



i.cemacyc.org

I CEMACYC

I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

6 al 8 noviembre. 2013

Santo Domingo, República Dominicana



¿Cómo participa la historia de la Aritmética en un curso de formación inicial de profesores de Matemáticas?

Adriana **Gálvez** Socarrás

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia

adrianam.galvez@gmail.com

Andrés **Maldonado** Guinea

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
Colombia

andresmaldonado2703@gmail.com

Resumen

En este escrito presentamos parte de los resultados de un estudio¹ que se llevó a cabo en el marco de la línea de investigación sobre el conocimiento del profesor de matemáticas, de la Maestría en Docencia de la Matemática en la Universidad Pedagógica Nacional, el cual se realizó con el fin de caracterizar el papel que cumple la historia de la aritmética en la formación inicial de profesores. Nos centramos específicamente en cómo participa la historia en un curso de la Licenciatura en Matemáticas en el cual se aborda el conocimiento pedagógico de contenido y en el que además interviene la historia de la aritmética.

Palabras clave: Historia de las Matemáticas, conocimiento del profesor, formación inicial de profesores, cómo involucrar la historia en la formación de profesores, historia de la Aritmética.

Presentación del problema

En la Universidad Pedagógica Nacional² de Bogotá, Colombia, la formación inicial de los profesores se hace en un programa de Licenciatura en Matemáticas en el cual hay varios ámbitos a través de los que se pretende hacer la formación en Historia de las Matemáticas de los futuros

¹ Tesis de Maestría: El papel de la historia de la aritmética en un curso de didáctica para la formación de profesores de matemáticas.

² La Universidad Pedagógica Nacional es una Universidad uniprofesional, que busca la formación de profesores en diferentes áreas.

profesores. El primero, es el curso *Tópicos de historia de las Matemáticas*; el segundo, los trabajos de grado que involucran HM; el tercero, los apuntes históricos que se involucran en las clases de Matemáticas; y el cuarto, son los cursos de la línea de Didáctica de la Matemática que está relacionada con el Conocimiento Pedagógico de Contenido (CPC), en esta línea se encuentra el espacio académico *Enseñanza y aprendizaje de la aritmética y el álgebra* (EAAA), el cual estudiamos con el fin de intentar develar cuál es el papel de la historia en ese curso para la formación de profesores. Nuestro interés no era observar cómo participa la Historia de las Matemáticas (HM) en la licenciatura, sino en ese espacio académico, ya que por una parte es un curso en el que se hace uso de la HM y por otro lado EAAA es una propuesta en la que se está innovando en la formación de profesores, el curso lleva tan solo tres años de estar siendo desarrollado. EAAA en particular aborda la formación de lo que Shulman (1986) llama el conocimiento pedagógico de contenido.

Este espacio académico está situado en el sexto semestre de la Licenciatura en Matemáticas, en donde los profesores en formación ya han tenido cursos que abordan el conocimiento disciplinar respecto a la Aritmética y el Álgebra, pero no han tenido dentro de la Licenciatura un seminario específico de historia de las matemáticas.

En EAAA se contemplan tres frentes de trabajo, que son: La reflexión sobre la naturaleza de los objetos aritméticos y algebraicos; los aspectos curriculares sobre la enseñanza y el aprendizaje de la aritmética y el álgebra; y el estudio de propuestas de enseñanza donde se incluye la identificación de materiales y recursos para el aula (Mora, 2009).

Ahora bien, para estudiar el papel de la historia de la aritmética en EAAA requeríamos abordar la relación entre el conocimiento histórico como parte del conocimiento del profesor de matemáticas, y encontramos que Guacaneme (2011) propone cuatro preguntas que se deben plantear para apreciar dicha relación, y tienen que ver con la racionalidad (los *porqué*), la intencionalidad (los *para qué*), el tipo de historia (el *qué*) y las estrategias (los *cómo*).

En relación al *cómo*, tuvimos en cuenta dos aspectos, uno en relación a cómo se promovió la apropiación de la historia de la Aritmética en cuanto a las temáticas vistas en el curso y otro en relación a la metodología.

En este último la literatura no reporta de manera explícita las estrategias para involucrar la historia; aún así, encontramos dos documentos de Bjørn Smestad publicados en 2008 y 2011, que dan cuenta de algunas estrategias de cómo se podría utilizar la Historia de las Matemáticas en la formación de profesores.

