

## CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO Y DE LA COGNICIÓN DE LOS ALUMNOS SOBRE CUERPOS GEOMÉTRICOS. UN ESTUDIO DEL DOMINIO EN DOCENTES PARA LA EDUCACIÓN SECUNDARIA

Natalia Sgreccia, Marta Massa

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Universidad Nacional de Rosario

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas

sgreccia@fceia.unr.edu.ar, mmasa@fceia.unr.edu.ar

Argentina

**Resumen.** El conocimiento del contenido y de los alumnos es uno de los dominios del conocimiento matemático para enseñar geometría tridimensional en los dos primeros años de la escuela secundaria. El mismo está asociado con las dificultades cognitivas que pueden tener los alumnos. Se presentan resultados, vinculados con dicho dominio, como parte de una investigación realizada con estudiantes avanzadas y egresadas de un Profesorado de Matemática de Argentina. La indagación estuvo orientada a caracterizar sus conocimientos para enseñar cuerpos sólidos en los dos primeros años de la escuela secundaria. Se comparten los resultados relativos acerca de: inferencia sobre posibles dificultades cognitivas en un contenido, habilidades geométricas a desarrollar en los alumnos y ejemplos para favorecer aprendizajes.

**Palabras clave:** conocimiento matemático, enseñanza, geometría 3d, escuela secundaria

**Abstract.** Knowledge of content and students constitutes one of the required domains of knowledge for teaching Mathematics. This domain is associated with cognitive difficulties that students may have. Related results with this domain are presented, as part of a research done on advanced and graduates students in Mathematics Teaching in Argentina. The study was oriented to characterize that domain of knowledge for teaching solids in the two first years of secondary school. The relative results -about: possible inference about cognitive difficulties in a particular content and content in general, geometric skills to develop in students and examples of use to promote learning- are shared.

**Key words:** mathematical knowledge, teaching, 3d geometry, secondary school

### Encuadre del estudio

Esta investigación es parte de la tesis doctoral “La geometría del espacio en el Profesorado en Matemática: la generación de puentes entre la formación disciplinar y didáctica” (Sgreccia, 2012). Se analiza el caso de la Universidad Nacional de Rosario, similar a otros Profesorados universitarios en Matemática de Argentina. Interesa caracterizar el conocimiento matemático para enseñar geometría 3d en los dos primeros años de la escuela secundaria logrado en su formación por estudiantes para profesor y egresadas recientes.

La problemática emerge ante la reducida investigación educativa acerca de la formación de grado en la didáctica de la geometría tridimensional y la escasa importancia atribuida a este contenido por el profesor en la escuela secundaria (Moore-Russo & Schroeder, 2007). Según Ball, Thames & Phelps (2008), la mayoría de la gente estaría de acuerdo en que conocer Matemática es importante para su enseñanza. Sin embargo, lo que comprende tal conocimiento y su alcance aún amerita indagación desde la investigación especializada. Estos

autores proponen un conjunto de seis dominios de *conocimiento matemático para enseñar* que han de disponer los profesores:

*Dominio 1. Conocimiento común del contenido:* es el que poseen las personas que usan la Matemática en cualquier ámbito científico o profesional, no sólo de enseñanza.

*Dominio 2. Conocimiento en el horizonte matemático:* permite establecer la manera en que los contenidos matemáticos se relacionan con otros en el currículum y ofrece una visión para entender las conexiones entre las diversas nociones matemáticas.

*Dominio 3. Conocimiento especializado del contenido:* atiende a las adecuaciones, adaptaciones y secuenciaciones realizadas para transformarlo en contenido enseñable, aspectos no requeridos en otras profesiones u oficios que recurren a la Matemática.

*Dominio 4. Conocimiento del contenido y de los alumnos:* integra conocimiento acerca de la cognición de los alumnos y los procesos matemáticos que devienen en ellos. Le permite al docente prever respuestas, actitudes, dificultades y aciertos de sus alumnos.

*Dominio 5. Conocimiento del contenido y de la enseñanza:* requiere una interacción entre el entendimiento matemático específico y los aspectos pedagógicos y didácticos. Comprende, entre otros: las formas didácticas de abordar el desarrollo de la Matemática para hacer accesible su contenido a otros, las orientaciones para gestionar la clase, la organización de instrumentos adecuados para evaluar contenidos específicos.

