develan relaciones abstractas interesantes para el quehacer del matemático. Kilpatrick, Gómez y Rico (1994) señalan que la visualización es un área de investigación actual, y los estudios de Andrade y Nacarato (2004) indican la tendencia a la visualización y la representación debido al uso de la experimentación. En Gutiérrez y Boero (2006) también se resalta la estrecha relación entre la enseñanza de la geometría y la imaginación, intuición, visualización y representación espacial en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Entendemos la visualización como “el proceso de formación de imágenes mentales, con el propósito de construir y comunicar cierto concepto matemático, con miras a ayudar en la resolución de problemas analíticos o geométricos” (Leivas, 2009, p. 22). Por lo tanto, es una habilidad que se puede desarrollar en la gente, incluso en quienes son invidentes, puesto que crean imágenes mentales de objetos geométricos mediante varios mecanismos que se pueden utilizar de la misma manera que los recursos materiales. Así, pues, hacemos una clara diferencia básica entre la habilidad de visualización, que se puede desarrollar, y las ilusiones ópticas, que dependen de la visión de la persona.

BREVE DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN Y SUS RESULTADOS

La investigación tuvo lugar durante el primer semestre de 2013. A los participantes en el estudio se les distribuyó un cuestionario que debían responder y entregar al profesor-investigador. Se les pidió que cada quien respondiera sin consultar al compañero del lado. Se proyectó la clásica Figura 3 para que la observasen y respondiesen la pregunta: ¿Usted qué visualiza en la figura?

En 1915 W. E. Hill publicó por primera vez esta imagen, con la idea de que es difícil ver lo que debemos ver. Representa una chica hermosa mirando de lado, pero también puede representar la imagen de una anciana mirando al sue-

lo. En realidad, la clave de la identificación está en la percepción de lo que se espera ver. Si el espectador se concentra en el collar de la joven, esto puede representar la boca de la anciana. El mentón y las mejillas de la niña representan la nariz de la dama.



Figura 3: La muchacha y la vieja (Recuperado de http://www.ilusionario.es/PERCEPCION/inver_percep.htm)

El protocolo de las respuestas está a continuación.

1. Estudiante 1: Figura con dos imágenes (rostros de dos personas, mujeres), una de pelo largo y otra de pelo corto.
2. Estudiante 2: Rostro de un niño (perfil) sumergido en la arena (tierra) con la parte de la cabeza cubierta con un paño.
3. Estudiante 3: Al principio parece ser el perfil de una persona por encima de los hombros en una especie de colina cubierta por la copa de los árboles.
4. Estudiante 4: Rostro de un niño; pluma de un pájaro; ola.
5. Estudiante 5: Rostro de perfil; ola.
6. Estudiante 6: Una dama con una pluma en la cabeza, abrigo de piel y el velo en la cabeza.
7. Estudiante 7: Una persona (mujer) con el pelo negro, con un velo blanco.

Del protocolo de respuestas obtuvimos que apenas uno de los investigados respondió que había dos imágenes. Aunque es una figura de ilusión óptica y se podían dar un montón de posibilidades, las respuestas parecen corroborar lo que Piaget e Inhelder (1948/1993) indicaron como percepción, a saber: el conocimiento de los objetos, resultante del contacto directo con ellos. Esto sucedió porque el investigador nada les informó a los estudiantes sobre la imagen proporcionada.

Como la intención del investigador era verificar si los profesores investigados habían notado el espacio perceptivo y representativo (visualización), en consonancia con lo que él creía que era adecuado para el nivel de conocimiento de los estudiantes y también para motivarlos a seguir el curso que se iniciaba, propuso la representación de la Figura 4.

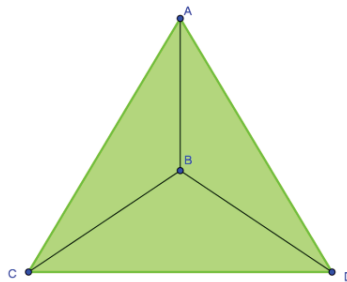


Figura 4: ¿Triángulo o tetraedro? (Construcción realizada en GeoGebra)

Nuestra experiencia e investigaciones han demostrado que estudiantes y profesores no pueden interpretar (visualizar) correctamente ciertas representaciones geométricas, y tampoco son convincentes las que hacen. Con frecuencia, las representaciones que se les proporcionan a los estudiantes son reproducciones xerografiadas o las disponibles en libros de texto o los medios de comunicación digital.

