

PROBLEMAS Y CUESTIONES
SOBRE PROPORCIONALIDAD

M. Fernández Reyes

Colegio Pco. "Punta del Hidalgo"

Suelo proponer a mis alumnos problemas como los que siguen, con un múltiple propósito :

. Salir de la rutina de los que, generalmente, aparecen en los libros de texto, y que está comprobado que no despiertan interés alguno.

. Tener oportunidad de comentar cuestiones no matemáticas interesantes.

. Insistir en la necesidad de la expresión correcta, tanto en lenguaje simbólico como ordinario, de leyes científicas, así como en la traducción de un lenguaje a otro.

. Acostumbrarles a la búsqueda y selección de datos en la resolución de problemas.

. Trabajar la construcción e interpretación de gráficas.

. Aclarar la noción de función y, en particular, la de función lineal.

. Utilizar escalas. Hacer croquis y dibujos sencillos a escala.

. Emplear las unidades de medida más adecuadas, la notación exponencial de números y el redondeo.

(Ver notas relativas a los señalados con * en la página 60) .

1 Mi amigo Carlos, que es un hombre de peso medio (unos 77 kg) y sabe de Biología, afirma que si pudiera colocar sus glóbulos rojos en cadena podría dar con ella varias vueltas a la Tierra. ¿Bromea? En la ta-bla siguiente encontrarás datos para averiguarlo.

Radio ecuatorial : $6,378 \cdot 10^6$ m

Nº aproximado de glóbulos rojos en 1 cm^3 : $5 \cdot 10^6$

Grosor de 1 glóbulo rojo : $2 \mu\text{m}$

Masa de la Tierra : $5,975 \cdot 10^{24}$ kg

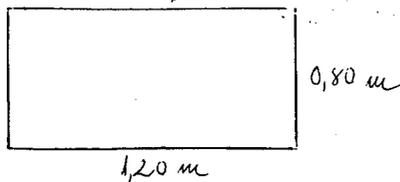
Diámetro de 1 glóbulo rojo : $0,007$ mm

Radio medio de la Tierra : 6371 km

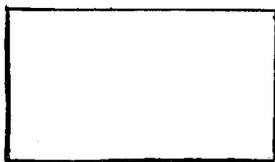
Cantidad de litros de sangre de un hombre normal : $1/14$ de su peso (aprox.).

$1 \mu\text{m}$ (micrómetro) es la millonésima parte del metro.

2



Esto es un croquis de una mesa.

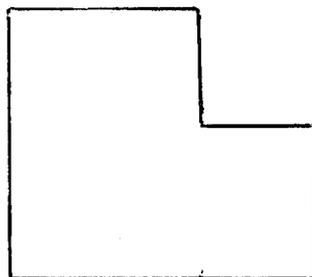
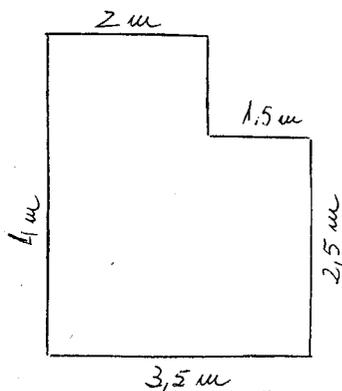


Esto pretende ser un dibujo a escala $1 : 40$ de la misma mesa.

¿Está bien hecho?

3 Dispones de una regla graduada, una cinta métrica y una buena fotografía de un edificio. Explica cómo podrías determinar la altura del edificio.

4 ¿Corresponde el dibujo a escala a los datos del croquis?



1 cm representa 1 m

5 Cada vez que un sector de la población se lanza a las calles - en demanda de mejoras sociales, hay una notable diferencia entre el número oficial de manifestantes y el que dan los organizadores de la manifestación. Pues bien, en la próxima puedes hacer un cálculo bastante aproximado, si tienes en cuenta que "en 1 m² caben 7 personas de pie". Entretanto, calcula cuántas podrían estar en esta posición en el piso de tu casa. Y, si quieres fantasear, determina el número de las que cabrían en la isla de Tenerife y... sobre nuestro planeta (500.10⁶ km², en números redondos, incluidas las aguas).

