

ANÁLISIS DEL TRATAMIENTO DEL ÁLGEBRA EN EL PRIMER AÑO DE SECUNDARIA: SU CORRESPONDENCIA CON LOS PROCESOS DE ALGEBRIZACIÓN Y MODELIZACIÓN

Myrian Luz Ricaldi Echevarria
 Colegio SS.CC Recoleta
 myrianluz@hotmail.com, tauromayo@gmail.com

Perú

Resumen. El presente reporte de investigación analiza el tratamiento que se da al álgebra en el primer año de secundaria. La investigación es de tipo cualitativo y utiliza como marco teórico fundamental la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD). El estudio fue realizado con 63 estudiantes del primer año de secundaria de un colegio privado en la ciudad de Lima. La investigación describe y analiza las diferentes organizaciones matemáticas y didácticas presentes en libros de textos y programas curriculares, además de incluir una descripción de la entrevista estructurada aplicada a docentes en relación a su práctica pedagógica.

En este contexto, la investigación describe y analiza si el tratamiento del álgebra en el primer año de secundaria corresponde a un proceso de algebrización y si la modelización está presente en el proceso de instrucción estudiado.

Palabras clave: algebrización, teoría antropológica de lo didáctico, modelización

Abstract. This research assesses the treatment given to the algebra in the first grade of high school. This is a qualitative research and uses the Anthropological Theory of the Didactic (ATD), as its theoretical framework. The study was conducted with 63 students in the first year of high school at a private school in Lima city. The research describes and analyzes the different mathematical and educational organizations showed in textbooks and curricula, and includes a structured interview applied to teachers about their teaching practice.

In this context, the research describes and analyzes whether algebra treatment in the first grade of high school corresponds to an algebraization modeling process and if it is showed in the instructional process studied.

Key words: algebraization, Anthropological theory of didactics, modelling

Introducción

El estudio del álgebra está presente a lo largo de toda la escolaridad llegando incluso hasta el nivel universitario. Sin embargo, a pesar de su presencia explícita en los programas curriculares, los estudiantes muestran dificultades asociadas a la resolución de problemas que implican la aplicación comprensiva de conocimientos algebraicos.

La presente investigación pretende focalizar su atención en analizar si el tratamiento del álgebra en el primer año de secundaria corresponde a un proceso de algebrización y si la modelización está presente en el proceso de instrucción estudiado.

Abordaremos nuestro estudio desde una perspectiva epistemológica e institucional, considerando los fenómenos didácticos a partir de la modelización de la componente matemática. Para ello, nos situaremos dentro del marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la cual nos suministrará las herramientas de análisis matemático y didáctico necesarias para reconstruir una posible evolución del dominio de investigación álgebra.

Formulación del problema

En el presente trabajo se busca analizar si el tratamiento del álgebra escolar en el primer año de secundaria corresponde a un proceso de algebrización o si el encuentro con tópicos algebraicos es a través de una aritmetización del álgebra. En este proceso se analizará también el papel que juega la modelización.

Objetivos de la investigación

Objetivo general:

Analizar si el tratamiento del álgebra en el primer año de secundaria corresponde a un proceso de algebrización y si la modelización está presente en el proceso de instrucción estudiado.

Objetivos específicos:

1. Analizar los lineamientos curriculares propuestos en el Diseño curricular nacional (DCN) respecto al tratamiento del álgebra escolar.
2. Analizar si los tipos de tareas y técnicas propuestos en los libros de texto y actividades de clase son pertinentes para el estudio de temas algebraicos.

Marco teórico

La presente investigación tomará como referente la teoría antropológica de lo didáctico, propuestas por Chevallard (1997). Esta teoría nos brinda herramientas de análisis que nos permite caracterizar la serie de transformaciones a las que son sometidos los conocimientos algebraicos al pasar de una institución a otra, resaltar el papel de las instituciones en un sistema didáctico y analizar la idoneidad didáctica de un proceso de estudio para mejorar su funcionamiento.

