

LA ACTIVIDAD DEMOSTRATIVA EN UNA CLASE DE GEOMETRÍA CON ESTUDIANTES EN EDAD EXTRAESCOLAR

Carolina Luque¹ y Luis Robayo¹

Universidad Pedagógica Nacional

carolina.luque@live.com, luisalejandroleon@yahoo.com

A través de esta comunicación, queremos dar cuenta de parte del análisis que hemos realizado de la actividad demostrativa de estudiantes en edad extraescolar, cuando se enfrentan a una tarea en la que se les pide indagar sobre las propiedades geométricas del triángulo isósceles. Este análisis tiene como sustento teórico el constructo *actividad demostrativa* propuesto por el grupo $\mathcal{A} \bullet G$ de la Universidad Pedagógica Nacional. Realizar el análisis de la actividad de los estudiantes nos ha permitido plantear algunas reflexiones en torno a nuestra experiencia investigativa y la posibilidad de involucrar a estudiantes en edad extraescolar en un ambiente de actividad demostrativa.

INTRODUCCIÓN

A través de esta comunicación, queremos socializar un avance de nuestro trabajo de grado, el cual tiene como objetivo reconocer acciones de estudiantes en edad extraescolar, que reflejan la emergencia de un ambiente de actividad demostrativa en el aula de clase de matemáticas. Para cumplir con este objetivo, diseñamos un conjunto de tareas en las cuales los estudiantes debían usar el software de geometría dinámica Cabri, con el propósito de establecer su solución. Las tareas estuvieron encaminadas a que los estudiantes identificaran propiedades del triángulo; en particular, en este documento describimos y analizamos parte de la actividad que realizaron los alumnos al abordar una tarea en la que se les pidió encontrar propiedades del triángulo isósceles. La implementación de las tareas se llevó a cabo durante el segundo semestre de 2011 en el Colegio Gabriel Echavarría de Madrid, Cundinamarca, en un grupo de 35 estudiantes que se encontraban nivelando los grados octavo y noveno de básica secundaria, en jornada nocturna.

Hemos organizado esta comunicación de la siguiente manera: en primer lugar, esbozamos el enfoque teórico que sustenta el estudio; luego describimos,

¹ Estudiante de Maestría en Docencia de las Matemáticas.

Luque, C. y Robayo, L. (2011). La actividad demostrativa en una clase de geometría con estudiantes en edad extraescolar. En P. Perry (Ed.), *Memorias del 20° Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (pp. 237-244). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

grosso modo, los aspectos metodológicos para el análisis y realizamos una descripción breve de la población; en seguida exponemos parte del análisis de la actividad de los estudiantes en relación con la tarea propuesta (éste se hizo con base en el marco de referencia); por último, presentamos algunas reflexiones relativas a nuestra experiencia investigativa y al desempeño de los estudiantes.

MARCO DE REFERENCIA

Uno de los referentes teóricos que sustentan nuestro trabajo de grado es el constructo *actividad demostrativa* elaborado por el grupo de investigación $\mathcal{A}\bullet G$ de la Universidad Pedagógica Nacional. Este constructo abarca dos procesos, conjeturación y justificación, los cuales no se constituyen como procesos independientes ni las acciones que los componen se consideran secuenciales. El proceso de conjeturación se compone de acciones de tipo heurístico, tales como: visualizar, explorar, generalizar y verificar. Estas acciones permiten a los estudiantes reconocer el contenido geométrico y las propiedades que subyacen en un enunciado matemático o en una figura geométrica, contribuyen al planteamiento de conjeturas y a la verificación empírica de las mismas (Perry, Camargo, Samper y Rojas, 2006). La visualización es la acción por medio de la cual el estudiante identifica, percibe o evoca propiedades geométricas de una representación gráfica dada o construida. Cuando la indagación del estudiante incluye la visualización y otros modos de actuación tales como tomar medidas, realizar construcciones auxiliares, etc., (e.g. utilizando Cabri), se manifiesta que su proceder es de carácter exploratorio. Tanto en la visualización como en la exploración, el estudiante tiene la oportunidad de encontrar regularidades en las figuras geométricas, que posteriormente se pueden comunicar en forma de generalidades, las cuales eventualmente pueden ser cuestionadas y comprobadas a partir de la verificación empírica sobre la representación gráfica. Dado que el análisis realizado hasta el momento no nos ha permitido identificar acciones del proceso de justificación, en este documento no haremos una descripción de ellas; por ello nos centraremos en el proceso de conjeturación.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Para dar cuenta de la actividad de los estudiantes se implementaron unas tareas durante diez sesiones de clase (de cuarenta minutos cada una), de las cuales seis se registraron en audio y video. En particular, en este documento se da

cuenta de parte del análisis de la primera sesión grabada. Para efectos del análisis se realizó la transcripción de ésta, la cual contiene aclaraciones (en paréntesis cuadrados) que no pretenden interpretar sino aclarar o describir acciones no verbalizadas que hacían estudiantes y profesor.

