EL ROL DEL PROFESOR Y EL SOFTWARE GEOGEBRA: EXPERIENCIA DE AULA BAJO LA TEORÍA DE LA MEDIACIÓN SEMIÓTICA

Cristina Mejía y Óscar Molina
The English School, Universidad Pedagógica Nacional
cmejia@englishschool.edu.co, ojmolina@pedagogica.edu.co

En este artículo se presenta parte del trabajo de grado que estoy desarrollando para optar por el título de maestría en Docencia de las Matemáticas. Específicamente, se recuentan detalles de una experiencia de aula en la que el objetivo es formular una conjetura en la clase de geometría con estudiantes de grado octavo, y a partir de tal recuento se realiza un análisis parcial del rol del profesor, bajo el modelo de la Mediación Semiótica. Dicha experiencia está centrada en el uso de un software de geometría dinámica como artefacto, y basada en un ciclo didáctico fundamentado en la aproximación metodológica para la enseñanza del grupo Æ • G.

PROBLEMÁTICA

Desde mi propia experiencia, el hecho de que la institución en la que laboro no sólo esté bien dispuesta a aceptar la integración de herramientas tecnológicas en el aula de matemáticas, sino que también la promueva como parte fundamental de la práctica de sus profesores, nos ha puesto ante un reto ineludible: incluir las herramientas en nuestra práctica profesional y en la actividad matemática de nuestros estudiantes. Muchas experiencias relativas a la inclusión de tecnología en el aula se han documentado en diversos contextos (Villarreal y Borba, 2010). Me interesa realizar un estudio deliberado que me permita hacer una experiencia de aula significativa bajo un marco de referencia que proporcione elementos teóricos que soporten dicha inclusión. Considero pertinente, desde mi trabajo de grado para optar por el título de Maestría en Docencia de la Matemática, dar un ejemplo del rol que puede tener un profesor que usa artefactos en su proceso de enseñanza. Para precisar este rol, el estudio se enmarca bajo la Teoría de la Mediación Semiótica (TMS) propuesta por Bartolini-Bussi y Mariotti (2008). Esta Teoría proporciona unos lentes mediante los cuales es posible estudiar y comprender el papel de un profesor que pretende aprovechar artefactos (para este caso, artefactos computacionales como programas de geometría dinámica), usados como mediadores para favo-

Mejía, C. y Molina, Ó. (2013). El rol del profesor y el software GeoGebra: experiencia de aula bajo la teoría de la mediación semiótica. En P. Perry (Ed.), *Memorias del 21º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (pp. 221-228). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

recer procesos de aprendizaje. La TMS propone diseñar un ciclo didáctico que favorezca el aprendizaje de los estudiantes. En mi trabajo de grado, el ciclo propuesto, está fundamentado en la aproximación metodológica para la enseñanza (que pretende favorecer la actividad demostrativa[1] de los estudiantes) del grupo *Æ • G* de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia). Con esta comunicación, espero poner a consideración los avances de mi trabajo de grado, basado en una experiencia de aula, en la que reconociendo el potencial semiótico del software de geometría dinámica GeoGebra4, se diseñó e implementó una secuencia didáctica a partir de la cual se pretende analizar del rol del profesor, bajo la TMS.

MARCO REFERENCIAL

La TMS ofrece un marco conceptual para realizar un análisis del rol del profesor, pues tiene en cuenta el enfoque de la mediación semiótica enunciada por Vigotsky (Mariotti, 2009), según el cual el conocimiento es consecuencia de actividades instrumentadas que emergen y evolucionan dentro de la interacción social. Esta teoría, reconoce que la enseñanza y el aprendizaje se pueden ver como la evolución de signos (e.g., gestos, su producción oral o escrita, o una construcción realizada empleando un software de geometría dinámica). Los signos de los estudiantes, que surgen mediante el uso intencionado de un artefacto, pueden ilustrar sus significados personales, y con la mediación del profesor pueden evolucionar a signos matemáticos asociados a significados matemáticos (una definición o teorema por ejemplo). Mariotti (2009) sostiene que reconocer el potencial semiótico de los artefactos en términos de significados personales y de significados matemáticos permite al profesor, quien es el experto, emplear los artefactos como herramientas de mediación semiótica, y posibilita que los estudiantes conecten sus significados personales, generados por el uso del artefacto, con significados matemáticos reconocibles por dicho experto. Los signos producidos por los estudiantes pueden estar muy pegados al artefacto, es decir, ser producto del uso del artefacto para el abordaje de una tarea específica, o ser producto de la reconstrucción de un contexto relacionado con la actividad desarrollada con el artefacto; estos signos para

