

## ESTUDO COMPARADO DA TRANSIÇÃO ENSINO SECUNDÁRIO E SUPERIOR ENTRE BRASIL E MOÇAMBIQUE

Pedro Mateus, Marlene Alves Dias  
Universidade Bandeirante de São Paulo - UNIBAN  
pzulu1010@yahoo.com.br, alvesdias@ig.com.br

Brasil

**Resumo.** Nesse trabalho apresentamos um estudo comparativo entre Brasil e Moçambique no que se refere à transição da escola secundária para a universidade na disciplina de Matemática no domínio sobre funções reais de uma variável real. Para tal, mediante análise documental, comparamos os sistemas brasileiro e moçambicano e as propostas institucionais para o desenvolvimento do domínio das funções. O referencial teórico é a Teoria Antropológica do Didático. As análises mostram que as funções são desenvolvidas no quadro algébrico para o Brasil e no quadro analítico para Moçambique, o que conduz para organizações matemáticas e didáticas diferenciadas, e sugerindo ações didáticas distintas.

**Palavras chave:** funções, transição, praxeologias, estudo comparado

**Abstract.** In this work we present a comparative study between Brazil and Mozambique regarding the transition from secondary school to University in the discipline of Mathematics in the domain of real functions of a real variable. To this end, through documentary analysis, we compare the Brazilian and Mozambican systems and institutional proposals for the development of the domain of the functions. The theoretical framework is the Anthropological Theory of Didactics. The analyses show that the functions are developed in the algebraic framework for Brazil and the analytical framework for Mozambique, which leads to differentiated mathematical and didactical organizations, and suggesting different didactic actions.

**Key words:** functions, transition, praxeologies, comparative study

### Introdução

Neste trabalho, apresentamos um estudo comparativo entre Moçambique e Brasil no que se refere à transição da escola secundária para a universidade na disciplina de Matemática no domínio sobre funções reais de variável real (natural). O estudo se insere na perspectiva global que tem como foco a análise das potencialidades dos softwares matemáticos no ensino e aprendizagem da Matemática: caso de Geogebra no estudo de derivadas de funções reais de variável real e da integral de Riemann. O trabalho aqui reportado visa recolher dados sobre o tipo de situações que cada um dos sistemas educativos analisados sugere para o estudo do conteúdo de funções reais de variável real, que constituem a base para o Cálculo Diferencial e Integral, na fase de transição do Ensino Secundário para o Ensino Superior.

Algumas pesquisas têm sido realizadas em diversos países sobre a transição do Ensino Secundário para o Ensino Superior, e centramos-nos sobre o olhar institucional conforme classificação de Gueudet (2008) após um estudo das pesquisas existentes.

Estudos comparados vêm sendo realizados no Brasil por Dias, Artigue, Jahn e Campos (2010) e esses têm mostrado o valor dessas pesquisas para identificar e compreender os efeitos

característicos contextuais e culturais na proposição do conteúdo de ensino e nas ações didáticas que devem ser levadas em conta no processo de ensino e aprendizagem.

Observamos ainda que para Bosch, Fonseca e Gascón (2004), as dificuldades na fase de transição da escola secundária para a universidade provêm, principalmente, do choque entre as organizações matemáticas das duas instituições que refletem contradições e mudanças bruscas entre os respectivos contratos didáticos institucionais.

Gueudet (2008) apresenta um estudo teórico sobre os diferentes olhares e visões que se podem utilizar como filtro para compreender as dificuldades encontradas pelos estudantes nas diferentes etapas escolares. A seguir apresentamos uma breve definição dos diferentes olhares com exemplos por nós construídos, consequentemente associados à nossa pesquisa.

- ❖ olhar sobre o modo de pensar, que corresponde aos saberes intrinsecamente mais complexos que necessitam de novos modos de pensar. Exemplo: Analisar as dificuldades dos estudantes para compreender a noção de derivada quando se inicia o Ensino Superior. No caso de Moçambique, a introdução da noção da derivada de uma função real a uma variável real é feita por meio do modelo limite do quociente de diferenças, muito comum em livros usados localmente, bem como na maioria de livros de Cálculo Elementar editados em Portugal, no Brasil e nos Estados Unidos da América (os quais temos tido acesso regularmente). Apresentamos tal modelo na figura 1.