Realizada la transcripción, se hizo una lectura superficial de la misma con el propósito de hacernos una idea global de la información, para luego seleccionar episodios que podrían ser de utilidad en la fase de análisis de datos. La selección de los episodios obedeció a dos aspectos: reconocimiento de acciones de la actividad demostrativa e identificación de la forma de interacción durante la clase (interacción profesor-estudiante, estudiante-estudiante). Esto último, con el fin de identificar el nivel de autonomía² de los estudiantes. Las interacciones profesor-estudiante se reconocieron en el marco de la clase, mientras que las interacciones entre estudiantes se tomaron en el marco de la actividad llevada a cabo por un grupo de tres personas. La selección del grupo de tres estudiantes (E1, E2 y E9) obedeció a su asistencia regular a las sesiones de clase.

Descripción de la población

La población cuyas acciones fueron objeto de estudio, correspondió a un grupo de 35 estudiantes, con un rango de edad entre 24 y 57 años. Su ocupación, en general, estaba relacionada con oficios operarios en empresas de flores, vidrios y panadería. Ellos tomaron la decisión de terminar sus estudios de bachillerato (después de un período de desescolarización) porque las empresas en las que laboraban así lo exigían; sin embargo, esto no implicó un desinterés por parte de ellos en relación con su formación académica. Al ser una población en edad extraescolar y con experiencias académicas diferentes se hizo necesario indagar acerca de sus conocimientos geométricos y manejo del computador. Dicha pesquisa nos permitió concluir que sus conocimientos geométricos estaban ligados al reconocimiento de representaciones gráficas de algunas figuras geométricas que asocian con sus respectivos nombres, con el uso de fórmulas para hallar áreas y perímetros. En cuanto a su experiencia con el manejo del computador, se encontró que su uso era esporádico y exclusivo de la clase de informática.

² Según Perry, Samper, Camargo, Echeverry y Molina (2008), “autonomía” hace referencia a la capacidad de fundamentar con razones propias lo que se dice y lo que se hace independientemente de otra autoridad.

UN EJEMPLO DE ANÁLISIS: LA ARMONÍA DE LAS TRIBUS INDÍGENAS

La armonía de las tribus indígenas corresponde a la primera tarea que se propuso a los estudiantes, con miras a que ellos: (i) interpretaran el enunciado en términos geométricos y se instruyeran en relación con cómo una situación puede modelarse mediante una representación gráfica; (ii) realizaran una exploración en el entorno de geometría dinámica de una construcción que modela la situación; y (iii) establecieran invariantes con base en la exploración realizada. El enunciado de esta tarea, fue el siguiente:

Algunas tribus indígenas para mantener la armonía de su pueblo distribuyen su territorio de tal manera que todos los clanes de la tribu se organizan de la misma forma. Pueblos indígenas como los Huari, Nazca y Chimú han construido las viviendas en su territorio de tal manera que cada clan (conformado por tres familias) debe edificar sus casas logrando que éstas queden ubicadas en forma triangular. La ubicación de las viviendas en estas tres tribus coincide en su forma triangular, pero su disposición en cada clan para cada una de estas tribus es diferente.

Abra el archivo Huari y encuentre las propiedades invariantes que tienen en común los clanes que conforman esta tribu.

El enunciado anterior se presentó en dos tiempos: (i) la contextualización de la situación sin la indicación que le sugería al estudiante qué hacer frente a la misma y (ii) la presentación de la tarea (indicación dada en el texto en cursiva) que deberían realizar los estudiantes en relación con la situación planteada. Ello determinó, a su vez, los momentos de la clase: un primer momento que se enfoca en la interpretación del enunciado y el segundo momento que se focaliza en la actividad exploratoria de los estudiantes.

La interpretación del enunciado se realizó a través de una puesta en común con la intervención del profesor. El dar el enunciado a los estudiantes antes de indicarles qué hacer, es una acción del profesor que está ligada, en particular, a cómo tal enunciado podría modelarse mediante una representación gráfica utilizando objetos geométricos, para este caso, triángulos. En el transcurso de la interpretación del enunciado, la docente les indicó a los estudiantes distribuirse en grupos de tres o cuatro personas, de tal manera que cada grupo tuviera a disposición un computador. La actividad de los estudiantes en el segundo momento, se caracterizó por la exploración de una construcción que se les dio en Cabri con el propósito de determinar sus invariantes. En este mo-

mento no hubo intervención del profesor debido a que se buscaba que los estudiantes empezaran a vivenciar un ambiente de trabajo autónomo. Durante la implementación de la tarea, los dos primeros autores de esta ponencia asumieron un papel específico, siendo uno el profesor y el otro el encargado de realizar las observaciones y grabaciones de la clase.