[1] Actividad conformada por dos procesos, el de conjeturación (cuyo producto es una conjetura) y el de justificación (cuyo producto es la explicación, prueba o demostración del enunciado conjeturado).

la TMS son los “signos del artefacto” que se espera que evolucionen a “signos matemáticos” (i.e., aquellos que están asociados a la teoría matemática misma). Los “signos pivote” son los signos que indican conexión entre el contexto del artefacto y el contexto matemático y facilitan la transición de un contexto al otro. Así, la producción de signos está fuertemente ligada a las acciones que fueron propuestas para ser desarrolladas con el artefacto (Drijvers, Kieran y Mariotti, 2010).

La TMS propone el diseño e implementación de una serie de actividades, a las que han dado el nombre de ciclo didáctico, con el propósito de desarrollar los componentes del proceso semiótico (Mariotti, 2009). Para este estudio se utilizó como ciclo didáctico la aproximación metodológica inspirada en la propuesta del grupo de investigación Æ • G. Esta aproximación se concentra en proponer tareas que los estudiantes desarrollan en clase, tareas que propician la actividad demostrativa desde un enfoque sociocultural en el que la interacción entre los miembros de la comunidad de clase es vital.

CONTEXTO DEL ESTUDIO Y METODOLOGÍA DE LA CLASE

Esta experiencia de aula se llevó a cabo con un grupo de 13 estudiantes de grado octavo del colegio *The English School*, quienes se organizaban en 4 o 5 grupos, de 2 o 3 personas cada uno. La institución cuenta con salas de computadores de pantalla táctil, y los salones de clase, con tableros inteligentes. Estos tableros tienen un software dirigido a propósitos educativos y fueron de gran utilidad para el desarrollo del experimento. Las clases fueron filmadas de manera tal que los registros obtenidos pudieron derivar en los datos de investigación.

En este artículo presento un pequeño ejemplo con el que pretendo ilustrar cómo se podría usar la TMS para el análisis de protocolos de clase. La metodología empleada en la clase protagonista del análisis que aquí se reporta consistió en el planteamiento de una tarea para cuya realización se reconoce el potencial semiótico del artefacto GeoGebra, y que puede generar una actividad que permite al profesor, mediante la interacción, emplear los artefactos como herramientas de mediación semiótica. Con tal actividad se pretende agregar un elemento más al sistema teórico local que se está construyendo con la comunidad de clase, dicho elemento es un teorema, y se espera que los estudiantes realicen una conjetura a partir de la exploración con el artefacto y el trabajo en grupo. En este proceso, la profesora propicia de manera intencionada que estudiantes conecten sus signos y significados personales con signos (que ella considera matemáticos) producidos por otros estudiantes. Para tal efecto, en la clase la profesora genera discusiones instruccionales con cada uno de los grupos, a partir de los signos producidos, para luego orientarla hacia una discusión que los haga evolucionar a signos y significados matemáticos.

ANÁLISIS DE DATOS

Para la clase que se presenta como ejemplo se tenía el propósito de formular el enunciado del teorema de la mediatriz (*Si una recta r es mediatriz de un segmento, entonces todos los puntos de r equidistan de los extremos del segmento*) como conjetura, a partir de una actividad propuesta a los estudiantes en la que se hace uso de GeoGebra. En el ejemplo se analizan extractos de la producción de dos grupos, a la luz de la TMS. Cabe resaltar que en este análisis se parte del reconocimiento del potencial semiótico de GeoGebra para generar conjeturas, así, el objetivo del análisis es reconocer cómo usa el profesor el potencial semiótico del artefacto para mediar semióticamente la evolución de signos de los estudiantes.

