

## LENGUAJE MATEMÁTICO: ANÁLISIS DIAGNÓSTICO EN ESTUDIANTES QUE INGRESAN A LA UNIVERSIDAD

Graciela Rey, Rodolfo D'Andrea, Patricia Sastre Vázquez

Facultad de Agronomía Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

Argentina

Facultad de Química e Ingeniería Universidad Católica Argentina

psastre@faa.unicen.edu.ar

**Resumen.** El presente trabajo forma parte de la primera etapa del Proyecto de Investigación “Análisis del Lenguaje Matemático y su influencia en los procesos de Validación en estudiantes universitarios de Ingeniería” realizado en forma conjunta por la Facultad de Agronomía UNCPBA (Azul-Argentina), y la Facultad de Química e Ingeniería UCA (Rosario-Argentina). Aquí se presentan y analizan los resultados de una encuesta piloto en pos de caracterizar las dificultades y obstáculos para la comprensión y traducción entre los registros de expresiones verbales o escritas (lenguaje proposicional) y su representación en lenguaje algebraico (uso de símbolos matemáticos) en los estudiantes que ingresan a la Universidad.

**Palabras clave:** lenguaje matemático, lenguaje natural, comprensión, dificultades

**Abstract.** This paper is part of the first stage of the research project "Analysis of mathematical language and its influence on the processes of validation Engineering college students" held jointly by the Faculty of Agronomy UNCPBA (Azul, Argentina), and Faculty of Chemistry and Engineering UCA Campus Rosario (Argentina). Here we present and analyze the results of a pilot survey towards characterizing the difficulties and obstacles to understanding and translation between records of verbal or written (propositional language) and their representation in algebraic language (mathematical symbols) in the students entering the University.

**Key words:** mathematical language, natural language, understanding, difficulties

### Introducción

El presente trabajo relata una etapa del Proyecto de Investigación “Análisis del Lenguaje Matemático y su influencia en los procesos de Validación en estudiantes universitarios de Ingeniería” realizado en forma conjunta por la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (Azul, Argentina), y la Facultad de Química e Ingeniería de la Universidad Católica Argentina, Campus Rosario (Argentina). El objetivo de este Proyecto está ligado a la caracterización de las dificultades y obstáculos en la comprensión de los lenguajes matemático y natural, y su influencia en los procesos de validación, en los estudiantes que ingresan a la Universidad, pretendiéndose además la generación de propuestas alternativas de solución. En ese marco, con el presente trabajo se busca determinar el nivel de comprensión que sobre los símbolos y signos matemáticos tienen los estudiantes en el momento de ingresar a la Universidad y establecer las dificultades que tienen al leer una expresión matemática, y asociadas las representaciones de un concepto, los significados de los símbolos y signos matemáticos. Es de destacar la importancia que representa el lenguaje para la educación en general y, más específicamente en el área de Matemática, debido a que la comprensión del mismo le permite al estudiante entender e

interpretar el código utilizado por el docente, en el desarrollo de una clase, en un texto o cualquier otro material educativo. El lenguaje, que le es propio a la Ciencia Matemática, se manifiesta como un instrumento esencial en la formación de estructuras conceptuales y desarrollos de algoritmos. Éste no sólo cumple la función comunicativa cuya única finalidad es llevar a buen término el entendimiento entre profesor y estudiante, sino que debe pensarse como un entorno de análisis y optimización de la actividad matemática.