Smestad (2011) plantea cinco maneras distintas de cómo incluir la historia de las Matemáticas, que son: como parte de una *lectura*, trabajando sobre las *fuentes originales*, *proyectos*, *tareas* y *juegos*.

Para Smestad (2011) el introducir *lecturas* respecto a alguna noción matemática, necesariamente involucra particularidades que aportan algunos aspectos de la historia misma, lo que contribuye a la construcción del conocimiento más que el solo hecho de relatarla o contarla. Por otra parte, Smestad muestra a partir de unos ejemplos, que no solo las lecturas contribuyen a introducir la historia, sino que las imágenes, las gráficas y demás elementos también lo hacen, ya sea en su manera de representar o en su manera de presentarlo.

En cuanto a las *fuentes originales* Smestad (2011) menciona que a través de éstas se pretende que los estudiantes tomen postura frente a diferentes situaciones que se presentan

implícitamente al momento de abordar la obra (v.g., la manera en que se escribe, los símbolos que introduce, la forma en que aborda las demostraciones y hasta aspectos sociales según el contexto histórico en que se realizó la obra).

Smestad (2008) considera como tercera manera los *proyectos*, lo primero que menciona de ellos es que requieren mucho tiempo para realizar, pero en ellos se pueden abordar diferentes conceptos o simplemente tomar algún objeto matemático y mostrar todo lo que se puede hacer con él. Un aspecto importante que menciona Smestad, es que se dificulta conectar la historia con las matemáticas. También menciona que a veces los estudiantes para profesor logran hacer maravillosos proyectos en donde ellos logran conectar la historia de las matemáticas a la enseñanza de forma ingeniosa.

Por otro lado Smestad (2011) considera que a través de las *tareas* se puede involucrar la HM ya que a diferencia de los proyectos no se “quita tiempo” a las matemáticas, porque en ellas se desarrollan contenidos matemáticos que hacen parte o hicieron parte de un problema, un algoritmo, una situación, etc., en diferentes momentos de la Historia de las Matemáticas. Esto es beneficioso en cuanto a que los estudiantes tienen mayor cantidad de tiempo para discutir sobre los problemas en grupos o equipos de trabajo.

Finalmente Smestad (2011) plantea una quinta manera de abordar la HM a través del *juego*. De esta manera, realiza un acercamiento a las nociones matemáticas que serán trabajadas, utilizando parte de los saberes previos de los estudiantes. El *juego* para él consta de formular ejemplos e intentar encontrar el significado de aquellos conceptos que se van a abordar o que hasta ahora se van a introducir en la clase. Para esta categoría, Smestad menciona que es importante conocer los orígenes de los conceptos que se van a trabajar, porque los estudiantes pueden estar interesados o motivados en lo que van a abordar cuestionando los términos a trabajar.

Resultados

Para identificar cómo se llevan a cabo los procesos de apropiación del conocimiento histórico de la Aritmética en EAAA se tuvo en cuenta el documento del programa académico del curso, la propuesta para orientar el diseño del espacio académico y también episodios de 26 registros de audio y video en los que se evidenció el uso de la historia.

En el análisis encontramos que respecto al cómo se promovió la apropiación de la historia de la Aritmética en el curso, existen tres aspectos a tener en cuenta:

- Se buscaba identificar los objetos de estudio de la aritmética,
- diferenciar los objetos de estudio de la Aritmética y los del Álgebra y también
- hacer una comparación entre la historia de la aritmética y los desarrollos curriculares de la aritmética en la escuela.

Éstos aspectos no son lineales, no tienen un desarrollo cronológico respecto a HM sino que se desarrollan de forma paralela y es evidente la reflexión de tipo didáctico por lo que consideramos que no se pretendió un estudio de la historia de la Aritmética en sí misma, sino un estudio acerca de ésta en relación con la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas.

Es así como por ejemplo al intentar identificar los objetos de estudio de la aritmética se propuso en el curso el estudio de las concepciones históricas de la aritmética y de allí se desprendió la concepción histórica de que la Aritmética es el estudio de los números, y esto llevó

a un estudio paralelo para identificar qué era el número en diferentes momentos de la historia. De manera similar se hizo con la historia del álgebra y se buscó encontrar diferencias y semejanzas entre los objetos de estudio de la aritmética y el álgebra desde las perspectivas históricas y a su vez se iba haciendo una comparación con el currículo, por ejemplo cuando se habló del desarrollo histórico de los sistemas de numeración se buscó hacer la comparación en el currículo escolar para saber si se da en el mismo orden que como aparecieron históricamente.