En la clase anterior a la que se analiza se había construido la definición de mediatriz de un segmento: *La recta mediatriz de un segmento $\overline{AB}$es la recta perpendicular a dicho segmento por su punto medio*. Como actividad inicial de la clase que nos interesa, se solicita a los estudiantes construir un segmento $\overline{AB}$ en GeoGebra. La profesora, segura de que todos los grupos siguieron la instrucción, pide encontrar varios puntos que equidisten de A y B. El siguiente extracto muestra el intercambio verbal entre la profesora (P) y un estudiante (SA) cuando los estudiantes están realizando la tarea propuesta:

P: [Dirigiéndose a todo el curso] Encuentre en ese segmento un punto que equidiste del punto A y del punto B

P: ¿Qué punto encontraron? Déjenme ver. Un punto que equidiste de los extremos del segmento [dirigiéndose al grupo de SA] ¿qué punto encontraste tú?

SA: E! [señalando un punto en el segmento]

P: ¿Y cómo sabes que equidista?

SA: Porque está en la mitad de los dos [señalando los puntos A y B]

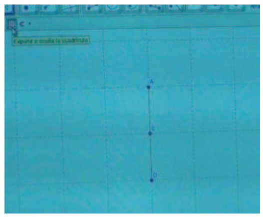
P: ¿Y cómo sabes que está en la mitad?

SA: Porque… no sé, porque usamos cuadrícula

P: Ah ok, ¡usaste cuadrícula!

SA: Ajá

P: O sea, como usaste cuadrícula garantizas que está en la mitad. Bueno, bien. O sea ¿el primer punto que se les ocurrió fue qué punto? ¿Cómo se llama ese punto?



SA: El punto medio

El grupo ha construido el punto medio del segmento pero sin emplear las herramientas de manera adecuada. Este es un signo que se puede considerar como del artefacto: ello, porque los estudiantes construyen el punto medio con base en una opción de GeoGebra (ver la cuadrícula del plano) pero que no se constituye en la construcción robusta que la profesora esperaba. Ella recorre todos los grupos y se percata de que han empleado el mismo método.

A continuación, de manera intencionada, la profesora valida la construcción realizada por el grupo de AA, signo que se podría considerar como matemático pero que la profesora usa como pivote, pues lo utiliza para que el signo del grupo de SA evolucione. El siguiente fragmento ilustra eso:

1. P: [Dirigiéndose al curso] Bueno aquí AA se fue por otro lado. AA construyó la mediatriz
2. SA: ¿Cómo construyó la mediatriz?
3. AA: Con la herramienta mediatriz
4. P: Y como él sabe que la mediatriz… ¿por dónde corta al segmento?
5. SA: ¡Por la mitad!
6. SA: [Produce un signo: construye la mediatriz del $\overline{AB}$ y señala el punto de corte, mientras la profesora realiza su intervención]
7. P: Por el punto medio
8. AA: Entonces ese punto de corte [entre la mediatriz y el segmento] va a ser un punto que equidista de A y un punto que equidista de B

Habiéndose dado cuenta de que la construcción (signo) del grupo de AA es apropiada para lo que se quiere (construir la mediatriz del $\overline{AB}$), la profesora pide a AA que recuente su método con el propósito de propiciar la evolución del signo producido por el grupo de SA. El significado matemático de punto medio emerge entonces. Como se ilustra en la intervención [6] del fragmento anterior, la acción de la profesora es efectiva. Luego de esto, la profesora pide a todos los estudiantes que encuentren otro punto con la condición solicitada. La profesora se centra en el grupo de AA. Está interesada en que los estudiantes usando el software logren establecer que todos los puntos de la mediatriz cumplen con tal condición. Además se interesa porque produzcan un signo que sea una conjetura y que ello evolucione a un teorema.

P: ¿Encontraron otro punto?

AAr Sí, si encontramos [en voz muy baja e insegura]

P: ¿Dónde?

AAr En la mediatriz del segmento [han construido un punto *D* sobre la mediatriz]

P: En la recta mediatriz…y ¿cómo saben que ese punto equidista de los extremos del segmento?

AA Porque está perpendicular a la …

P: ¿Y tenemos alguna herramienta que nos ayude a verificar eso?

AA: Pues… porque está perpendicular al segmento *AB* y está en la mitad.

P: Pero ¿cómo saben que efectivamente equidista?, ¿tenemos algún hecho geométrico?, hicieron alguna prueba con las herramientas de GeoGebra?, ¿qué herramienta se les ocurre usar ahí?

