

EL PAPEL DE LAS TAREAS PARA PROPICIAR ACTIVIDAD DEMOSTRATIVA

Ivon Pinzón¹, José Rodríguez¹ y Carmen Samper²

Universidad Pedagógica Nacional

ivon084@gmail.com, antonio82rs@gmail.com, carmensamper@gmail.com

Se presenta el análisis de un conjunto de tareas diseñadas para propiciar la actividad demostrativa en grado noveno. En primer lugar, se presenta un marco conceptual relacionado con la actividad demostrativa y el uso de herramientas de mediación; en segundo lugar, se describen las tareas involucradas en cada actividad, sus objetivos y cómo ellas pueden dar lugar a las acciones y procesos propios de la actividad demostrativa.

INTRODUCCIÓN

Tanto en los lineamientos curriculares como en los estándares básicos de competencias en matemáticas que deben orientar la educación matemática en Colombia, se destaca la importancia del desarrollo de la argumentación como medio apropiado para validar y rechazar conjeturas, y avanzar hacia la demostración (MEN, 2003). Algunas investigaciones muestran que en diferentes grados de escolaridad los estudiantes pueden realizar procesos de prueba. Ello obedece a que se tiene una idea amplia de demostración, que permite desarrollar esa actividad en cualquier grado. La construcción de discursos de índole argumentativa por parte de estudiantes de la educación básica depende del tipo de mediación que lleva a cabo el docente junto con un adecuado diseño didáctico (Pinzón y Rodríguez, 2006), por un lado, y de lo que la comunidad del aula acepta como demostración (Stylianides, 2007), por otro lado.

Con base en estas ideas surge como pregunta orientadora del trabajo de grado: ¿qué tipo de tareas debe proponer el profesor y cómo debe gestionar la actividad en torno a ellas para propiciar actividad demostrativa en estudiantes de grado noveno? En este artículo solamente nos referiremos al tipo de tarea.

¹ Estudiante de Maestría en Docencia de la Matemática.

² Profesora titular del Departamento de Matemáticas.

Pinzón, I., Rodríguez, J. y Samper, C. (2011). El papel de las tareas para propiciar actividad demostrativa. En P. Perry (Ed.), *Memorias del 20º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (pp. 277-284). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

MARCO CONCEPTUAL

Para realizar la construcción de nuestro marco conceptual nos basamos en planteamientos que sobre la prueba y el uso de herramientas de mediación en el aula hace el grupo de investigación *Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría* ($\mathcal{A}\cdot\mathcal{G}$) de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN).

Actividad demostrativa

La actividad demostrativa se entiende como el conjunto de acciones que una persona lleva a cabo para descubrir y mostrar que una afirmación puede justificarse dentro de un sistema teórico disponible, bajo condiciones establecidas en el grupo ante el cual se hace esa justificación. La actividad demostrativa está conformada tanto por acciones heurísticas, para descubrir, como por procesos de justificación, para validar (Perry, Camargo, Samper y Rojas, 2006). A continuación nos referiremos a cada una de las acciones y procesos que conforman la actividad demostrativa.

Acciones heurísticas

Visualización. Se entiende como una acción que, a diferencia del simple hecho de observar, involucra el establecimiento de relaciones que permitan identificar propiedades específicas de un objeto geométrico. Es decir, un objeto geométrico se distingue, en primera instancia, a partir de las unidades figurales que lo componen y luego, a partir de la identificación de propiedades relevantes. En este sentido, la acción de visualizar potencia la construcción (o reconstrucción) de definiciones, pues durante la visualización surge o se evoca imágenes mentales de conceptos.

Exploración. En esta acción se verifican propiedades y relaciones perceptuales con el uso de una herramienta de mediación como regla y compás o geometría dinámica, que genera interacciones entre el sujeto y el objeto geométrico, por medio de acciones como medir, comparar, clasificar o arrastrar. Se puede inducir la acción de exploración a partir de discusiones en las que se cuestionan las afirmaciones que resultaron de la acción de visualización, es decir, se posibilita la comprobación, de manera intuitiva, de la veracidad de lo observado.

Generalización. A partir de las acciones de visualización y exploración, el sujeto encuentra algunas propiedades que comprueba empíricamente por medio de la exploración; ello lo lleva a formularlas de manera general. En esta ac-

ción, los procesos discursivos juegan un papel fundamental, pues interactúan tres tipos de registro: el figural, el matemático y el discursivo (Duval, 1999).

Verificación. Es la acción en la que el sujeto ratifica las conjeturas elaboradas usando sus conocimientos y los elementos que brinda la herramienta de mediación, a partir de acciones como las utilizadas en la exploración.

Procesos de justificación

Explicación. Corresponde a un proceso discursivo en el que se busca mostrar la validez de una conjetura apoyándose principalmente en la figura y en las acciones específicas que se hicieron sobre ella; es decir, los argumentos se basan en percepciones y se expresan en lenguaje natural. Es un reporte del tratamiento que se le hace al registro figural con la intención de proveer un registro discursivo (Duval, 1999).