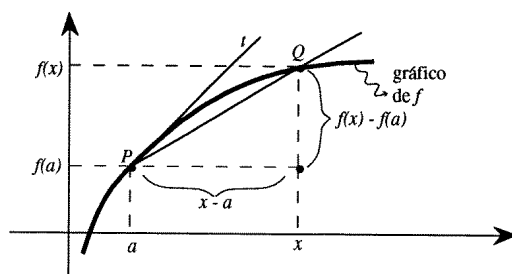


Figura 1: Exemplo para a introdução da noção de derivada (Sarrico 2005, p.14).

Alguns problemas que surgem depois da aprendizagem por meio dessa introdução:

- os alunos não identificam muito bem a relação entre a derivada de uma função  $f$  em um ponto  $a$  de seu domínio, que surge como número, isto é, limite de  $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  quando  $x \rightarrow a$ .
- os alunos não usam corretamente a noção de taxa instantânea de variação, uma expressão que geralmente aparece em problemas de contexto que usam a noção de derivada como ferramenta para a sua solução.

- os alunos confundem a noção de derivada com a noção de reta tangente.
- ❖ olhar sobre a organização dos conhecimentos que corresponde à nova organização em rede de conhecimentos. Exemplo: No Ensino Secundário no Brasil, função afim é organizada em torno das representações por tabela, fórmula e gráfico como ferramenta explícita para solução de problemas contextualizados. E no Ensino Superior, na disciplina de Cálculo a função afim é trabalhada enquanto objeto que permite associar a noção de derivada de uma função ao coeficiente angular da reta tangente à curva no ponto  $a$  dado, do domínio de  $f$ .
- ❖ olhar sobre a linguagem e os modos de comunicação, corresponde a empregar uma linguagem matemática diferente, que exige novos símbolos e um novo tipo de discurso e também é preciso utilizar novas regras de comunicação, isto é, as demonstrações e as exigências de rigor passam a ser necessárias. Exemplo: O trabalho com a noção de função afim desenvolvido no Ensino Secundário e Superior no Brasil, primeiro no quadro algébrico e em seguida no quadro analítico exige uma nova linguagem e um novo modo de comunicação.
- ❖ olhar sobre a instituição, corresponde a considerar as novas expectativas institucionais. Exemplo: Tanto no Brasil como em Moçambique indica-se a introdução e o desenvolvimento da noção de função linear associada à noção de proporcionalidade para o Ensino Básico (11 a 14 anos) e para o Ensino Secundário as representações fórmula, tabela e gráfico servem de ferramentas explícitas para solução de situações contextualizadas. No Ensino Secundário a ênfase é dada às aplicações da noção de função afim na matemática, nas outras ciências e em situações cotidianas.

Assim, nesta pesquisa procuramos responder a questão: qual a organização matemática que se deseja, conforme as instituições analisadas propõem, para a fase de transição do nível secundário para o superior no domínio de funções reais de uma variável real?

### Referencial teórico

Usamos como referencial teórico a Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Chevallard (1992, 2002), com particular destaque nas noções de praxeologia e hierarquia de níveis de co-determinação.

Uma organização praxeológica ou praxeologia é constituída de um bloco prático - técnico [tipo de tarefa/tipos de técnica], que corresponde a um saber fazer, e de um bloco tecnológico – teórico [tecnologia/teoria] que corresponde a um saber

A noção de tarefa supõe um objeto relativamente preciso para o qual se dispõe de alguma técnica com um entorno tecnológico-teórico mais ou menos explícito. Uma tarefa de tipo  $T$  evoca uma ação, o que é para fazer, por exemplo, calcular a derivada de uma função  $f$  no ponto  $x_0$  de seu domínio é um tipo de tarefa para a qual uma das técnicas corresponde a determinar o limite da função em um ponto  $x_0$ , com um entorno tecnológico-teórico sobre limites de funções e sua representação gráfica. Uma técnica  $\tau$  é uma maneira sistemática e explícita que permite realizar as tarefas do tipo  $T$ . Uma técnica deve ser pelo menos compreensível, legível e justificada para permitir o seu controle e garantir a eficácia das tarefas que permite realizar. As tarefas e as técnicas correspondentes formam, como indicamos acima, um bloco que se chama de bloco *prático-técnico* e que se identifica com o que comumente se denomina *um saber-fazer*: precisamente composto de um determinado tipo de tarefa  $T$ , e uma determinada maneira,  $\tau$ , de realizar as tarefas deste tipo. Uma técnica pode ter êxito sobre uma parte  $P(\tau)$  das tarefas do tipo  $T$  ao qual ela é relativa. Desse modo falamos do alcance da técnica. Quer dizer, a técnica tende a fracassar sobre  $T \setminus P(\tau)$  de maneira que se pode dizer que “não se sabe, em geral, realizar as tarefas do tipo  $T$ ”. A Tecnologia  $\theta$ , como também já referido acima, é um discurso racional – do grego, *logos* – sobre a técnica – a *tekhnê* – cujo primeiro objetivo é *justificar* racionalmente a técnica, assegurar que ela realiza as tarefas do tipo  $T$ , quer dizer, a técnica permite encontrar o resultado pretendido. A segunda função da tecnologia é *explicar*, fazer inteligível, aclarar a técnica; expor por que é que ela é correta. A Teoria  $\Theta$  corresponde à tecnologia da tecnologia, ela deve justificar, explicar e produzir novas tecnologias, conseqüentemente novas técnicas para tarefas do tipo  $T$ .