El lenguaje que utiliza Matemática se presenta de modos diferentes, es decir como un Lenguaje Coloquial con el que puede expresarse en forma oral o escrita; un Lenguaje Simbólico que ofrece la ventaja de ser más sintético y más claro para las demostraciones y razonamientos y como un Lenguaje gráfico que sirve para aclarar o interpretar conceptos o proposiciones a través de la visualización. Debe destacarse que en los tres casos se trata del mismo lenguaje, pero expresado de modo diferente. Pero la clave del lenguaje matemático es el lenguaje simbólico que es la esencia de la Matemática misma, aunque a diferencia de los otros dos requiere específicamente que quién se inicie en el mismo deba recorrer un largo y complejo camino hacia la abstracción. (D'Andrea, Curia y Lavalle, 2012). El pensamiento matemático requiere entonces del lenguaje simbólico esencialmente en conjugación con el visual y el coloquial permitiendo la decodificación de los mismos en la comprensión, generando así el proceso de abstracción. Este permite concentrarse en ciertas características de los objetos, además de que evita la necesidad de guardar continuamente otras en su mente. Desde el punto de vista de la comunicación, la característica más importante de la Matemática es su lenguaje riguroso, el cual está ligado al hecho de que sus conceptos son entes abstractos cuyas representaciones están determinadas tanto por la semiótica como por la noética (Duval, 1998) y por lo tanto las relaciones de los símbolos y signos dependen del dominio conceptual en el que se encuentren. Las expresiones matemáticas por sencillas que sean, son registros semióticos que determinan significados (semántica), sin importar la forma en la que están representados (sintaxis). Éstos significados están mediados por conceptos fundamentales que son la base de la construcción del saber matemático.

### Metodología

Para obtener la información necesaria, se aplicó una encuesta-diagnóstico, sobre el dominio del lenguaje algebraico que consistió en un cuestionario, donde uno de los objetivos fue conocer los antecedentes académicos de los estudiantes inscriptos, así como la habilidad para extrapolar expresiones verbales ordinarias al lenguaje algebraico. El test empleado está inspirado en la propuesta de Ortega y Ortega (2001) con las modificaciones y adaptaciones

que se consideraron necesarias para esta investigación. Se aplicó a un total de 171 estudiantes ingresantes, de los cuales 71 pertenecen a UCA y 100 a UNCPBA.

La primera parte de la encuesta recolectó información sobre: datos personales del estudiante, la calidad de la enseñanza matemática recibida, grado de utilidad que le asigna a la Matemática, y su predisposición y gusto por la misma. En la segunda parte, se averiguó sobre cuestiones concretas relativas al conocimiento previo que el estudiante conoce acerca del lenguaje matemático: el grado de conocimiento del significado de los símbolos más usuales y de los enunciados que suelen aparecer en textos matemáticos.

Las preguntas de la segunda parte estaban referidas al:

- 1) Conocimiento de símbolos matemáticos: Se solicitó a los estudiantes que indicaran el significado de diez símbolos matemáticos o logogramas (Pimm, 1990):  $\forall \exists \in \subset \neq \Rightarrow \Leftarrow \sum \cup \cap$  Además se les preguntó si éstos les resultaban familiares y si alguna vez los habían utilizado.
- 2) Conocimiento de las diferencias entre distintas definiciones matemáticas: Se pidió relacionar diez conceptos: definición, teorema, hipótesis, contraejemplo, tesis, proposición, demostración, ejemplo, axioma silogismo, con la descripción más adecuada.
- 3) Escribir en lenguaje natural una expresión matemática dada.
- 4) Escribir en lenguaje matemático una expresión, relacionada con conceptos matemáticos, y proporcionada en lenguaje natural.

El procedimiento de categorización de las respuestas consistió en clasificar las respuestas en tres categorías: Mal, Regular y Bien, para la segunda parte de la encuesta y en seis categorías para de los ítems de la primera parte. Estas categorías se presentan porcentualmente en tablas y en forma de gráfica. Se destacan que los porcentajes de estudiantes que no respondieron fueron nulos en todos los casos.

## Resultados

- 1) *Resultados sobre la calidad de la enseñanza matemática recibida en el nivel educativo anterior, gusto por la Matemática, interés y dificultad en su aprendizaje y consideración de su utilidad:*
  - a) Algo más de la mitad de los estudiantes encuestados considera que la enseñanza matemática recibida en el nivel educativo anterior ha sido buena.
  - b) Solo una minoría de los encuestados manifiesta sentir poco o nada de gusto por la Matemática.