*Dominio 6. Conocimiento del contenido y del currículum:* abarca los fundamentos, enfoques y organización vinculados con los programas y los materiales didácticos diseñados para la enseñanza de asignaturas y contenidos particulares en un nivel educativo determinado. Es un conocimiento vinculado con lo normado jurisdiccional e institucionalmente y que posibilita las decisiones y acciones como docente.

En la tesis doctoral de referencia se trabajó con los seis dominios mencionados. En esta oportunidad se reporta lo relativo al *conocimiento del contenido y de los alumnos*.

### **Metodología de la investigación**

Se adoptó un enfoque cualitativo, con aportes cuantitativos, y su alcance es descriptivo, con rasgos correlacionales (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2006).

Participaron 19 estudiantes y 13 egresadas (75% de las cohortes 2002-2007), representadas, respectivamente, con A1...A19 y B1...B13 en lo sucesivo. Se aplicaron cinco cuestionarios abiertos individuales en instancias virtuales correlativas y grupos de discusión (siete encuentros presenciales en grupos de 4 o 5 miembros). El procesamiento de la información se realizó

mediante análisis del contenido (Ander-Egg, 2003), detectando indicadores (modalidades) para las categorías de análisis establecidas. En este trabajo se analizan las respuestas a cuatro preguntas (Tabla 1) que ofrecen información acerca del *conocimiento del contenido* y de los *alumnos* que las participantes poseen.

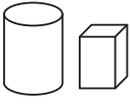
| Categorías de análisis  | Preguntas formuladas  |
|---|---|
| <b>Inferencia sobre posibles dificultades cognitivas en un contenido en particular.</b> Se focaliza hacia la visualización de la superficie lateral de un cilindro y un prisma            | Quizás los alumnos tengan dificultades para entender que para cubrir la superficie lateral de estos cuerpos se usan trozos de papel de la misma forma. ¿Por qué cree que surge esta dificultad?  |
| <b>Inferencia sobre posibles dificultades cognitivas en el contenido en general.</b> Se atiende a las eventuales dificultades de los alumnos al trabajar con cuerpos poliedros y redondos | ¿Cuáles son las dificultades de los alumnos con las que suele encontrarse, o supone que podría encontrarse, al enseñar cuerpos poliedros y redondos en los dos primeros años de la escuela secundaria?  |
| <b>Habilidades a desarrollar en los alumnos.</b> Se centra la mirada en las promovidas en una secuencia de enseñanza de sólidos platónicos dada   | ¿Cuáles habilidades promueve esta secuencia en los alumnos?   |
| <b>Ejemplos considerados de utilidad para favorecer aprendizajes.</b> Con referencia a poliedros regulares convexos   | ¿Cuáles ejemplos de poliedros regulares convexos considera que podrían ser adecuados para motivar a los alumnos y complementar esta secuencia?  |

Tabla 1. Categorías de análisis y preguntas formuladas

### Resultados asociados a cada categoría de análisis

Respecto a la Inferencia sobre posibles dificultades cognitivas en un contenido en particular, las dificultades mencionadas por las participantes pudieron ser agrupadas, por su naturaleza, en *obstáculos matemáticos* y *didácticos*, cuyas modalidades se presentan en la Tabla 2. Las participantes identificaron predominantemente los focos *matemáticos* que podrían estar obstaculizando el entendimiento del alumno, con 22 alusiones de estudiantes y 15 de egresadas frente a solo 4 referencias a *obstáculos didácticos* por parte de docentes noveles.

Escasamente aludieron a eventuales circunstancias que, desde la enseñanza, pueden devenir en *obstáculos didácticos*, por posibles intervenciones docentes desacertadas que podrían propiciar concepciones erróneas en los alumnos (Brousseau, 2007). Sólo tres egresadas mencionaron *obstáculos didácticos*. Esto estaría indicando que casi todas las participantes se centran en obstáculos asociados netamente a contenidos matemáticos, sin prever que las decisiones docentes al respecto también pueden estar propiciando la dificultad en cuestión.