Observamos ainda que as praxeologias são as componentes dos diferentes domínios em que vivem os objetos matemáticos e segundo Chevallard (2002) as condições e restrições que determinam o processo de difusão praxeológico são exploradas e localizadas com a ajuda de uma escala que contém diferentes níveis de co-determinação, uma vez que elas podem se situar em determinado nível da escala, mas podem se exprimir em outro.

Assim, não podemos isolar o que se passa em uma classe do conjunto do sistema de ensino. Para a análise das condições e restrições de difusão do processo de difusão praxeológico Chevallard (2002) define os seguintes níveis de co-determinação: tópicos  $\leftrightarrow$  temas  $\leftrightarrow$  setores  $\leftrightarrow$  domínios  $\leftrightarrow$  disciplinas  $\leftrightarrow$  pedagogia  $\leftrightarrow$  escola  $\leftrightarrow$  sociedade  $\leftrightarrow$  civilização e explícita que esse nome é dado porque seus efeitos são percebidos nos dois sentidos.

Esses níveis descrevem as relações recíprocas entre os níveis mais específicos e os mais gerais do sistema didático. Assim, para as organizações matemáticas podemos considerar o *tema* associado a uma tecnologia e a uma organização matemática local como, por exemplo, a

representação gráfica da função afim cujos tópicos podem estar associados a um tipo de tarefa e ligado a um setor que corresponde a uma teoria, por exemplo, o estudo das funções numéricas. Esse setor podendo estar mergulhado em um domínio, por exemplo, o da álgebra ou da análise matemática que por sua vez faz parte de uma disciplina, a matemática, para a qual existem indicações de estratégias e técnicas para desenvolvê-la, isto é, a pedagogia a ser considerada, que pode ser escolhida pelo grupo de professores de uma determinada escola que segue as orientações de documentos construídos pela sociedade que por sua vez está mergulhada em determinada civilização.

O autor observa que o que podemos fazer em determinado nível depende das condições e restrições criadas pelas escalas superiores que iniciam por civilização. Além disso, ao modificar as condições e restrições de um nível inferior teremos repercussões sobre os níveis superiores.

Chevallard (2002) ressalta que tradicionalmente os estudantes se limitam ao nível tópicos, os professores aos níveis tema, setores, domínios. Já as disciplinas são da responsabilidade dos responsáveis pela construção dos programas e propostas e os didatas se limitam à disciplina. Ainda segundo o autor a Teoria Antropológica se interessa necessariamente pelos níveis superiores, ou seja, pedagogia, escola, sociedade e civilização.

Na sequência apresentamos uma breve descrição da metodologia utilizada nessa pesquisa.

### Metodologia

Articulando referencial teórico e objetivos, a metodologia utilizada é a de uma abordagem institucional centrada nos últimos anos do ensino básico e secundário, e no início do ensino superior, explorando documentos curriculares e livros didáticos. Nos limitamos à análise das relações institucionais propostas para o ensino e aprendizagem da noção de função para o ensino básico e secundário e das expectativas institucionais para o início do ensino superior. Utilizamos os parâmetros e/ou programas do ensino básico e secundário e planos curriculares do ensino superior. A análise dos documentos conduziu para comparações internas a cada país e o cruzamento dos dados entre os dois países.

Estudamos os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 2006) e programas de ensino de Moçambique (Maputo, 2003), e em alguns casos, livros didáticos e planos curriculares do primeiro ano da universidade para ambos os países.

### Resultados encontrados

Na figura 2, apresentamos um recorte panorâmico comparativo, limitado ao Ensino Secundário, entre o que é proposto para o trabalho com as funções, nos sistemas brasileiro e moçambicano.

