# UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA POTENCIAR LA ELABORACIÓN DE ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE INVOLUCREN LA IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES DE ALGUNOS POLIEDROS EN ESTUDIANTES DE CUARTO GRADO

## Christian Fuentes, Yenny Gaviria, Paola Vásquez y Jeisson Márquez

Universidad Distrital Francisco José de Caldas cristianfuentes558@hotmail.com, yengavi@hotmail.es, paolavasquez7@hotmail.com, yeve8323@hotmail.com

Se presenta una experiencia de aula realizada en el segundo semestre del año 2010 en el IED Colegio Nacional Restrepo Millán, con respecto a la enseñanza de geometría tridimensional a partir de la teoría de situaciones didácticas con dos cursos de cuarto grado.

# LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

Según MEN (1998), la enseñanza de la geometría en la educación básica es una herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es predominantemente geométrico. Este aspecto constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos matemáticos como, por ejemplo, las diversas formas de argumentación. En este caso, el desarrollo de la percepción espacial y de las intuiciones sobre las figuras bidimensionales y tridimensionales, la comprensión y uso de las propiedades de las figuras, el reconocimiento de propiedades, relaciones a partir de la observación de regularidades que conduzca al establecimiento de conjeturas y generalizaciones.

A partir de las evidencias encontradas en la actividad diagnóstica realizada a los estudiantes de grado cuarto, se identificaron algunas dificultades (e.g., deficiencias para caracterizar figuras bidimensionales y tridimensionales, y para identificar las propiedades de algunos sólidos a partir de la resolución de problemas), por lo cual vimos la necesidad de diseñar e implementar una secuencia de actividades para abordar las dificultadas observadas, teniendo en cuenta como pregunta orientadora: ¿Cómo elaborar e implementar una secuencia de actividades que potencien en los estudiantes de grado cuarto la elaboración y el reconocimiento de estrategias de resolución de problemas que involucren la

Fuentes, C., Gaviria, Y., Vásquez, P. y Márquez, J. (2011). Una secuencia didáctica para potenciar la elaboración de estrategias de resolución de problemas que involucren la identificación de propiedades de algunos poliedros en estudiantes de cuarto grado. En P. Perry (Ed.), *Memorias del 20º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (pp. 205-212). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

identificación de propiedades de algunas figuras geométricas planas y tridimensionales, a través del uso de sus diversas representaciones?

# MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

Por medio de la planeación, el diseño y la ejecución de una secuencia de actividades, se busca que los estudiantes de grado cuarto de la institución educativa I.E.D. Colegio Nacional Restrepo Millán, logren construir parte del pensamiento geométrico (construcción de poliedros y sus características). Para lograr que los estudiantes realicen la construcción de dicho conocimiento, se planteará una serie de situaciones significativas para el estudiante, para que de esta forma se lleve el desarrollo del objeto matemático. En este momento se ha de tener en cuenta lo mencionado desde la parte legal, del propio saber y la metodología propuesta de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Es de notar que todos estos aspectos no son individuales; todo lo contrario, están totalmente relacionados entre sí. A continuación, en el marco teórico se explicitará la conjunción de estos tres elementos:

Para tener claro lo que se desea enseñar vamos a tener en cuenta la definición que dan Godino y Ruiz (2002), de lo que es un poliedro y de las propiedades de algunos poliedros:

Un poliedro es el sólido delimitado por una superficie cerrada simple formada por regiones poligonales planas. Cada región poligonal se dice que es una cara del poliedro, los vértices y lados de las regiones poligonales se dicen que son los vértices y lados del poliedro. (p. 482)

Desde una perspectiva didáctica MEN (1998) menciona que el estudio de la geometría intuitiva en los currículos de las matemáticas escolares se había abandonado como una consecuencia de la adopción de la "matemática moderna". Desde un punto de vista didáctico, científico e histórico, actualmente se considera una necesidad ineludible volver a recuperar el sentido espacial intuitivo en toda la matemática, no sólo en lo que se refiere a la geometría.

En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, entendido como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales.

Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor¹ de un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas; paralelamente también se tuvo en cuenta la utilización de los siguientes estándares los permitirán que la secuencia didáctica no sólo este fundamentada desde el aspecto didáctico, del saber matemático, sino que también hacer uso del aspecto legal para sustentarla.

- Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.
- Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.
- Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.
- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

### METODOLOGÍA

El planteamiento metodológico para la planeación y la ejecución de la secuencia de actividades se basa en la Teoría de Situaciones Didácticas propuesta por Brousseau (1986), y en la que se proponen las siguientes fases para la enseñanza de la matemática en el aula:

Fase de acción: En esta fase los estudiantes con sus conocimientos previos tratan de dar respuesta a la situación, dándose cuenta de que con los conocimientos que poseen no logran responder la situación.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, entro otros.

Fase de formulación: En cuanto a la comunicación en esta fase se plantea que por medio del intercambio de ideas realizado por los estudiantes se llega a fortalecer los conocimientos de cada uno de los estudiantes.

Fase de validación: En esta etapa los estudiantes ponen en juego el objeto de estudio, donde el estudiante describe lo hecho, justificando las estrategias utilizadas para dar solución a la situación planteada.

Fase de institucionalización: En este momento el profesor generaliza los conceptos inmersos durante el desarrollo de todas las fases y da a conocer la intencionalidad de aprendizaje que se pretendía en los estudiantes.

Además de los planteamientos anteriores también se tuvieron en cuenta las fases de aprendizaje geométrico, propuestas por Alsina (1997).

Fase 1: Discernimiento: Se presentan a los estudiantes situaciones de aprendizaje dando el vocabulario y las observaciones necesarias para el trabajo.

Fase 2: Orientación dirigida: El profesor propone una secuencia de actividades para que los estudiantes realicen y exploren; la ejecución y reflexión propuesta servirían de motor para proporcionar el avance en los niveles de conocimiento.

Fase 3: Explicitación: Los estudiantes, una vez realizadas las experiencias, expresan resultados y comentarios. Durante esta etapa el estudiante estructura el sistema de relaciones exploradas.

Fase 4: Orientación libre: Con los conocimientos adquiridos, los estudiantes aplican sus conocimientos de forma significativa a otras situaciones distintas de las presentadas, pero con estructura comparable.

Fase 5: Integración: Los objetos y las relaciones son unificados e interiorizadas en un sistema mental de conocimientos.

La secuencia de actividades inició con la implementación de una actividad diagnóstica donde se evidenciaron las dificultades conceptuales que presentaron los estudiantes (entre ellas, la representación plana de figuras tridimensionales). Con base en esta información se diseñó y se presentó una situación fundamental (que será el marco en donde estén todas las demás situaciones), a saber:

La fábrica de juguetes PELUCHIN S.A., empaca peluches pequeños en cajitas de lados iguales. Por ser el mes del amor y la amistad, la empresa ha hecho una

promoción y ha decidido vender 4 peluches en su caja por precio de 2, los cuales serán empacados en una caja más grande, para esto se requiere un estuche donde entren las 4 cajitas con sus respectivos peluches. Ayuda a los empacadores a realizar la caja para cada peluche y la cajita de promoción. ¿Cómo las armarías?

Con base en el planteamiento de esta situación se empezaron a implementar múltiples representaciones del objeto matemático (poliedros); entre ellas, representaciones tabulares, ortogonales, construcción de los poliedros con material tangible. Todas estas actividades estaban direccionadas a la potenciación de actitudes relacionadas con la identificación de propiedades de los poliedros. Finalmente se hizo una actividad de evaluación para comparar cognitivamente el nivel de cómo estaban y cómo concluyó el proceso de los estudiantes, con el fin de analizar los avances y dificultades presentadas.



Figura 1. Diferentes sistemas de representación utilizados por los estudiantes de grado cuarto en el transcurso de la ejecución de la secuencia didáctica

# MODELO DE EVALUACIÓN

Los *Estándares curriculares de matemáticas* (MEN, 1998) proponen que para evaluar a los estudiantes se debe aplicar una evaluación formativa, continua, sistemática y flexible, además centrada en producir y recoger información necesaria sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje que tienen lugar tanto en el aula como por fuera de ella. Señalan que:

La evaluación educativa no sólo es una parte de la didáctica como estrategia operacional de la pedagogía que se despliega en la ejecución de la enseñanza real, sino que es también su conciencia crítica que analiza desde el diseño del programa y del currículo hasta los logros de aprendizaje de cada alumno según las expectativas de cada perspectiva y modelo pedagógico. (p. 86)

A partir de lo mencionado anteriormente llegamos a definir evaluación como la actividad de acción, análisis y reflexión de los componentes del proceso educativo donde se involucran el alumno, el profesor, el saber, la metodología y el entorno. El evaluar adquiere sentido en la búsqueda de mejorar los procesos y resultados que se obtienen en la escuela; además de permitir diagnosticar el resultado de los procesos de desarrollo del alumno y pronosticar sus tendencia. Por este medio se asegura el éxito del proceso educativo. Por otra parte, evaluar permite identificar las dificultades, deficiencias y limitaciones que puede llegar a tener el estudiante al momento de comprender un objeto matemático.