En cuanto al aspecto *matemático*, se dieron dos tipos de miradas: *analítica*, contemplando características de las superficies laterales y también de las bases, y *global*, aludiendo al carácter

de *poliedro vs. redondo*. En la primera se involucra, explícita o implícitamente, el desarrollo plano de los cuerpos. En la segunda se distinguen tanto la curvatura de las superficies laterales como la presencia -o no- de plegado (aristas).

|                        | Modalidades  | Fragmentos de respuestas  |
|------------------------|--|---|
| Obstáculos matemáticos | (11,7) Distinción de algunas características de las superficies laterales              | [...] ver la superficie lateral del cilindro como “un todo”, en un cuerpo redondo y la superficie lateral del prisma rectangular como “suma de partes” (B6)   |
|                        | (8,4) Distinción global entre cuerpos, por la curvatura                                | [...] el cilindro es un cuerpo redondo. Piensan que, como en el caso de la esfera y el cono, el cilindro no se puede cubrir con un polígono (A8)  |
|                        | (3,4) Distinción entre las formas de las bases   | [...] por la forma de sus bases. Para cubrir la superficie lateral del cilindro los “bordes” superior o inferior del papel son segmentos que sobre el cilindro forman circunferencias y sobre el prisma forman polígonos regulares (B11)  |
| Obstáculos didácticos  | (0,1) Predominio de lo 2d sobre lo 3d  | [...] en la mayoría de los casos, los alumnos piensan o ven a las figuras siempre en dos dimensiones [...] (B2)   |
|                        | (0,1) Falta de instancias escolares que propicien la manipulación de objetos tangibles | [...] a veces no les damos la oportunidad de que “desarmen y vuelvan a armar las figuras”, lo que significaría para ellos una nueva visión del cuerpo [...] (B2)  |
|                        | (0,1) Abordaje de contenidos en forma aislada  | [...] dar tratamiento por separado a los cuerpos redondos y los cuerpos poliedros cuando se aborda el tema “áreas laterales de cuerpos” [...] (B9)  |
|                        | (0,1) Limitaciones en la manipulación de materiales                                    | [...] Al pensar en cubrir las superficies laterales de los cuerpos dados, los estudiantes pueden quedarse sujetos a la idea de que el papel utilizado debe permanecer adherido al cuerpo. De esta manera no gozan de la libertad de retirarlos, descubriendo nuevamente las superficies laterales de los cuerpos y comparando los trozos de papel utilizados [...] (B4) |

Tabla 2. Inferencia sobre posibles dificultades cognitivas en un contenido en particular (El par ordenado (a,b) ubicado junto a cada modalidad indica la cantidad de estudiantes (a) y de egresadas (b) que la mencionaron)

Las tres primeras modalidades correspondientes a *obstáculos didácticos* aludieron a un menor trabajo de los alumnos en el espacio tridimensional que en el bidimensional (según insinuó la egresada B2), escasos momentos de clase destinados a una manipulación de objetos 3d para analizar sus elementos constitutivos (B2), falta de integración de distintos tipos de cuerpos al introducir el cálculo del área de su superficie lateral (B9). Cabe mencionar que la última modalidad de la Tabla 2 estaría denotando una falta de flexibilidad en el uso del recurso y en la comprensión de consignas.

En relación con la categoría Inferencia sobre posibles dificultades cognitivas en el contenido en general, las respuestas pudieron ser organizadas según las modalidades:

|   |   |
|---|---|
| (12,9) Representación gráfica 2d de lo 3d | (5,1) Secciones planas de cuerpos           |
| (6,7) Proceso de visualización            | (2,0) Mecanización de procedimientos        |
| (5,2) Representación mental 3d de lo 2d   | (1,0) Lenguaje específico; Motricidad fina; |
| (2,5) Aplicación a medidas                | Descomposición de cuerpos; Motivación de    |
| (3,3) Contenidos geométricos necesarios   | alumnos                                     |

Puede observarse que la mayoría de las participantes (excepto 3 estudiantes y 3 egresadas) aludió, en algún sentido, a la *relación 2d-3d*, al referirse a: representación gráfica 2d de lo 3d, representación mental 3d de lo representado en 2d, secciones planas de cuerpos. Esto denota que las participantes son conscientes que las acciones para establecer esta relación se enmarcan en un proceso de aprendizaje no automático, en acuerdo con Gutiérrez (1998):

Al enseñar geometría espacial, el proceso de comprensión del concepto subyacente a una representación plana se complica debido a que hay que recorrer dos pasos: 1) interpretación de la figura plana para convertirla en un objeto tridimensional y 2) interpretación de este objeto (que en muchos casos sólo existe en las mentes de los estudiantes) para convertirlo en el concepto geométrico objeto de estudio (p.194).

Las referencias a otros contenidos del currículum escolar, tanto *necesarios* como previos (quinta modalidad) o posteriores, como *aplicaciones a medidas* (cuarta modalidad), descentran el foco de atención sobre la geometría 3d.