- c) Más de la mitad de los estudiantes refiere tener bastante interés por el estudio de la Matemática. Para ningún estudiante, resulta “nada interesante”.
- d) Ningún estudiante considera a la Matemática como muy difícil; la mayoría de las respuestas se distribuyen entre los niveles intermedios de dificultad.
- e) Entre los estudiantes que creen que la Matemática es muy o bastante útil, se supera el 90% de encuestados.
- 2) Resultados sobre grado de conocimiento de los diferentes tipos de símbolos y enunciados que conforman el lenguaje matemático, considerados éstos como elementos independientes (Gráficos N° 1, N° 2 y N° 3)
- f) Los símbolos que resultaron más familiares, entre los presentados, son: “pertenece” y “no pertenece”, siendo a la vez los más utilizados junto a: “unión” e “intersección”.
- g) Los mismos símbolos son, además, los que obtienen mayor porcentaje respecto al conocimiento de su significado y los que han resultado con mayor cantidad de interpretaciones correctas sobre sus significados.
- h) La mayoría de los encuestados no fue capaz de reconocer las definiciones de los conceptos presentados.
- i) El concepto menos reconocido es el de “demostración”.
- j) Resulta llamativo el relativamente bajo porcentaje obtenido en el reconocimiento del concepto de “ejemplo”, partiendo del supuesto de que se trata de un término que resulta familiar y es utilizado en la vida cotidiana.