Teoría antropológica de lo didáctico

La TAD fue uno de los primeros enfoques en considerar, como objeto de estudio e investigación, no sólo las actividades de enseñanza y aprendizaje en el aula, sino todo el proceso que va desde la creación y utilización del saber matemático hasta su incorporación en la escuela como saber enseñado. Dicho objeto de estudio incluye además todas las instituciones que participan en este proceso. Bajo esta perspectiva, la actividad matemática debe ser interpretada como una actividad humana junto a las demás, y no considerarla solo como la construcción de un sistema de conceptos, como la utilización de un lenguaje o como un proceso cognitivo.

Por otro lado, se debe precisar que este marco teórico emplea como noción básica el término de praxeología el cual hace referencia a la estructuración o modelo único y coherente de toda actividad humana regularmente realizada, sobre los modos de hacer y saber. Este término hace referencia a la praxis (hacer), es decir, los tipos de problemas o tareas que se estudian y las técnicas que se construyen para solucionarlos. Al mismo tiempo, refiere al término logos, que se identifica con el saber e incluye las descripciones y explicaciones que nos permiten entender las técnicas, esto es, el discurso tecnológico y la teoría que da sentido a los problemas planteados. Tipos de tareas, técnica, tecnología y teoría son los elementos que componen una praxeología. (Bosch, Espinoza y Gascón, 2003).

Tratamiento del álgebra en la escuela

La investigación proporcionaremos algunos elementos para el análisis del funcionamiento didáctico del tratamiento del álgebra escolar en el primer año de secundaria. En nuestro caso realizaremos una:

Descripción del tratamiento algebraico en los programas curriculares del nivel secundario

El DCN, señala que el área curricular de matemática se orienta a desarrollar el pensamiento matemático y el razonamiento lógico del estudiante desde los primeros grados, con la finalidad que vaya desarrollando las capacidades que requiere para plantear y resolver con actitud analítica los problemas de su contexto y de la realidad.

En el mismo documento se indica que para desarrollar el pensamiento matemático, resulta relevante el análisis de procesos de casos particulares, búsqueda de diversos métodos de solución, formulación de conjeturas, presentación de argumentos para sustentar las relaciones, extensión y generalización de resultados, y la comunicación usando el lenguaje matemático.

En el caso del área de matemática, las capacidades explicitadas para cada grado involucran los procesos transversales de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas, siendo este último el proceso a partir del cual se formulan las competencias del área en los tres niveles.

Para fines curriculares, el área de matemática en este nivel se organiza en función de:

- ❖ Números, relaciones y funciones
- ❖ Geometría y medición
- ❖ Estadística y probabilidad.

En cuanto al estudio del álgebra, el DCN propone su estudio en todos los niveles de la educación básica, dentro de la componente denominada Números, Relaciones y Funciones.

Creemos que esto se debe a su consideración como objeto de estudio en sí mismo, lo que constituiría una restricción para usar el álgebra como un instrumento de modelización.

Luego de la revisión del DCN afirmamos que:

- ❖ Sólo en el primer año de secundaria, se propone el estudio de patrones y el establecimiento de generalizaciones. Para este mismo grado se plantea el cálculo de valores numéricos y la traducción de enunciados verbales. Esto evidencia la consideración del álgebra como un lenguaje, pues se priorizan los procesos de simbolización.
- ❖ A medida que se avanza en los grados de la educación secundaria, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Además que hay una orientación hacia el cálculo operativo.
- ❖ Es una buena guía para organizar, planificar e interpretar la enseñanza a lo largo de la escolaridad obligatoria. Los rasgos inherentes a los procesos de simbolización, la manipulación de las expresiones algebraicas y el uso de algoritmos para resolver problemas son los tres puntos en torno a los cuales gira la programación propuesta en el DCN para nuestro dominio de investigación: el álgebra escolar. Además:
- ❖ El trabajo previo es un requisito para desarrollar la modelización, por lo que es necesario considerar capacidades a largo plazo que permitan el estudio de situaciones iniciales, la construcción de modelos, la formulación de respuestas y nuevas preguntas en un periodo de tiempo superior a un año.
- ❖ El álgebra escolar debe incluir el estudio de patrones (numéricos, geométricos y de cualquier otro tipo), las funciones, y la capacidad de analizar situaciones con la ayuda de símbolos, a largo de toda la escolaridad. Su estudio en un solo grado es insuficiente para lograr la formalización y generalización de situaciones diversas.
- ❖ El DCN, no propone articulaciones entre conocimientos básicos estructurados en el estudio de los sistemas algebraicos y analíticos para el desarrollo de un pensamiento algebraico y variacional, donde los conceptos de ecuación y función son fundamentales.