La segunda modalidad alude al *proceso de visualización*, comprendiendo tanto las referencias a las imágenes producidas por la visión directa del objeto concreto como a su abstracción en cuanto idea matemática. Esta modalidad, junto con la correspondiente a *descomposición de cuerpos*, son las únicas que se centran exclusivamente en geometría 3d.

Algunas participantes aludieron a dificultades más generales, que trascienden el contenido geométrico específico que aquí se está tratando, como ser: *mecanización de procedimientos*, *lenguaje matemático específico*, *motricidad fina* y *motivación de alumnos*.

En la categoría Habilidades a desarrollar en los alumnos, las respuestas se organizaron según los cuatro tipos propuestos por Höffer (1981): visuales, razonamiento, dibujo y construcción, comunicación. Las de tipo *visual* tuvieron limitadas menciones tanto en frecuencia como en su contenido. Las respuestas contemplaron habilidades perceptivas -visuales y táctiles- que estarían ayudando al proceso de visualización. Esto hace suponer que se considera que estas habilidades deben ser desarrolladas en la escolaridad primaria. Además, en general, las *habilidades visuales* así concebidas se consideraron como previas o promotoras de las *habilidades de razonamiento matemático*. Éstas fueron las predominantes: las participantes vieron

en la secuencia propuesta un posible medio para la promoción de procedimientos que trasciendan tareas escolares de reproducción mecánica de conocimiento. Términos clave que sugieren esta idea, por ejemplo, son: elegir estrategias apropiadas (A1), ser consciente de su proceder (A1), evaluar el trabajo realizado (A19), resolver problemas (B1), establecer conexiones (B2), formular una conjetura (B7).

Para las participantes resulta sustantivo el desarrollo de procedimientos asociados con el reconocimiento y puesta en juego de relaciones entre los conceptos aprendidos, de modo de organizar procesos inferenciales que orienten la reflexión sobre lo realizado.

En menor medida se valoró la habilidad de *representación* y *construcción* de cuerpos en sí, no sólo como medio para lograr otros fines. Esto da indicios de la necesidad de potenciar su valor formativo, tal como mencionan Barrero, Beltrán, Bifano, Carpintero, Fioriti, Giuliani, Sessa y Vega (2007, p.33) “Las actividades de construcción -con una gestión de la clase que favorezca la reflexión- pueden resultar muy fértiles para promover la exploración y la elaboración de propiedades, así como para poner en juego propiedades ya conocidas”.

| CN<br>3      | Modalidades   | Fragmentos de respuestas  |
|--------------|---|---|
| Visuales     | (6,4) Sentido de la vista con el objeto concreto                            | [...] las habilidades de visualización espacial (A6)<br>[...] la observación de los poliedros concretamente [...] (A13)   |
|              | (5,3) Sentido del tacto con el objeto concreto                              | [...] la manipulación de objetos geométricos (A16)<br>[...] ver todos los elementos de un poliedro real tocándolo [...] (B10)   |
| Razonamiento | (9,4) De 1° tipo: relacionar y aplicar contenidos ya desarrollados          | [...] poder relacionarlo con otros cuerpos (no necesariamente geométricos) [(A4)<br>[...] interpretar mejor y correctamente los contenidos conceptuales desarrollados (A14)<br>[...] posibilidad de establecer conexiones con contenidos matemáticos dados anteriormente (B2)   |
|              | (9,11) De 2° tipo: inferir y probar nuevas relaciones                       | [...] Establecer relaciones entre dos objetos. Comparar dos imágenes<br>[...] Extraer propiedades de las figuras construidas (B6)<br>[...] formular una conjetura, corroborar o reformular la conjetura hecha anteriormente tratando de realizar una pequeña demostración y finalmente organizar toda la información obtenida (B7)  |
|              | (13,9) De 3° tipo: trascender lo realizado y observarlo retrospectiva-mente | [...] metacognitivas, ya que es una secuencia integrada de procedimientos que fueron elegidos con un objetivo determinado y el alumno debe saber elegir estrategias apropiadas y adaptarlas para lograr un buen aprendizaje y para esto debe ser consciente de lo que está haciendo (A1)<br>Elaborar criterios personales que permitan resolver una situación problemática [...] reflexionar críticamente sobre los posibles errores cometidos (B1) |