Prueba. La conjetura que se quiere validar se considera general con base en las acciones realizadas sobre una figura específica; por ende, las propiedades y relaciones dependen exclusivamente de dicha figura y el proceso de justificación que se lleva a cabo no es suficientemente riguroso por la falta de generalidad. Aquí, la discusión cobra importancia, pues puede servir para confirmar la conjetura o encontrar contraejemplos; esto lleva a argumentos más estructurados para la validación que los que se dan en la explicación, acercándose así a la demostración formal.

Demostración formal. Es un proceso en el que se llevan a cabo pasos deductivos de proposiciones, enmarcados en un sistema teórico, encadenados a partir de esquemas lógicos válidos, que permiten llegar a la conclusión. No es necesario remitirse a una figura específica y se privilegia el lenguaje matemático.

Herramientas de mediación en el aula

Uno de los aspectos que se debe tener en cuenta en el ambiente de aprendizaje son las herramientas de mediación que se utilizan en el aula. Varias investigaciones (e.g., Perry, Camargo, Samper y Rojas, 2006) han confirmado que la geometría dinámica (e.g., Cabri) proporciona elementos y experiencias para propiciar la actividad demostrativa en el aula. Las principales características del entorno Cabri están relacionadas con la coexistencia de elementos primitivos de dibujo y elementos de la geometría, junto con la manipulación directa del dibujo (Laborde, 1996). Es decir, si se arrastra uno de los elementos base

del dibujo, éste se deforma respetando las propiedades geométricas usadas para su trazado y las que se deriven de ellas. El entorno impulsa a los estudiantes a realizar construcciones que no se basan sólo en características visuales y a establecer relaciones, deducir propiedades y determinar condiciones suficientes para representar la situación. El arrastre es el componente que ofrece la retroacción a las acciones del alumno, permitiendo así la experimentación para verificar propiedades o relaciones.

DESCRIPCIÓN DE LAS TAREAS PROPUESTAS

Para diseñar las actividades se tuvieron en cuenta los siguientes aspectos:

- Se quería propiciar la actividad demostrativa.
- De acuerdo con el contenido involucrado, era importante determinar el concepto que tenían los estudiantes de los diferentes cuadriláteros.
- Los estudiantes no habían trabajado con geometría dinámica, por lo tanto, era necesario dar a conocer diferentes herramientas de Cabri.
- La geometría dinámica facilita la emergencia de las acciones propias de la actividad demostrativa.

A continuación se presentan las actividades diseñadas y sus objetivos.

Actividad 1

Objetivos

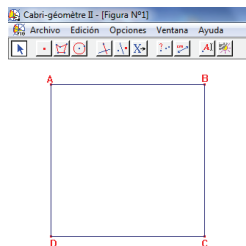
- Propiciar el reconocimiento de propiedades del cuadrado.
- Fomentar el desarrollo de la *visualización*.
- Promover la *exploración* como herramienta para comprobar propiedades identificadas visualmente.

Primera Tarea

Construya un cuadrado $KLMN$ en una hoja en blanco y luego describa el proceso que siguió.

Segunda Tarea

Mencione las propiedades de la figura que observa en la pantalla. ¿Cómo pueden comprobar que su afirmación es correcta?



Tercera Tarea

Utilizando la función arrastre, mueva cada vértice de la figura dada. ¿Qué ocurrió al mover cada punto? ¿Qué propiedades de las mencionadas se mantienen? ¿Cuáles cambian?

Cuarta Tarea

Construya un cuadrado $JKLM$, a partir de las herramientas “segmento”, “perpendicular”, “compás”, “etiqueta” y “ocultar/mostrar”. Describa su proceso de construcción.

Actividad 2

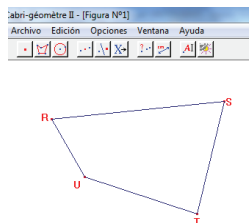
Objetivos

- Propiciar el reconocimiento de propiedades y relaciones de cuadriláteros.
- Promover la acción de *generalización* a partir de la construcción y exploración de cuadriláteros.
- Impulsar la *justificación* de las conjeturas.

Primera Tarea

Construya los puntos medios de los lados \overline{RS} , \overline{ST} , \overline{TU} y \overline{UR} y nómbralos X , Y , Z y W , respectivamente.

Construya el cuadrilátero $XYZW$.



Segunda Tarea

A través del arrastre, convierta el $\square RSTU$ en un cuadrilátero especial. Complete la siguiente tabla:

$\square RSTU$	Propiedades	$\square XYZW$	Propiedades

Tercera Tarea

Escriba una conjetura sobre el cuadrilátero $XYZW$ a partir de los resultados obtenidos en la tabla.