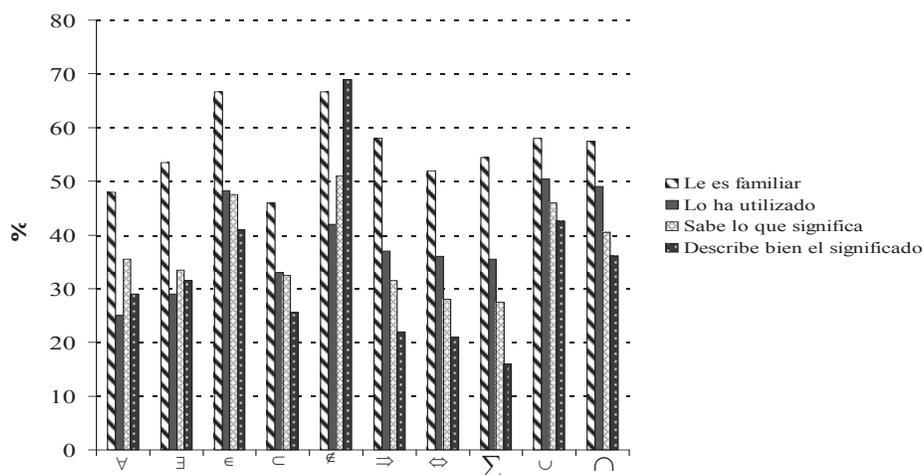


Gráfico N° 1: Algunos resultados obtenidos

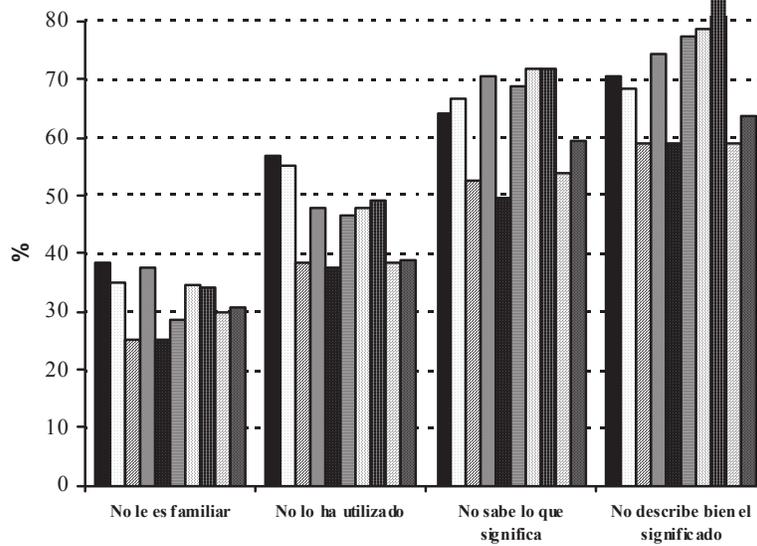


Gráfico N° 2: Grado de conocimiento de algunos símbolos matemáticos

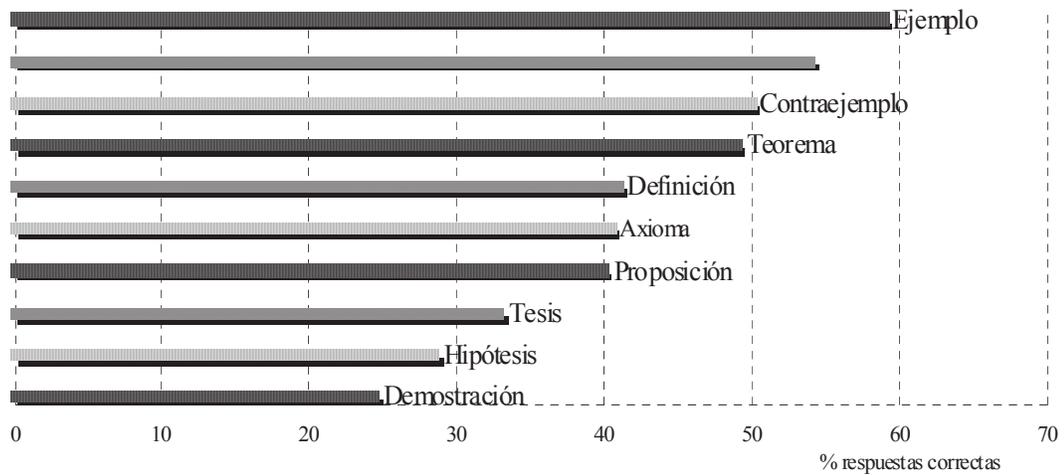
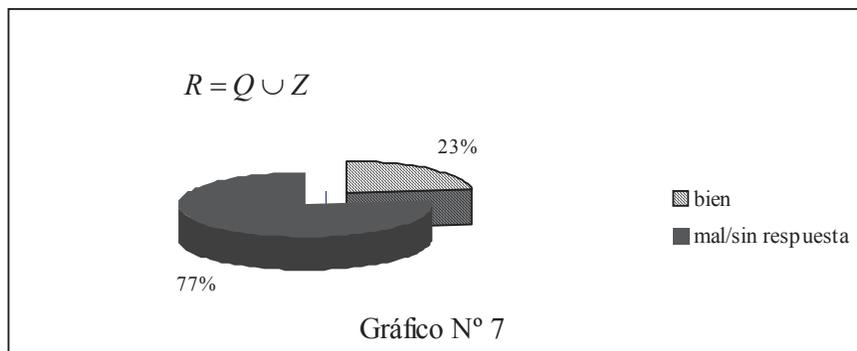
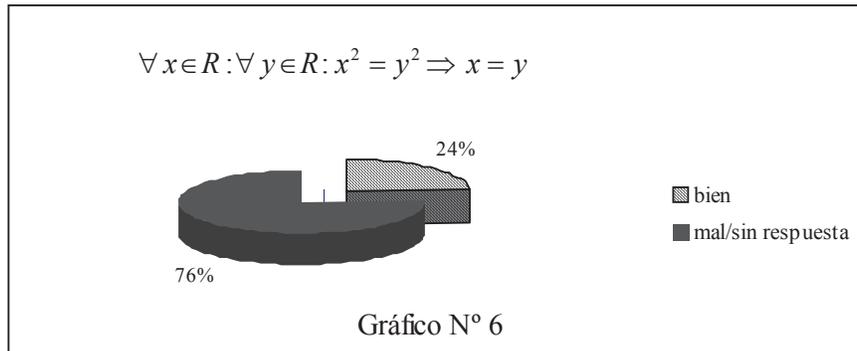
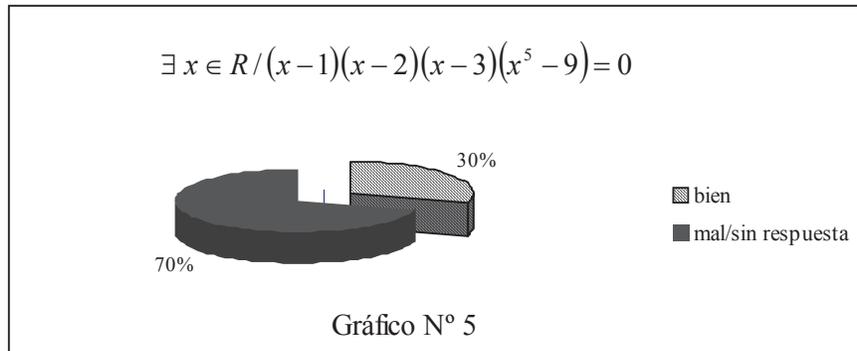
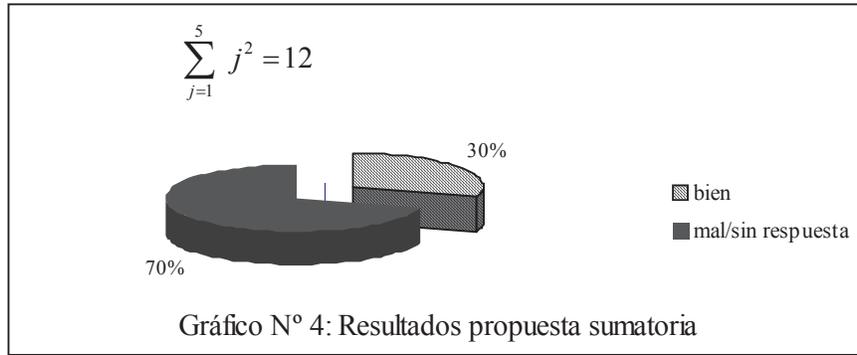