AAr: La herramienta distancia [señalando el ícono con el dedo]

P: Ah, vamos a usar la herramienta distancia

AAr: [Emplea la herramienta para verificar que la distancia del punto *D* a los puntos *A* y *B* es la misma]

P: Ahora sí tal vez podemos decir que lo estamos mostrando, ahora toca probarlo. ¿Dónde pueden encontrar otro punto que equidiste de los extremos?

AA: En cualquier parte de la mediatriz [señalando con el dedo la recta como si empleara la herramienta arrastre]

P: ¿Cualquier punto de la mediatriz va a equidistar? Muéstrenme otros dos, o ¿qué podrías hacer para no mostrarme otro, empleando las herramientas de GeoGebra?

AA: Emplear la herramienta arrastre

P: Para arrastrar a quién

AA: D [mientras tanto está arrastrando al punto *D* empleando el dedo sobre la pantalla táctil]

P: ¿Y qué pasa?

AA: Pues que las distancias se mantienen. Que en ambas siempre siempre es la misma [señalando con los dos dedos las distancias entre los puntos de la mediatriz a los puntos *A* y *B*]

P: Ah, que las distancias se mantienen. Escriban una conjetura. Escríbanme que hecho geométrico acaban de encontrar.

La profesora mediante sus intervenciones, favorece que los estudiantes usen la herramienta arrastre para que se den cuenta de que cualquier punto de la recta equidista de los extremos del segmento. El signo que el grupo había realizado antes (construcción con la cual solo establecían al punto medio como uno de los puntos solicitados) evolucionó a uno que permitía establecer la conjetura esperada por la profesora (construcción de un punto sobre la mediatriz, toma de medidas y arrastre de tal punto para verificar que cumplía con la condición solicitada). Así, el primer signo que la profesora podía haber considerado como matemático pues hacía uso de la definición de mediatriz y era una construcción robusta, la profesora lo usó como pivote pues le vio una conexión con el artefacto (vía función del arrastre) y con lo esperado desde las matemáticas (conjetura: enunciado del teorema objetivo de la clase). La conjetura producida por el grupo fue: *Si ubicamos un punto en cualquier parte de la mediatriz del* $\overline{AB}$ *entonces este punto equidista de los puntos A y B.* En resumen, los significados personales del grupo de AA se transformaron: la primera construcción y, por ende, su primera respuesta (el punto medio del segmento equidista de los extremos del segmento) evolucionaron a una construcción de un punto cualquiera sobre la mediatriz, y con tal construcción, a la formulación de una conjetura (la esperada por la profesora). Signos y significados evolucionaron.

CONCLUSIONES

Los avances en mi estudio me han mostrado que la TMS sí es afortunada para proporcionar una manera de analizar la producción de los estudiantes en un entorno mediado por artefactos y por un experto. También introduce elementos que aunque no son nuevos, sí señalan una nueva vía para enfocar los trabajos de investigación y a su vez una nueva forma de plantear situaciones en las clases, en las que el uso de los artefactos sea intencionado y no pierda de vista las metas educativas.

Por otro lado, la aproximación metodológica del grupo $\mathcal{Æ} \bullet \mathcal{G}$ favorece de manera efectiva la actividad demostrativa por cuanto las tareas propuestas claramente redundan en proporcionar evidencias de los procesos de conjeturación y justificación por parte de los estudiantes.

Referencias

Bartolini Bussi, M.G. y Mariotti, M.A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. En L. English, M.G. Bartolini Bussi, G.A. Jones, R.A. Lesh y B. Sriraman (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (segunda edición revisada, pp. 746-783). Mahwah, EUA: Lawrence Erlbaum.

Drijvers, P., Kieran, C. y Mariotti, M.A. (2010). Integrating technology into mathematics education: Theoretical perspectives. En C. Hoyles y J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology - Rethinking the terrain. The 17th ICMI Study* (pp. 89-132). New York, EUA: Springer.

Mariotti, M.A. (2009). Artifacts and signs after a Vygotskian perspective: The role of the teacher. *ZDM Mathematics Education*, *41*(4), 427-440.

Samper, C., Perry, P., Camargo, L. y Molina, Ó. (Sometido a consideración). *Innovación en un aula de geometría de nivel universitario*, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

Villarreal, M. y Borba, M. (2010). Collectives of humans-with-media in mathematics education: Notebooks, blackboards, calculators, computers and … notebooks throughout 100 years of ICMI. *ZDM Mathematics Education*, *42*(1), 49-62.