El primer momento: interpretación del enunciado

Las primeras ideas que los estudiantes manifestaron en relación con el enunciado no dan cuenta de los objetos geométricos involucrados en la situación. Un ejemplo de ello son las siguientes respuestas a la pregunta *¿qué entienden del enunciado?* hecha por la profesora: “*Que ellas organizan su territorio de tal manera que a todos les toque por igual*”, y “*Se distribuyen su territorio por satisfacer un juego*”. Tras identificar que los alumnos no hacen una buena interpretación, la profesora indaga sobre cómo están ubicados y cómo se conforman los clanes de cada tribu. Esta intervención lleva a que los estudiantes planteen dos dibujos para representar el enunciado (Figuras 1 y 2).



Figura 1. Representación realizada por E1



Figura 2. Representación realizada por E4

Ante la aparición de dos representaciones diferentes para una misma situación la profesora sugiere identificar las características de cada una; esto con el propósito de reconocer cuál es la que mejor se ajusta al contexto. En las representaciones de los estudiantes E1 y E4 se evidencian dos interpretaciones diferentes. En la Figura 1, cada triángulo representa un clan (las familias son representadas por los vértices del triángulo) mientras que en la Figura 2, el triángulo no sólo es utilizado para representar el clan sino también las casas de las familias que lo conforman. La primera se adecua al problema (Figura 1), por tanto la profesora indaga a los estudiantes acerca de lo que según el enunciado debe estar en forma triangular; ello con el objetivo de que los estudiantes se convenzan de que la primera representación es adecuada. Para hacer tal reconocimiento, la profesora pone etiquetas en lo que serían las casas en cada una de las representaciones (Figura 3 y 4).

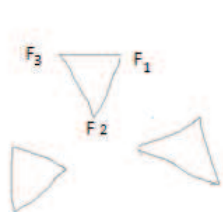


Figura 3.

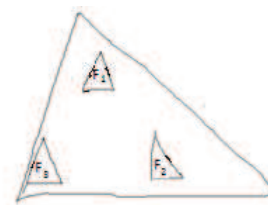


Figura 4.

Las etiquetas facilitaron que los estudiantes manifestaran discrepancias entre las dos representaciones. Básicamente, los alumnos se centraron en señalar que lo diferente era el número de casas representado en cada ilustración (en la ilustración 3, nueve casas y tres clanes y en la 4, tres casas y un clan). Para descartar la segunda interpretación la profesora preguntó *¿en el enunciado se decía que las casas también tenían que ser triangulares?* Los estudiantes respondieron que no, lo cual les llevó a escoger la **Figura 3** como la adecuada, en vista de que la Figura 4 suponía información que no está en el enunciado.

En este primer momento se destaca la interpretación como, quizá, una acción previa a la actividad demostrativa, que prepara a los estudiantes para iniciar acciones de visualización y exploración.

El segundo momento: fase de exploración

Al abrir el archivo Huari, los estudiantes del grupo conformado por E1, E5 y E9, se encontraron con la Figura 5. Iniciaron la exploración indagando acerca del paralelismo de los lados de uno de los triángulos. Dado que esta primera exploración no era pertinente, el observador les cuestionó acerca de la definición de rectas paralelas. Esta intervención hizo que los estudiantes redirigieran su exploración, tal como se evidencia en el siguiente fragmento:

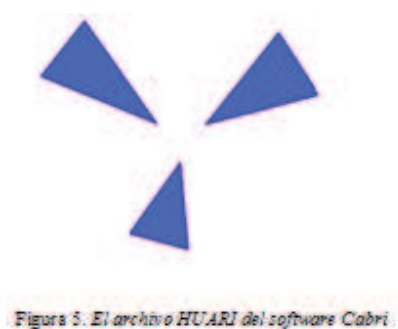


Figura 5. El archivo HUARI del software Cabri.