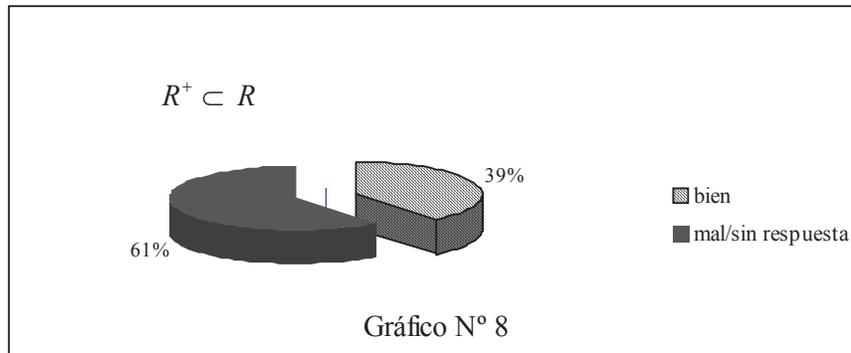
Gráfico N° 3: Conceptos epistemológicos que hacen a la deducción matemática

3) Resultados sobre la interpretación de expresiones simbólicas (comprensión y explicación de su significado) (Gráficos N° 4, N° 5, N° 6, N° 7 y N° 8)

k) La mayoría de los estudiantes ha sido incapaz de realizar alguna interpretación de las expresiones matemáticas presentadas, sean éstas correctas o no.

l) Casi la totalidad de los encuestados no fue capaz de presentar ejemplos apropiados.





4) Resultados sobre conocimientos referidos a la traducción de expresiones que involucran conceptos matemáticos, del lenguaje natural o coloquial al lenguaje simbólico.

m) Una amplia mayoría de los alumnos encuestados (90% en UCA y 75% en UNCPBA) no fue capaz de realizar las traducciones del lenguaje natural al simbólico.

n) El mejor desempeño, aunque con porcentajes exigüos, se obtuvo en los casos en los que intervenían conceptos derivados de la teoría de conjuntos (ejemplo: “Dos conjuntos A y B son iguales si y solo si el primer conjunto está incluido en el primero y el segundo conjunto está incluido en el primero.”)