Además, aunque se proponen el trabajo en torno a procesos generales de pensamiento (como los de resolución de problemas, la modelación algebraica, el uso de conceptos y procedimientos) en diversos contextos (específicos de las matemáticas, cotidianos y de otras disciplinas), no se formulan pautas metodológicas de cómo llevarlas a cabo.

Análisis epistémico de los textos seleccionados

Diversos autores concuerdan que el papel que los profesores asignan al libro de texto es central. Así, en el informe Cockcroft (1985) se afirma que los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula.

Para propósitos de la presente investigación, se describió y analizó tres libros de texto en relación al tratamiento del álgebra escolar en el primer año de secundaria.

Los libros revisados fueron:

- ❖ Matemática I. Editorial Santillana, del año 2007 editado en Lima, Perú.
- ❖ Matemática I. Editorial Norma, del año 2007 editado en Lima, Perú.
- ❖ Matemática I. Editorial Bruño, texto oficial del MINEDU (Ministerio de Educación) del año 2008.

Las prácticas matemáticas relacionadas al álgebra escolar se analizaron considerando:

- ❖ Los distintos usos de las letras y de la igualdad en la presentación de contenidos.
- ❖ La construcción y el uso de distintos modelos de solución de ecuaciones.
- ❖ Los procesos de solución de problemas y su relación con los procesos de modelización.



Figura 1: Aspectos algebraicos presentes en los textos analizados

Del análisis de los textos inferimos que los argumentos, las técnicas y tecnologías no son el objeto de estudio más importante, su lugar es tomado por la operatividad de las expresiones algebraicas (manipulación de ecuaciones, operatividad de monomios y polinomios, cálculo del valor numérico y del grado de expresiones algebraicas). Hay ausencia de cuestionamiento

tecnológico, pues los procedimientos se usan sin problematizar su dominio de validez y sin modificaciones para adaptar los procedimientos a otro tipo de tareas.

Análisis de las prácticas docentes en el tratamiento del álgebra

Se considera que la práctica del docente en el aula tiene estrecha relación con sus concepciones y con su experiencia previa. Por ello, creemos pertinente tener otro referente sobre el tratamiento del álgebra a nivel escolar en el primer año de secundaria, en este caso nos referimos a la visión crítica del docente sobre su práctica pedagógica y los resultados que esta muestra. Esta información la pretendemos recabar a través de una entrevista estructurada, cuyas respuestas nos darán mayores elementos de análisis, pues constituyen al mismo tiempo una mirada crítica y autocrítica sobre cómo se enseña el objeto de estudio: álgebra escolar. A continuación los resultados de la entrevista estructurada aplicada a cinco profesores en relación a su práctica pedagógica:

En cuanto a la experiencia de trabajo de los profesores entrevistados abordando temas algebraicos, tenemos que dos de los profesores han enseñado álgebra por 10 años, el resto tiene entre 3 y 7 años de experiencia. Un profesor señaló además que el álgebra está inmersa en toda la matemática, lo cual implicaría de alguna manera que no la considera un área o dominio de aprendizaje específico sino una herramienta presente a lo largo de la educación escolar. Los profesores señalan que, según su experiencia, la enseñanza del álgebra se presenta a lo largo de toda la secundaria, dependiendo los temas del grado y la programación. Dos de ellos además acotan que han enseñado álgebra en quinto y sexto grado de primaria.

En cuanto a la inversión en horas de clase, dos de los profesores entrevistados señalaron que dedicaban entre 2 y 3 horas pedagógicas de clase semanales a la enseñanza del álgebra, una profesora indicó que todo un bimestre, otro docente indicó que casi siempre y, el último docente que el número de horas de clase depende de la programación y del año.