Se presenta el protocolo de las respuestas sobre el significado de la Figura 4.

1. Estudiante 1: Figura geométrica compuesta por tres figuras más, tres vértices, tres lados, ángulos, figura plana, figura del espacio.
2. Estudiante 2: Una pirámide de base triangular ACD .
3. Estudiante 3: Un triángulo de medidas laterales iguales y con un centro marcado con el punto B , dando una sensación de profundidad para observar los lados y la parte inferior de la figura.
4. Estudiante 4: Vértices, segmentos de líneas, triángulos.
5. Estudiante 5: Pirámide de base triangular, puntos, vértices, lados.
6. Estudiante 6: Un tetraedro, un triángulo con su centro marcado. Tres triángulos.
7. Estudiante 7: En primer lugar, sería un tetraedro, donde la base es el triángulo BCD y el vértice es A . Pero para ello deberíamos tener las aristas BC y BD punteadas y no continuas, para imaginarnos un sólido y no tres triángulos ABC , ABD y BCD con el vértice B en común.

El protocolo indica que los estudiantes visualizan una representación de objeto espacial y no una posibilidad de representación formada exclusivamente de triángulos planos. La Figura 4 podría estar representando cuatro triángulos planos: ABC , ABD , BCD , ACD , el último de los cuales no fue reconocido por ninguno de los estudiantes, incluido el Estudiante 7. Observemos que este estudiante está considerando la posibilidad de que sea un tetraedro, pero para ello exige que las aristas deberían ser punteadas, lo que no es correcto para esta situación pues todas las aristas serían visibles.

El Estudiante 6 es el único que indica la posibilidad de que la representación sea de un objeto plano y también de uno espacial. Al afirmar que hay tres triángulos representados no tiene en cuenta el triángulo ACD que en el caso de que representara un tetraedro correspondería a la cara lateral que es invisible.

El Estudiante 5 visualiza un objeto espacial, citando apenas elementos constitutivos del mismo, y no describiéndolo, de forma similar a lo que hizo el Estudiante 4, mientras que el Estudiante 2 percibe la representación de una pirámide, vista desde arriba, en la que visualiza la base como el triángulo ACD y el vértice B .

Los Estudiantes 1 y 3 perciben en la representación la presencia de una figura del espacio e indican elementos constitutivos de la misma.

Para concluir el artículo, señalamos que el análisis de los protocolos puede indicar que los alumnos tienen alguna percepción de representaciones geométricas, con predominio de representación de objetos del espacio. Creemos que esto tiene que ver con el hecho de que el interior de las regiones triangulares ha sido coloreado y no sólo por los segmentos de la frontera, caso en el que quedaría más evidente la representación de polígonos y no de regiones poligonales. Este es un punto que debe ser investigado en el futuro.

Entendemos que los aspectos visuales, como constructos mentales, presentan lagunas que no deberían existir en el nivel de formación en el que están los investigados. La investigación puso de manifiesto que es necesario desarrollar la habilidad de visualización en los estudiantes a lo largo de su formación inicial, académica y en acción continuada.

REFERENCIAS

- Andrade, J.A. y Nacarato, A.M. (2004). Tendências didático-pedagógicas no ensino de geometria: um olhar sobre os trabalhos apresentados nos ENEMs. *Educação Matemática em Revista*, 17, 61-67.
- Gutiérrez, Á. y Boero, P. (2006). *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future*. Rotterdam, Holanda: Sense Publishers.
- Kilpatrick, J. (1994). Investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad. En J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico (Eds.), *Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia* (pp. 1-18). México: Grupo Editorial Iberoamérica y una empresa docente.
- Leivas, J.C.P. (2009). *Imaginação, intuição e visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática* (Tesis de doctorado). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil.
- Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental (MEC/SEF). (1998). *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília, Brasil: Autor.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1993). *A representação do espaço na criança* (Bernardina Machado de Albuquerque, Tr.). Porto Alegre, Brasil: Artes Médicas (primera edición en francés, 1948).