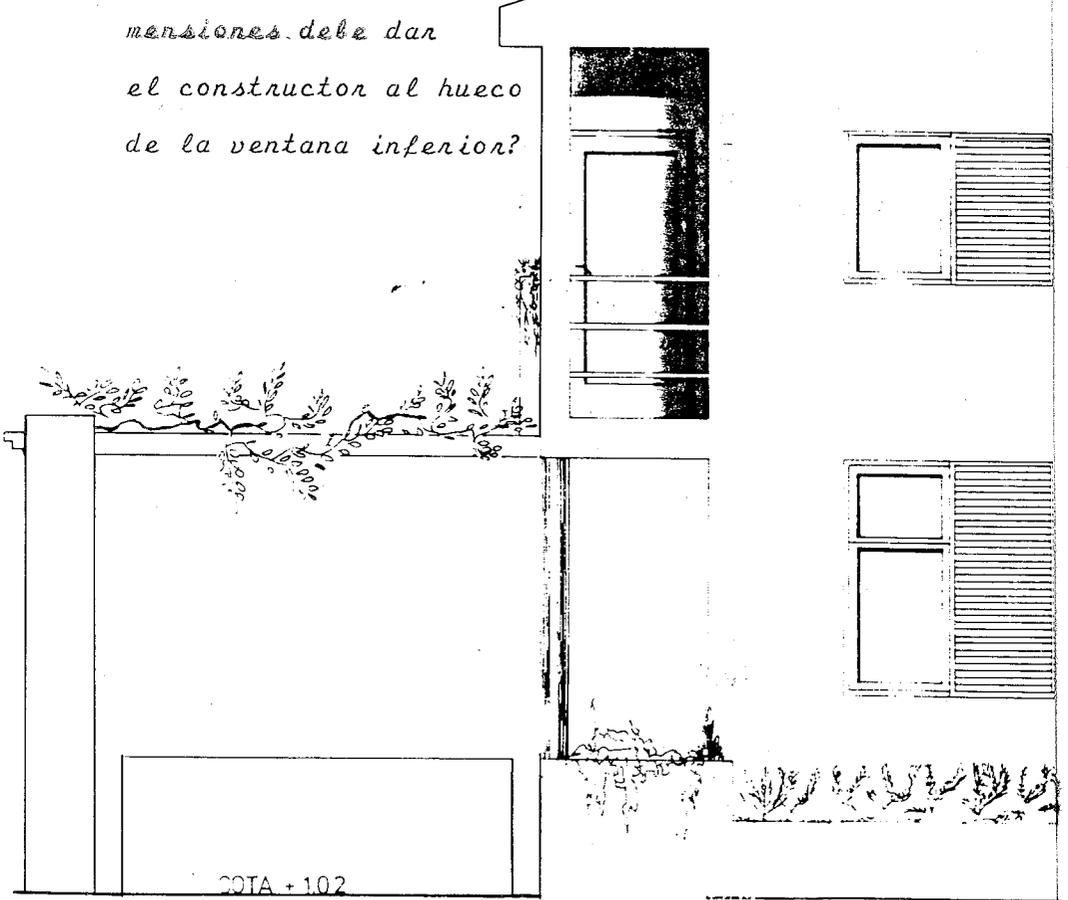
*

6 El vendedor de joyas

Un mercader vino desde Siria a vender joyas a Bagdad. Hizo con Salim el posadero el siguiente trato: " Si vendía sus joyas por 100 dracmas, pagaría 20 dracmas a Salim; si obtenía 200 dracmas por ellas, abonaría 35"

Al cabo de varios días, había conseguido 140 dracmas por la venta de todas las joyas. ¿Cuánto debía pagar por el hospedaje?

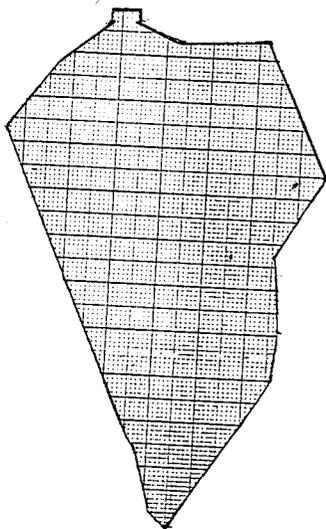
7 El dibujo representa parte del alzado lateral derecho de una vivienda, en un plano a escala 1:50. ¿Qué dimensiones debe dar el constructor al hueco de la ventana inferior?



8 Para determinar la superficie real de un objeto del cual posemos un dibujo a escala "se multiplica la superficie del dibujo por el cuadrado del denominador de la escala". ¿En qué se basa esta regla?

Si en el plano de una casa, hecho a escala 1 : 50, el piso de una habitación viene representado por un rectángulo de 5 cm por 3 cm, ¿cuál es la superficie del piso?

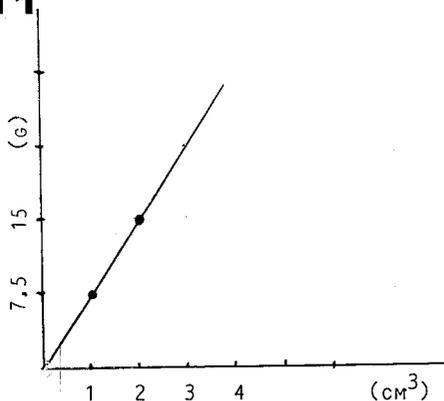
*
9



El dibujo representa, aproximadamente, la forma de una de las islas Canarias, La Palma. Está hecho a escala 1 : 400000. - ¿Cuál es la superficie de esta isla?