Todos los profesores consideraron necesaria la introducción del álgebra en la secundaria, sin embargo las razones que proponen son diferentes: Una profesora indicó que es necesaria su introducción porque es valioso como conocimiento y además las situaciones propuestas motivan al estudiante; esto devela un tipo de docente que considera a las situaciones algebraicas como un fin en sí mismo, o como un recurso interesante para despertar la atención del estudiante, no se buscan interconexiones, ni justificaciones, ni ampliaciones de técnicas utilizadas o la producción de nuevos problemas, sino simplemente su aplicación inmediata. Por otro lado, tres docentes señalan necesaria su introducción pues describe técnicas que aisladas permiten resolver algunas situaciones específicas, estos docentes señalan textualmente que muchos problemas de geometría, trigonometría y aritmética necesitan del dominio de

conocimientos algebraicos. Esto indica una posición de considerar al álgebra como un dominio de conocimiento aplicable a diversos contextos. Finalmente, una docente identifica el álgebra con un lenguaje que usa símbolos para representar objetos abstractos no conocidos.

En referencia a cómo suelen enseñar el tema de álgebra, tres docentes mencionaron los siguientes recursos didácticos: material concreto y técnicas lúdicas para fijar conceptos, y un poco de historia sobre el aporte de algunos personajes. Los otros tres docentes señalaron temas específicos de ejercicios con variables y procedimientos mecánicos cómo la resolución de ecuaciones. Del diálogo con los profesores se concluye que su praxis en aula se corresponde con lo previamente desarrollado en ese tema y, que este respondía a cuestiones institucionales (del colegio) ó formas de trabajo previamente validadas por su experiencia.

Considerando los problemas que suelen plantearse en el estudio del álgebra, los docentes entrevistados señalan como dificultades: encontrar aplicaciones en contextos reales a situaciones que involucran los grados relativos y absolutos, fijar las leyes de signos y la multiplicación de monomio, y los ejercicios con variables (el docente no da mayores detalles). No hay preocupación de los docentes por unificar los procedimientos para producir nuevos tipos de problemas que requieran nuevas técnicas de solución.

En relación a si los estudiantes evidencian haber aprendido álgebra; cuatro docentes responden positivamente, sólo un docente aclara la presencia de un grupo de estudiantes que generalmente siempre tienen dificultades y otro docente señala porcentualmente que desde su experiencia los estudiantes de instituciones educativas particulares demuestran mayor aprendizaje de tópicos algebraicos.

Sobre los temas algebraicos donde demuestran mayor logro de aprendizaje, los docentes entrevistados indicaron: el estudio del grado relativo y absoluto, reducción de términos algebraicos, valor numérico, ecuaciones, productos notables y leyes de exponentes. En el caso de nuestro estudio sólo los cuatro primeros están presentes en el trabajo del primer año de secundaria.

Considerando si estaban o no de acuerdo con la forma como el álgebra se presenta en los textos escolares, el 100% de los docentes entrevistados indicaron que no estaban de acuerdo y señalaban como justificación los necesarios cambios en los siguientes aspectos: la incorporación de problemas aplicados en contextos reales, reconocen la excesiva importancia dada a la aplicación de reglas algorítmicas. Un docente además señaló que los textos deberían ser más entretenidos y que deberían presentar el álgebra de otra forma. Por otro lado, dos docentes mencionaron que algunos libros consideran temas no idóneos al nivel cognitivo de desarrollo de los estudiantes.

A la pregunta ¿considera necesario hacer cambios en la introducción del álgebra? Cuatro de los cinco docentes entrevistados contestaron que si era necesario hacer cambios, luego propusieron las siguientes posibilidades para el estudio introductorio del álgebra en el primer año de secundaria: el trabajo con material concreto al menos al inicio para asegurar la comprensión de conceptos, proponer situaciones contextualizadas y motivantes para el estudiante, y que sean aplicables a la geometría, la trigonometría y/o la aritmética; además aprovechar del buen uso del recurso histórico. Sólo un docente señaló que no era necesario hacer ningún cambio.