|                       |                                   |   |
|-----------------------|-----------------------------------|---|
| Dibujo y construcción | (5,4) Construcción de los cuerpos | <i>La de construir ellos mismos [...] la de probar y no poder construir algo que pensaban que se podía (A18)</i><br><i>[...] Construcción sobre la base de pautas dadas [...] (B6)</i>  |
|                       | (2,1) Representación matemática   | <i>[...] representación de los poliedros en el papel [...] (A3)</i><br><i>[...] manejando procedimientos básicos de esta ciencia en todas sus formas: oral, escrita, gráfica y simbólica [...] (B1)</i>   |
| Comunicación          | (7,4) Interacción grupal          | <i>[...] Es muy importante el momento en que todos los grupos exponen sus trabajos, pues también así se aprende intercambiando ideas (A13)</i><br><i>[...] desarrollo del pensamiento entre pares, lo que es muy importante porque entre los integrantes del grupo se plantean los distintos cuerpos, preguntas [...] (B13)</i> |
|                       | (3,3) Cognitivo-lingüísticas      | <i>[...] luego poder dar una explicación de la causa por la cual el conjunto de estos sólidos es finito [...] (A11)</i><br><i>[...] cognitivo-lingüísticas, a la hora de intercambiar ideas o de comunicar las conclusiones a los demás grupos (explicar, justificar, argumentar) (A12)</i>                                     |

Tabla 3. Habilidades a desarrollar en los alumnos

Las transcripciones de la Tabla 3 muestran dos concepciones distintas relacionadas con la *construcción de cuerpos*: aquellas que se basan en un criterio de exploración (A18) y las que le asignan un carácter de desarrollo guiado (B6).

Entre las *habilidades de comunicación*, fue considerable la valoración del intercambio en el *trabajo grupal*, trascendiendo la actividad individual que suele predominar en las clases de Matemática, para resolver ejercicios luego de escuchar la explicación del profesor (Báez Melendres, Cantú Interián y Gómez Osalde, 2007; Vilella, 2001). Si bien las participantes, en conjunto, consideraron un amplio abanico de posibilidades, ninguna de ellas puntualizó en *habilidades de aplicación y transferencia*. A modo de síntesis se advierte que: 10 estudiantes y 7 egresadas no mencionaron *habilidades visuales* en sus respuestas; sólo 1 integrante de cada grupo no indicó *habilidades de razonamiento*; 12 estudiantes y 8 egresadas no señalaron *habilidades de dibujo y construcción*; 11 estudiantes y 7 egresadas no aludieron *habilidades de comunicación*. Sólo 2 estudiantes y 3 egresadas contemplaron, en sus respuestas, las cuatro habilidades identificadas.

En la categoría Ejemplos considerados de utilidad para favorecer aprendizajes, la amplia gama de ellos responde a las cinco modalidades que se muestran en la Tabla 4. Se observa el predominio de las modalidades: *cotidianeidad y familiaridad; Matemática*. En la primera modalidad se identificaron dos enfoques para promover el interés del alumno frente a lo desconocido: el que hace referencia a los más difundidos como el cubo (A5); el que otorga mayor significatividad a los poliedros menos frecuentes, como el icosaedro (A1). En la modalidad *Matemática* se ubican ejemplos de poliedros que actúan como prototipos en instancias

escolarizadas. Se destaca que a esta modalidad corresponden las respuestas de la mayoría de las estudiantes, sugiriendo su poca familiarización con el campo de aplicación.

Las participantes aludieron, aunque en menor medida, a ejemplos vinculados con *Juegos, Arte y Arquitectura, Ciencias Naturales*, abarcando un amplio espectro de aplicaciones y siendo -en proporción- más recurrentes las respuestas de egresadas aquí. No se aprecian referencias específicas con los avances tecnológicos actuales.

| Modalidades                           | Fragmentos de respuestas   |
|---------------------------------------|--|
| (11,7)<br>Cotidianidad y familiaridad | <u>Por ser los más cotidianos y familiares:</u> [...] el cubo y el tetraedro, por tener un menor grado de dificultad y ser los más frecuentes en la vida cotidiana [...] (A5)<br><u>Por ser los menos cotidianos y familiares:</u> [...] el icosaedro, el dodecaedro y el octaedro por ser cuerpos poco comunes, es decir, son cuerpos que no están presentes en el entorno diario de los alumnos, por lo que pueden generar curiosidad en ellos (A11) |
| (14,3)<br>Matemática                  | [...] los poliedros regulares convexos vistos anteriormente (los sólidos platónicos) son poliedros del espacio 3D y [...] existen otros poliedros regulares convexos en otras dimensiones, por ejemplo el Hiper cubo en 4D, mostrándoles la representación del mismo [...] (A14)   |
| (4,4) Juegos                          | Un ejemplo apropiado es el dodecaedro, pues los polígonos (pentágonos) se unen como en la pelota de fútbol [...] (A1)<br>[...] El cubo mágico es un poliedro regular [...] (B1)  |
| (2,4) Arte y Arquitectura             | [...] construcciones arquitectónicas que reproducen poliedros regulares con distintos materiales (vidrio, acrílico, cemento) (A12)<br>[...] obras de arte en las cuales aparezcan poliedros, como por ejemplo, dibujos de Escher o esculturas [...] (B7)   |
| (1,4) Ciencias Naturales              | [...] El virus de la poliomielitis y de la verruga tiene forma de Icosaedro. Las células del tejido epitelial tienen forma de Cubos y Prismas [...] (B6)   |