Sistema brasileiro	Sistema moçambicano
<p><b>1ª série:</b></p> <p>É nesta série que são apresentadas, formalmente, as ideias diversificadas sobre funções.</p> <p>No 2º bimestre são apresentados os seguintes assuntos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Funções como relações de interdependência: com múltiplos exemplos;</li> <li>- Funções de 1º grau, gráficos, crescimento e decrescimento, taxas;</li> <li>- Funções de 2º grau: significado, gráficos, intersecções com os eixos, vértices, sinais.</li> <li>- Problemas envolvendo funções de 2º grau em múltiplos contextos e problemas de máximos e mínimos.</li> </ul> <p>No 3º bimestre continua a discussão sobre funções, mas desta vez com o foco sobre as potências, e assim são apresentados os seguintes assuntos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- As potências e o crescimento/decrescimento exponencial: a função exponencial;</li> <li>- As funções com variável no expoente: a exponencial e sua inversa, a logarítmica.</li> </ul> <p><b>2ª Série</b></p> <p>No 1º bimestre desta série são discutidos os seguintes assuntos relacionados com as ideias de função:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- A periodicidade e o modelo da circunferência trigonométrica</li> <li>- Gráficos de funções periódicas envolvendo senos e cossenos</li> </ul> <p><b>3ª série</b></p> <p>Nesta série, a última etapa do ensino secundário, são discutidas as seguintes situações de aprendizagem relacionadas com as noções de função:</p> <p>No 1º bimestre:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Geometria e o método das coordenadas</li> <li>- A reta, a inclinação e a proporcionalidade</li> <li>- Problemas lineares – máximos e mínimos</li> </ul> <p>No 3º bimestre são discutidas as seguintes situações:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Grandezas, interdependência: um panorama sobre funções.</li> </ul>	<p><b>11ª classe</b></p> <p>Nesta classe é revista a noção de função exponencial. Esta revisão visa constituir pontos de apoio para a resolução de equações e inequações exponenciais. Depois são introduzidas as funções trigonométricas: seno, cosseno, tangente e cotangente.</p> <p>É colocado como objetivo o estudo completo das funções seno, cosseno, tangente e cotangente, tal como vem escrito no programa de ensino:</p> <p>“Estudo completo das funções (Domínio, contradomínio, zeros da função, variação da função, variação do sinal da função e periodicidade)”.</p> <p><b>12ª classe</b></p> <p>Nesta classe os programas sugerem uma abordagem mais diversificada sobre funções. São os seguintes conteúdos propostos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Função modular</li> <li>- Funções reais de variável real. Os programas apresentam o seguinte conteúdo a ser abordado:</li> </ul> <p><i>“Funções reais de variável real. Revisão da noção de função e gráfico de uma função. Domínio e contradomínio. Revisão das funções linear, quadrática, exponencial, logarítmica, trigonométrica.</i></p> <p><i>Função homógrafa: gráfico e propriedades. Operações com funções. Classificação das funções. (injectiva, sobrejectiva e bijectiva). Função inversa: propriedades e determinação da expressão analítica. Função monótona</i></p> <p><i>Paridade de funções (Interpretação gráfica e geométrica). Composição de funções”.</i></p> <p>Limites e continuidade de funções.</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Construção de gráficos: um olhar “funcional”</li> <li>- As três formas básicas de crescimento ou decréscimo: a variação e a variação da variação.</li> <li>- Os fenômenos naturais e o crescimento ou decréscimo exponencial: o número e.</li> </ul>	<p>Cálculo Diferencial (com funções de uma variável). Diversas aplicações do Cálculo Diferencial.</p> <p>Primitiva de uma função.</p>
---	---

Figura 2: Recorte Panorâmico Comparativo

De modo geral, os materiais estudados, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM e Cadernos do Estado de São Paulo restringem a discussão, até ao final do ensino secundário, a três categorias de funções:

- ❖ Funções polinomiais: do 1º e 2º grau
- ❖ Funções periódicas: seno, cosseno e tangente
- ❖ Funções exponenciais e funções logarítmicas

E tais materiais esclarecem que não há necessidade de discutir muitas categorias de funções, pois o que interessa é discutir as poucas recomendadas com uma boa profundidade, em particular, dando ênfase às suas representações e possibilidades de aplicação.

Contrariamente à restrição sugerida nos PCNEM no Brasil, encontramos nos Programas de Ensino em Moçambique uma sugestão para uma discussão de toda teoria de funções.