Algunos referentes teóricos que fueron implementados para la evaluación en el proceso de diseño y ejecución de la secuencia didáctica fueron los niveles de Van Hiele, presentados por Dickson, Brown y Gibson (1991). Estos niveles son:

*Nivel 0:* Los estudiantes perciben figuras geométricas como un todo global. No reconocen las partes ni los componentes de la figura.

*Nivel 1:* Los estudiantes logran analizar las partes y propiedades particulares de las figuras.

*Nivel 2:* Los estudiantes determinan las figuras y sus propiedades.

*Nivel 3:* Los estudiantes pueden desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad a otra.

*Nivel 4:* Los estudiantes están capacitados para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos.

# ANÁLISIS DE DATOS

Durante la ejecución de la secuencia didáctica, al finalizar cada sesión de clase, cada practicante elaboraba un documento llamado protocolo, el cual incluía varios elementos. Inicialmente, una descripción de la sesión, luego una reflexión acerca de los avances obtenidos en cada una de las sesiones; también, un análisis de los errores presentados por los estudiantes. La siguiente tabla, en la que se incluyen los niveles que se tuvieron en cuenta para evaluar tanto en la actividad diagnóstica como en la evaluación final, permite ver los avances.

Nivel	Diagnóstica	Evaluación Final
Nivel 1. Reconoce y traza figuras geométricas tales como cuadrado, círculo, triángulo y rectángulo.	43 %	60 %
Nivel 2. Identifica y utiliza figuras geométricas planas en las representaciones de su entorno.	32 %	45 %
Nivel 3. Hace una representación de los objetos del espacio en relación con él, tiene en cuenta la posición de los objetos, de tal forma que el estudiante represente los cambios.	25 %	50 %

Figura 2. Niveles de evaluación y tabulación de información en el momento de hacer la actividad diagnóstica y el examen final

De acuerdo a la información anterior evidenciamos un avance significativo en el aprendizaje de aspectos relacionados a la geometría, tales como:

- Caracterización de las propiedades de algunos cuerpos sólidos y los polígonos regulares.
- Heurísticas presentes en la resolución de problemas geométricos.
- Modelación matemática por medio de la utilización de material concreto.
- Utilización de diferentes sistemas de representación de una misma figura o forma geométrica.

### CONCLUSIONES

Después de haber realizado esta experiencia didáctica, podemos concluir que:

El diseño y la planeación del docente son imprescindibles en la implementación de esta teoría. Nos damos cuenta desde la experiencia que es importante el diseño de las situaciones problema, las cuales deben ser del interés del estudiante. Además del diseño y la planeación de las situaciones problema es importante disponer apropiadamente cada una de las actividades que se dan en el aula, pues gracias al enfoque que se les dé, el estudiante podrá llegar a construir el conocimiento.

La adecuada implementación de la Teoría de Situaciones Didácticas permite el desarrollo de la comprensión, en este caso de las propiedades de algunos sóli-

dos en los estudiantes de cuarto grado. Esto se concluyó luego de las observaciones realizadas en el aula y de las continuas evaluaciones que realizamos del grupo de estudiantes frente a cuatro análisis: análisis de actuación, análisis cognitivo, análisis de contenido y análisis de instrucción. Además, los buenos resultados obtenidos a partir del trabajo con materiales didácticos demuestran que una enseñanza diferente puede conseguir que los estudiantes trabajen, se motiven y aprendan al mismo tiempo. Así que, a pesar del tiempo, trabajo y esfuerzo que demanda la elaboración de los materiales didácticos, bien vale la pena hacerlos.

Puesto que la creación de materiales didácticos es tarea de los docentes, es nuestra intención difundir gradualmente una metodología práctica, activa, participativa, cíclica, abierta, flexible, continua y motivadora, donde primen los intereses de los estudiantes.

# REFERENCIAS

- Alsina, C. (1997). Invitación a la didáctica de la geometría. Madrid, España: Síntesis.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid, España: Labor S.A.
- Godino, J. y Ruiz, F. (2002). *Matemáticas y su didáctica para maestros: Geometría y su didáctica para maestros* (pp. 445-603). Recuperado el 28 de marzo de 2010 en <a href="http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/">http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/</a>.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá, Colombia: Magisterio.