Tabla 4. Ejemplos considerados de utilidad para favorecer aprendizajes

Cabe observar que la suma de las respuestas a esta categoría es el par ordenado (32,22), que no llega a duplicar la cantidad de estudiantes ni de egresadas participantes. Esto indica que, en promedio, cada participante aportó pocos ejemplos, como si *cuerpos poliedros y redondos* fuese un contenido que tiene una cantidad limitada de ejemplos posibles. Este supuesto se robustece ante la honesta respuesta de una participante que argumentó: *En este momento no se me ocurre ninguno* (B5).

### Comentarios finales

El estudio ha dado evidencias que las dificultades cognitivas que suponen las participantes que los alumnos de escuela secundaria podrían tener en la visualización de cuerpos responden predominantemente a obstáculos matemáticos por sobre los de tipo didáctico. Las alusiones a dificultades cognitivas intrínsecamente 3d en torno al contenido en cuestión fueron escasas, percibiéndose la poca familiaridad de las participantes con una profundización en esta área. Más

bien predominó su vinculación o aplicabilidad con temas de la geometría (2d) o con el eje Medidas, cuyo tratamiento suele ser más usual en las clases reales (Barrantes y Blanco, 2004).

Resultó nutrido el espectro de habilidades geométricas aportadas en conjunto, pero no fue así en cada participante en particular. En general, se valoró la secuencia para enseñar sólidos platónicos sobre la que se organizó uno de los cuestionarios por su promoción de construcción de conocimiento y en el momento de analizar ejemplos de poliedros regulares. En general, estos últimos se concentraron más en dos ámbitos: lo cotidiano y familiar así como el propiamente matemático, con escasas referencias a otros campos de aplicación que es hoy muy amplio. De manera sintética se puede decir que resta fortalecer este dominio de *conocimiento matemático para enseñar*, que amalgama *geometría del espacio y alumnos del secundario*, en términos de especialidad del contenido y del nivel educativo.

### Referencias bibliográficas

- Ander-Egg, E. (2003). *Métodos y Técnicas de Investigación Social IV. Técnicas para la recogida de datos e información*. Buenos Aires: Lumen.
- Báez Melendres, M., Cantú Interián, C. y Gómez Osalde, K. (2007). *Un estudio cualitativo sobre las prácticas docentes en las aulas de matemáticas en el nivel medio*. Tesis Grupal de Licenciatura en Enseñanza de Matemáticas. Mérida: Universidad Autónoma de Yucatán.
- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407.
- Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las Ciencias*, 22 (2), 241-250.
- Barrero, M., Beltrán, S., Bifano, F., Carpintero, C., Fioriti, G., Giuliani, D., Sessa, C. y Vega, S. (2007). *Geometría. Aportes para su enseñanza. Nivel Medio*. Buenos Aires: Dirección de Currícula de la Secretaría de Educación del Gobierno de Buenos Aires.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *Ema. Investigación e innovación en Educación Matemática*, 3 (3), 193-220.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4ª ed.). México: McGraw Hill.
- Höffer, A. (1981). Geometry is more than Proof. *Mathematics Teacher*, 74 (1), 11-18.

Moore-Russo, D. & Schroeder, T. (2007). *Preservice and inservice secondary mathematics teachers' visualization of three-dimensional objects & their relationships*. Ponencia presentada en el North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Octubre, Stateline.

Sgreccia, N. (2012). *La geometría del espacio en el Profesorado en Matemática: la generación de puentes entre la formación disciplinar y didáctica*. Tesis de Doctorado no publicada, Facultad de Humanidades y Artes, Universidad Nacional de Rosario. Argentina.

Villella, J. (2001). *Uno, dos, tres... Geometría otra vez. De la intuición al conocimiento formal en la EGB*. Buenos Aires: Aique.