Observamos que os dois sistemas são similares mas com algumas estratificações, pois enquanto no Brasil o Ensino Básico é composto de dois ciclos de cinco e quatro anos respectivamente e obrigatório, em Moçambique não existe um dispositivo legal que preconize essa designação, mas é comum referir-se aos 7 anos iniciais como Ensino Básico organizado em dois graus e três ciclos sem que a obrigatoriedade seja legalmente assegurada.

### *Ensino Secundário*

No Brasil ele é desenvolvido em três anos e compõe atualmente a Educação Básica devendo se tornar obrigatório a partir de 2016.

Em Moçambique essa etapa do ensino é desenvolvida em cinco anos, não é obrigatória e está dividida em dois ciclos.

A passagem do Ensino Secundário para o Ensino Superior em ambos os países está condicionada à aprovação em um exame específico para esse fim (o ENEM) para a maioria das universidades federais no Brasil e o exame de admissão em Moçambique.

A introdução da noção de função se dá de diferentes formas:

### *Ensino Básico*

No que se refere à proposta para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo funções, observamos que nos dois países a partir do Ensino Básico é indicado trabalhar a noção de função como uma relação de interdependência entre grandezas que pode emergir com a noção de proporcionalidade. Ainda nos dois países ressalta-se que a proporcionalidade é uma noção fundamental em matemática, pois permite a articulação de diversos conteúdos.

### *Ensino Secundário*

Existe uma diferença entre as propostas de desenvolvimento do conteúdo funções nos dois países. No Brasil trabalha-se as funções numéricas centradas nas suas representações algébrica e gráfica e na possibilidade de aplicação dessas funções em outras ciências e/ou em situações contextualizadas, além disso as funções são desenvolvidas quase que exclusivamente no quadro algébrico. Em Moçambique esse mesmo conteúdo deve ser desenvolvido com ênfase ao contexto intramatemático e ao quadro analítico, mas também se propõe o uso de situações relacionadas a outras ciências e do contexto da vida cotidiana.

### *Ensino Superior*

Nos dois países a noção de função de uma variável real a valores reais é utilizada na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral enquanto objeto matemático. No Brasil ela serve de ferramenta explícita para a introdução de novas noções e novos modos de pensar e em Moçambique se passa da mesma forma, sendo que a transição não utiliza a mudança de quadros.

### **Conclusão**

Do que constatamos nos materiais analisados, podemos resumir no seguinte:

Para o Ensino Básico o domínio das funções é tratado da mesma forma nos documentos brasileiro e moçambicano, mas ao considerar o Ensino Secundário observamos que em Moçambique a ênfase é dada ao quadro analítico, e assim nessa etapa escolar já se introduz as primeiras noções de Cálculo Diferencial e Integral para as funções de uma variável real a valores reais, o que corresponde a um trabalho que será iniciado apenas na universidade quando consideramos a proposta brasileira. Essa organização matemática e didática do domínio das funções nos dois países mostra a importância de um estudo que ultrapassa a identificação dos diferentes sistemas educativos que, em geral são bastante próximos, mas cujas propostas são decididas no nível sociedade quando nos referimos aos níveis de co-determinação segundo Chevallard (2002) e que podem apresentar expectativas de desenvolvimento de um determinado conteúdo muito diferentes.



### Referências bibliográficas

- Bosch, M.; Fonseca, C. e Gascón, J. H. (2004). Incomplettud de las Organizaciones Matematicas Locales en las Instituciones Escolares. *Recherches en Didactique des Mathématique* 24, 205-250.
- Brasil. (2006). *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio +: Ciências da Natureza e suas tecnologias*. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. – Brasília: MEC, SEMTEC. Acesso em 20 de março de 2010 de <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématique* 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude.3. Ecologie & Regulation. En : *Actes de la XI école d'été de didactique des mathématiques – Corps*, 3-22). França: La Pensée Sauvage.
- Dias, M. A.; Artigue, M.; Jahn, A.P. e Campos, T. M. (2010). A comparative study of the secondary-tertiary transition. In: *Proceedings Conference of the International Group for the Psychology Mathematics Education* 2, 129-136. Belo Horizonte: PME.
- Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67 (3), 237-254.
- Maputo. (2003). *Programa do Ensino Secundário Geral*. Instituto Nacional do Desenvolvimento da Educação – INDE – Maputo.
- Sarrico, C. (2005). *Análise Matemática. Leituras e Exercícios*. Lisboa: Gradiva