Como resultado del contraste entre las evidencias, lo que dicen los profesores y algunos elementos analizados se presenta lo siguiente: Sobre su experiencia enseñando álgebra, los docentes señalaron que según su experiencia la enseñanza del álgebra se presenta a lo largo de toda la secundaria. Esto se correlaciona con lo presentado de la revisión del DCN, donde los tópicos algebraicos se presentan a lo largo de la educación secundaria. Los libros de texto revisados también confirman esta situación pues, en la mayoría de ellos se señala específicamente una unidad bajo el título de introducción al álgebra ó simplemente álgebra. Por lo tanto, concluiríamos que las prácticas identificadas como algebraicas han sido muy utilizadas y aplicadas en un dominio amplio de temporalidad a lo largo de la educación secundaria; pero sólo a nivel técnico puntual.

En cuanto a la inversión en horas de clase, los libros de primero de secundaria revisados, necesitan aproximadamente un bimestre para desarrollar los temas propuestos. De esto deducimos que los contenidos dependen del grado de estudio y de la programación propuesta en cada institución escolar.

En cuanto a la necesidad de introducir el álgebra a nivel escolar, consideramos que el grupo de docentes entrevistados prioriza en el álgebra las actividades y tareas que favorecen los procesos de simbolización, y las aplicaciones para resolver situaciones locales, asociando cada una de estas concepciones a los distintos usos de la variable y a los elementos que en la actualidad se consideran manifestaciones del pensamiento algebraico: habilidades para resolver problemas, habilidades para abstraer, representar, procesar, comunicar y habilidades para razonar. Por otro lado notamos que la introducción al álgebra se presenta como una generalización de las prácticas aritméticas.

Respecto a los problemas que suelen presentarse en el estudio del álgebra, los docentes están evidentemente mucho más preocupados por el manejo técnico local, sólo para responder a situaciones que en la mayoría de los casos se quedan en el campo abstracto. La modelización algebraica se queda en el trabajo en el modelo, perdiéndose la oportunidad de aprovechar las

situaciones que amplíen el conocimiento del sistema estudiado inicialmente. Esta situación es la misma que se expone en los libros de textos analizados, donde los contenidos atomizados mayormente utilizan técnicas algorítmicas que no muestran interconexiones; sólo en el texto del Ministerio de Educación se presenta un intento por presentar situaciones cercanas al estudiante, pero en forma aislada.

En relación a si los estudiantes evidencian haber aprendido álgebra, este grupo de docentes considera que no todos los alumnos aprenden igual y que tal vez el contexto institucional condicione los niveles de logro de los estudiantes. Esto último se corresponde con la posición de la TAD, según la cual, el objeto primario de investigación a nivel escolar es la actividad matemática desde una perspectiva institucional.

El interés de los docentes está en el aprendizaje comprensivo de las definiciones básicas. Por ello, proponen recursos metodológicos, a fin de lograr dominio y aplicación en diversos contextos de los contenidos propuestos. Sin embargo, aquí también hay una concepción que prioriza el contenido o dominio de destrezas y aplicaciones como fin en sí mismo; confirmando con ello, el carácter aislado de las técnicas.

Conclusiones

El tratamiento del álgebra en el primer año de secundaria no corresponde a un proceso de algebrización y la modelización está ausente en el proceso de instrucción estudiado. La problemática detectada es que los contenidos se presentan aislados, mayormente se utilizan técnicas algorítmicas y existe sólo interés por el manejo tecnológico puntual, perdiéndose la oportunidad de aprovechar las situaciones que amplíen el conocimiento.

Por otro lado, luego del análisis efectuado a los textos empleados y al DCN, y de la entrevista estructurada efectuada a algunos profesores, se vio reforzada la afirmación de que los docentes priorizan las actividades y tareas que favorecen los procesos de simbolización y las aplicaciones para resolver organizaciones matemáticas puntuales, en lugar de buscar algo más de complejidad entre sus componentes a través de organizaciones matemáticas locales o regionales. Esto confirma el carácter aislado de las técnicas y el dominio de algoritmos como un fin en sí mismas.

Referencias bibliográficas

- Bosch, M., Espinoza, L. y Gascón, J. (2003). El profesor como director de procesos de estudio. Análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *En Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23 (1), 79 -135.

Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Editorial Aique.

Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: ICE-Horsori.

Cockcroft, W. (1985). *Las matemáticas sí cuentan: Informe Cockcroft*. Recuperado el 18 de enero de 2011, de: http://divulgamat2.ehu.es/index2.php?option=com_content&do_pdf=1&id=9228.