*
10 La intensidad luminosa es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco luminoso, es decir, $I_1 / I_2 = d_2^2 / d_1^2$. Sabiendo que la intensidad luminosa del Sol en la Tierra es 10^{17} veces mayor que la de la estrella Alfa de Centauro A y que la distancia Sol-Tierra es de $1,5 \cdot 10^8$ km, calcula la distancia de dicha estrella a nuestro planeta.

11



Esta gráfica representa la relación entre el peso y el volumen correspondiente del mineral hierro. Completa esta tabla:

V	P	P / V
1	7.5	7.5
2		
3		
	30	

¿Cuánto vale la constante de proporcionalidad peso-volumen en el caso del hierro? ¿Cómo se denomina en Física esta constante? ¿Cuál es el peso específico del hierro?

Si llamamos p_1 y p_2 a los pesos de dos cantidades cualesquiera de Fe; v_1 , v_2 a sus correspondientes volúmenes y ρ al peso específico, ¿cuáles de estas igualdades son correctas? :

$$v_1 / v_2 = p_1 / p_2$$

$$v_1 / v_2 = \rho$$

$$p_2 / v_2 = \rho$$

$$p_1 / v_1 = p_2 / v_2 = \rho$$

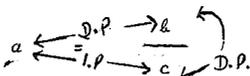
$$v_1 / v_2 = p_2 / p_1$$

12 En una fórmula del tipo $a = b / c$, para estudiar la relación entre dos de las magnitudes se considera que la otra permanece constante. Así :

Si a no varía y b se hace N veces mayor (menor), también c tiene que hacerse N veces mayor (menor). Por tanto, SI a ES CONSTANTE, b Y c SON DIRECTAMENTE PROPORCIONALES.

¿Cómo son a y c si b no varía? Y, si c es la magnitud que permanece invariable, ¿cómo son a y b ?

13 Si razonaste correctamente la cuestión anterior, tus conclusiones y la dada permiten establecer el siguiente esquema, de gran utilidad para el enunciado y formulación de leyes físicas :



Formula, enuncia o completa las siguientes leyes :

1. En el movimiento rectilíneo uniforme (veloc.cte), el espacio (e) es directamente proporcional al tiempo (t).

2. En el M.R.U., velocidad y tiempo son..... si el espacio es constante.

3. En la fórmula $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$, F representa la fuerza

de atracción entre dos cuerpos, m_1 y m_2 sus masas, d la distancia que los separa y G es la llamada constante de Cavendish, igual para todos los cuerpos. La fórmula es la expresión en lenguaje matemático de la Ley de la gravitación (o atracción) universal, descubierta por Isaac Newton en 1666. En palabras es:

"La fuerza de atracción entre dos cuerpos es..... al producto de suseal....."

4. Cuando la temperatura permanece constante, la presión de un gas es inversamente proporcional a su volumen. Si T representa la temperatura, V al volumen y P a la presión, la fórmula de esta ley, conocida por Ley de Boyle-Mariotte, es :

*
14 Cómo medir la anchura de un río por triangulación.

AT : distancia desde una orilla al árbol
 (anchura del río)

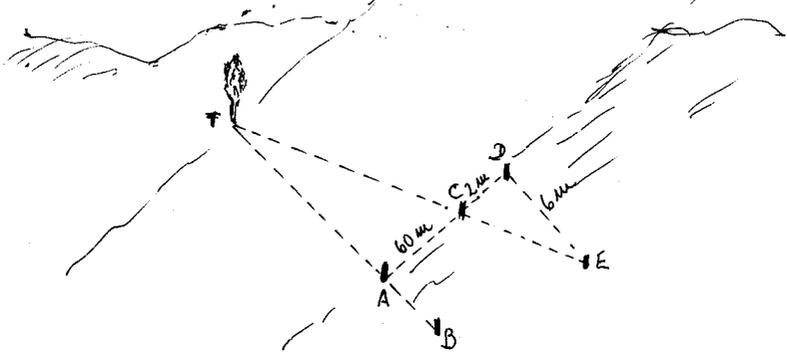
B : estaca alineada con la A y el árbol

C : estaca situada a una distancia de -
 terminada de A y de forma que el ángulo BAC resulte recto.

D : estaca alineada con la A y la C y a
 una distancia determinada de C.

Mediante una escuadra grande, por ejemplo, construimos el ángulo recto CDE, siendo el punto E el lugar de otra estaca en línea recta con la C y el árbol. Medimos luego la distancia DE.

En el ejemplo del gráfico resulta $AT=180$ m. Para comprobarlo, repasa antes lo que has aprendido sobre semejanza de triángulos.