### Conclusiones

En términos generales, la mayoría de los estudiantes ingresantes expresa su conformidad respecto a la enseñanza matemática recibida previamente, reconociendo la utilidad de esta ciencia y manifestando interés por ella, considerándola con un nivel de dificultad intermedio. Con los resultados de esta encuesta piloto es posible confirmar un escaso nivel de comprensión de los símbolos matemáticos que tienen los estudiantes en el momento de ingresar a la Universidad. Se observa una alta ausencia de respuestas por parte de los estudiantes en las actividades referidas a la identificación de conceptos matemáticos, interpretación de expresiones simbólicas y traducciones y articulaciones entre distintos lenguajes (natural y simbólico). Esta realidad dificulta la posibilidad de arribar a conclusiones que permitan establecer y caracterizar las falencias que tienen los estudiantes respecto de estas capacidades. A través de los resultados parciales obtenidos en el presente trabajo se concluye sobre la necesidad de que los estudiantes logren superar las dificultades descriptas, en pos de un desempeño exitoso en el tránsito de los estudios universitarios. En síntesis, los resultados indican que los estudiantes desconocen los principales elementos del lenguaje matemático, causando esto numerosos errores de construcción y de interpretación. Estos no pueden asociar los conceptos con sus definiciones y menos aún pueden dar ejemplos, generando dificultades a la hora de resolver desde simples ejercicios de aplicación de

algoritmos, pasando por la resolución de problemas y la comprensión y reproducción del sustento teórico que permite el desarrollo de la práctica. Enfocando concretamente en la resolución de los problemas, esta depende en principio de la comprensión del enunciado y luego de la conversión de las informaciones que se presentan: se debe pasar de una descripción discursiva de los objetos a una escritura simbólica (numérica o literal) de sus relaciones, es decir, a un modelo simbólico de la situación. No debe pensarse que este pasaje es automático y directo y que el estudiante, incluso pudiendo trabajar eficazmente en los registros de partida y de llegada efectuando tratamientos de las representaciones, por separado, pueda lograr la conversión entre registros. Una parte importante de las dificultades de los estudiantes ante la resolución de problemas se debe a que estos no pueden dar 'el primer paso', el que se considera básico y fundamental, que es la lectura comprensiva del enunciado del problema, su interpretación acabada, que es la base sobre la cual deberá construirse la posterior resolución, que también puede presentar problemas, pero de otro tipo. (Sastre Vázquez, Boubée y Delorenzi, 2008). Considerando a la Matemática como una manifestación semiótica entonces sus elementos generan significados sintácticos y semánticos en un lenguaje simbólico, el cual podría considerarse equivalente al lenguaje natural de un individuo. (Radford, 1997). Sin embargo los estudiantes no transponen automáticamente el lenguaje natural que utilizan habitualmente al sistema de escritura matemática. La adecuada utilización del lenguaje es un camino fundamental para el aprendizaje de la Ciencia Matemática. El estudiante no dimensiona la importancia que tiene este, que es equiparable a la acción de pensar. Y precisamente en esta falta de dimensionamiento, radica la cuestión, ya que el entorno no le permite al estudiante diferenciar la comunicación que se produce a través del lenguaje natural, de la comunicación que le es propia de la Matemática a través de su propio lenguaje código, de forma entonces que la comprensión de los problemas pasa por adecuada utilización del lenguaje específico de esta Ciencia. (Mariscal Antezana, 2003)

### Referencias bibliográficas

- D'Andrea, R.E., Curia, L. y Lavallo, L. (2012). *Razonamiento deductivo y validación en estudiantes universitarios*. Alemania: Editorial Académica Española.
- Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.). *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp.173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Mariscal Antezana, G. (2003). *Una aproximación a la Didáctica en el Proceso del Aprendizaje de las Matemáticas*. Disponible en <http://www.revistaciencias.com/>

- Ortega, J. F. y Ortega J. A. (2001). Matemáticas: ¿un problema de lenguaje? *Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA, Rect@*, 9 (1), 2-12.
- Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid: Ediciones Morata, S. L.
- Radford, L. (1997). On Psychology, Historical Epistemology and the teaching of Mathematics: *Toward a Socio-Cultural History of Mathematics. For the learning of Mathematics*, 17 (1), 26-33.
- Sastre Vázquez, P., Boubée, C., Rey, G. y Delorenzi, O. (2008). La comprensión: proceso lingüístico y matemático. *Revista Iberoamericana de Educación* 46, 8–15.