146. E9 ¿Qué va a hacer?

147. E1 Pues mirar los ángulos. Miramos los ángulos.

Pese a la intervención [147], los estudiantes deciden determinar primero la longitud de los lados del triángulo. Al medir sus lados y arrastrar un vértice, concluyeron que dos de los lados del triángulo medían lo mismo. Antes de tomar la medida de los ángulos, uno de los integrantes del grupo sugirió nombrar los vértices de los triángulos para poder referirse a ellos con mayor facilidad. El tomar la medida de los ángulos y arrastrar los llevó a deducir que dos de éstos eran de igual medida. En el siguiente fragmento se evidencia la manera como los estudiantes concluyen los invariantes mencionados:

283. E9 Así lo mueva, es una figura invariante porque a pesar de que coja un punto y lo arrastre no se deforma, sigue siendo la misma medida. [Arrastran vértices del triángulo IJH y observan que siempre se mantienen los dos lados congruentes]
[...]
286. E1 Y eso es lo que tienen en los tres clanes en común es eso. Porque los tres los movemos para todos lados y las medidas le siguen iguales.
287. E9 Pues eso es un invariante.
[...]
290. E9 Tómele medidas. Los ángulos también siguen igual. [Señala los ángulos congruentes del triángulo DEF]
291. E5 Sí. Los ángulos tampoco no pierden su medida.
292. E9 Son invariantes.

Realizar una acción de exploración desafortunada (estudio de paralelismo) no impidió que los estudiantes continuaran con el desarrollo de la tarea; por el contrario, los condujo a ser más conscientes en la forma de explorar la figura dada. La exploración y el uso de la acción de arrastre en Cabri permitieron que los estudiantes reconocieran una regularidad en los triángulos dados. En el proceso de exploración se evidencia cómo se apropian de normas ya establecidas durante la clase para facilitar la comunicación entre ellos. Esto se evidencia cuando deciden etiquetar los vértices de los triángulos de manera tal que les facilitara comunicar las propiedades invariantes encontradas.

REFLEXIONES FINALES

Dado que esta comunicación es producto de un trabajo en curso, más que plantear conclusiones queremos señalar algunas reflexiones en relación con nuestra experiencia investigativa y con la posibilidad que percibimos, a través del desempeño de los estudiantes, de generar la actividad demostrativa en un nivel de educación secundaria con estudiantes en edad extraescolar.

En relación con nuestra experiencia investigativa, el análisis de la actividad de los estudiantes nos permitió identificar que el constructo *actividad demostrativa* no presenta una acción particular referida a la interpretación del enunciado, por lo cual nos surgen las siguientes inquietudes: *¿será que para el contexto escolar (o incluso a nivel superior) es importante tener en cuenta la interpre-*

tación como una acción que haga parte del constructo de actividad demostrativa? O ¿será conveniente tener un referente teórico como complemento al de la actividad demostrativa que tenga presente acciones como la interpretación?

Este análisis también nos llevó a reconocer la importancia de hacer una planeación rigurosa de las intervenciones del profesor durante la implementación de las tareas. Creemos que anticipar los momentos y las manera en la que puede intervenir el docente favorece una participación más espontánea de los estudiantes (específicamente en la puesta en común).

En cuanto a la actividad demostrativa de los estudiantes, consideramos que con algunas pautas y direccionamientos del profesor es posible impulsar la actividad demostrativa en estudiantes en edad extraescolar. Proponer tareas que inviten al estudiante a realizar acciones de exploración contribuye a que sientan la necesidad de comunicar sus ideas y verificar la validez de las mismas en medio de la discusión con otros. En este primer análisis se evidencia que los estudiantes realizan acciones tales como: visualizar, explorar y conjeturar, las cuales son evidencia de su involucramiento en un ambiente de actividad demostrativa. Consideramos que dicho involucramiento estuvo favorecido por: (i) las intervenciones de la profesora, las cuales propiciaron la interpretación y comprensión de los estudiantes en relación con la situación abordada en clase, y (ii) el papel de Cabri, como herramienta que permitió a los estudiantes explorar y descubrir propiedades invariantes de la figura geométrica dada.

Por último, es pertinente destacar el compromiso de los estudiantes en relación con: utilizar el lenguaje acordado durante la clase, nombrar los objetos y hacer uso de Cabri para dar solución a la tarea propuesta.

REFERENCIAS

- Perry, P., Camargo, L., Samper, C. y Rojas, C. (2006). *La actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas*. Bogotá, Colombia: Fondo Editorial de la Universidad Pedagógica Nacional.
- Perry, P., Samper, C., Camargo, L., Echeverry, A. y Molina, Ó. (2008). Innovación en la enseñanza de la demostración en un curso de geometría para formación inicial de profesores. En *Libro electrónico del XVII Simposio Iberoamericano de Enseñanza de las Matemáticas: "Innovando la enseñanza de las matemáticas"*. Toluca, México: Universidad Autónoma del Estado de México.