Actividad 3

Objetivos

- Propiciar el reconocimiento de propiedades y relaciones de rectángulos y cuadrados.
- Promover la acción de *generalización* a partir de la construcción y exploración de rectángulos y cuadrados.
- Impulsar la *justificación* de conjeturas usando conocimiento teórico.

Primera Tarea

Construya un rectángulo o un cuadrado $RSTU$; construya los puntos medios de \overline{RS} , \overline{ST} , \overline{TU} y \overline{UR} y nómbralos X , Y , Z y W , respectivamente.

Segunda Tarea

Complete la siguiente tabla:

$\square RSTU$	Propiedades	$\square XYZW$	Propiedades
Rectángulo			
Cuadrado			

Tercera Tarea

Escriba una conjetura sobre el cuadrilátero $XYZW$, a partir de los resultados obtenidos en la tabla.

ANÁLISIS DE TAREAS

Las tareas que se pueden plantear usando el entorno Cabri se dividen en dos categorías: problemas de producción de dibujos o problemas de demostración (Laborde, 1996). Bajo estas consideraciones, la Actividad 1 pretendía en primer lugar, familiarizar a los estudiantes con el entorno de geometría dinámica, mediante la diferenciación entre el trabajo con papel y lápiz y el trabajo realizado en el entorno Cabri; en segundo lugar, promover la visualización y la exploración desde la perspectiva de la actividad demostrativa. Las dos primeras tareas permitieron evidenciar el concepto que los estudiantes tenían de cuadrado. En la tercera, al arrastrar para verificar las propiedades observadas, los estudiantes se dieron cuenta de que algunas de las que habían asumido como válidas cambiaron, pues sólo un par de ángulos opuestos se mantenían rectos y dos lados adyacentes congruentes. Ello los obligó a observar geoméricamente la figura, dando lugar a la acción de visualización. Las Tareas 1 y 4 corresponden a la producción de dibujos y las Tareas 2 y 3 a problemas de demostración.

La Actividad 2 exigía que los estudiantes visualizaran y exploraran para establecer conjeturas sobre propiedades que subyacen a la relación entre los dos cuadriláteros, y que utilizaran propiedades que conocían de ellos para justificar sus conjeturas. Corresponde, por ello, a los dos tipos de tareas propuestos por Laborde. Además, las dos primeras tareas de esta actividad dieron lugar a la visualización, es decir, a identificar propiedades y explorar por medio del arrastre, para obtener otras propiedades y relaciones entre los dos cuadriláteros, como consecuencia, a establecer conjeturas sobre lo que reconocieron en las anteriores tareas.

En el momento de la aplicación, los estudiantes no proporcionaron una justificación. Por ello se propuso la Actividad 3, en la que se enfoca el trabajo en dos cuadriláteros especiales, rectángulo y cuadrado, para brindar la oportunidad de que se realizara el proceso de justificación. La Tarea 1 es del tipo construcción de dibujos y las Tareas 2 y 3 corresponden al tipo problemas de demostración.

Luego de establecer conjeturas, los estudiantes tuvieron el espacio para justificarlas. Se evidenciaron diferentes procesos de justificación: algunos estudiantes las explicaron, basándose en la figura; otros las probaron, o sea, establecieron generalidades y las comprobaron a partir de un caso particular; y unos po-

cos las demostraron, utilizando conocimientos previos para encadenar deductivamente proposiciones y llegar a una conclusión.

CONCLUSIONES

- El uso de geometría dinámica permite la identificación de propiedades relevantes para la construcción de figuras geométricas que no se perciben cuando se hace un dibujo en el papel.
- La herramienta de arrastre da lugar a la necesidad de una justificación que no se limita al uso de la medida sino que implica el establecimiento de relaciones entre unidades figurales, con lo que se propician acciones como la visualización y la exploración.
- El tipo de tareas propuestas genera en el estudiante la necesidad de observar geoméricamente las figuras, realizar construcciones haciendo uso de propiedades relevantes y necesarias, establecer conjeturas y comprobar la validez de sus afirmaciones, es decir, hacer actividad demostrativa.

REFERENCIAS

- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. (Trad. Myriam Vega del original publicado en francés en 1995). Cali: Universidad del Valle.
- Laborde, C. (1996). Cabri-Geómetra o una nueva relación con la geometría. En L. Puig y J. Calderón (Eds.), *Investigación y didáctica de las matemáticas* (pp. 67-85). Madrid, España: Ministerio de Educación y Ciencia.
- MEN (2003). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá, Colombia: MEN.
- Perry, P., Camargo, L., Samper, C. y Rojas, C. (2006). *Actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas*. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Pinzón, I. y Rodríguez, A. (2006). *Construcción de pruebas y argumentos en estudiantes de grado quinto*. Trabajo de pregrado no publicado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.
- Stylianides, A.J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289-321.