15 La superficie de un continente puede calcularse, aproximadamente, utilizando una balanza, un mapa, un trozo de cartón grueso y unas tijeras. ¿Cómo?

16 Busca una fotografía en la que aparezcas junto a un edificio. - ¿Qué tendrías que hacer para calcular su altura?

17 La potencia de un mecanismo cualquiera, la fuerza que produce y la velocidad media que adquiere el cuerpo sobre el que actúa dicha fuerza, vienen relacionadas por la fórmula $P = F \cdot \bar{V}$. ¿Tiene esto algo que ver con "meter primera" para subir en automóvil una cuesta pronunciada?

18 Construcción de un aparato para medir alturas de pie accesible

Material :

3 listones de madera del mismo ancho y grosor, de 1m 50 cm y 50,5 cm . Los denominaremos, respectivamente, a, b y c.

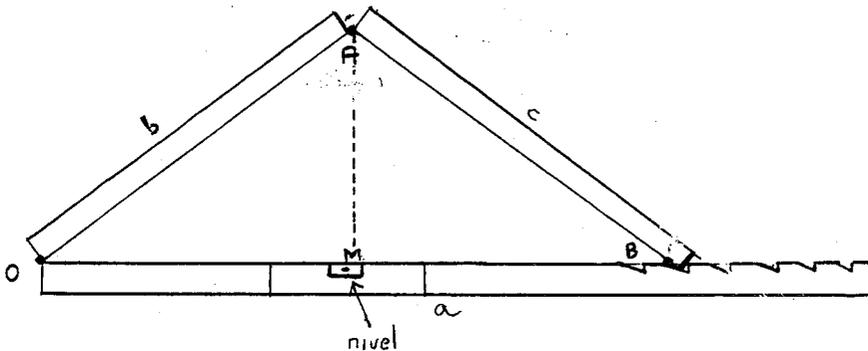
1 nivel de burbuja

2 bisagras

Construcción:

Se unen los tres listones mediante las bisagras, como muestra la figura 1.

El listón a lleva unas muescas de 1cm de profundidad, aproximadamente, que se utilizan para apoyar el c. Además, lleva acoplado el nivel, lo que permite precisar la horizontalidad del instrumento. Las muescas deben estar hechas de tal forma que resulte $OA = AB$ (fig.1).



Uso :

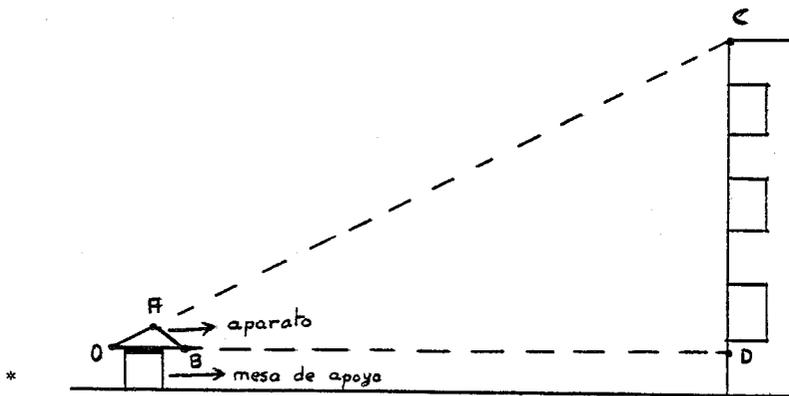
1. Se apoya en una mesa y se calza, si es necesario, para conseguir la horizontal.

2. Se alinea el punto O (eje de la bisagra) con el A (idem) y el borde superior del objeto a medir.

3. Se mide la distancia OB en el aparato. De ella se deduce OM, ya que es $OM = OB / 2$.

4. Como el triángulo OMA es rectángulo, se determina el valor de AM por Pitágoras.

5. Se establece la proporción $CD / OD = AM / OM$



*
19 Determinan la precisión del instrumento del problema 18 mediante la medición con él de una altura conocida y el concepto de error relativo. Expresarla en %.

*
20 Medir una altura desconocida con el aparato del problema 18 y dar una estimación del error absoluto cometido, teniendo en cuenta la precisión obtenida.

NOTAS :

(6) Extractado de *EL HOMBRE QUE CALCULABA*, de Malba Tahan. - Según el mercader, sólo debía pagar 24,5 dracmas. Salim sostenía que 28 dracmas era el pago justo. El hombre que calculaba solucionó el desacuerdo demostrando que lo que en realidad tenía que entregar el comerciante a Salim era 26 dracmas.

El profesor Coppetti, traductor de la obra, corrige al calculista y da como solución 26,6 dracmas.

(9, 18, 19 y 20) De *Práctica de la medida* (en preparación) - Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas "Isaac Newton".

(10 y 14) *Physics - Physical Science Study Committee* - Heath and Company - USA, 1963.