Por otra parte, en cuanto a las estrategias metodológicas utilizadas para involucrar la historia de la Aritmética encontramos que en el documento base para el curso de EAAA (Mora, 2011) la profesora muestra que optó por una metodología basada en los siguientes aspectos: Imaginarios de los profesores en formación; preguntas orientadoras; realización de lecturas; revisión de textos escolares; desarrollo de talleres; controles de lectura; exposiciones cortas; planteamiento de posturas críticas; contraste entre sus imaginarios y la literatura especializada; diseño, experimentación y análisis post-acción de clases cortas; y finalmente, relación con lo vivido en su formación.

En cuanto a los videos analizados y en relación con el marco de referencia se resalta que la docente aborda tres de las estrategias propuestas por Smestad (2011) que son trabajo con lecturas, uso de diferentes fuentes históricas y proponer tareas que involucren la historia de las matemáticas como se muestra a continuación en la figura 1.

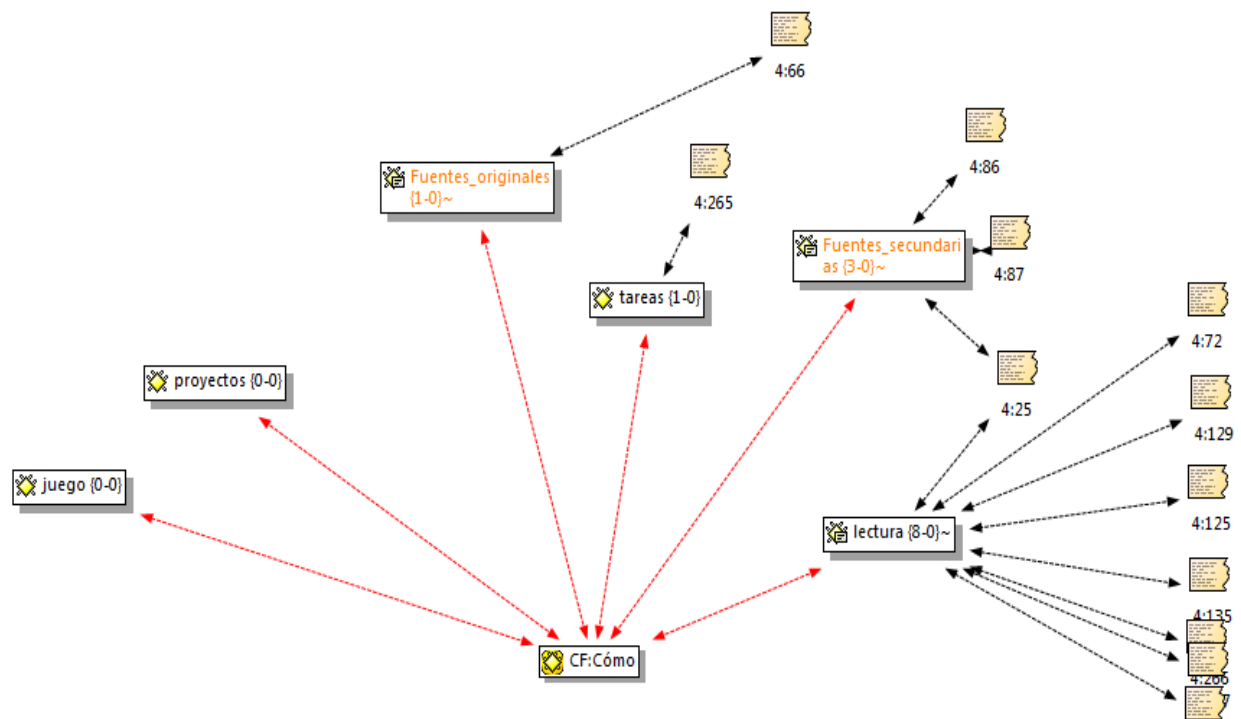


Figura 1. Estrategias de cómo abordar el conocimiento histórico

Respecto a la primera estrategia, la *lectura* de documentos especializados contribuye de manera significativa a la manera como los futuros docentes se apropian de un conocimiento que manejan en diferentes niveles (hay que tener en cuenta que los estudiantes ya están permeados de diferentes cursos en los que se trabaja la aritmética), pero posiblemente aún no se han cuestionado respecto a los aspectos ontológicos y epistemológicos de estos objetos matemáticos. Además, la pertinencia que tienen las preguntas en las sesiones de clase alimentan las

discusiones, lo cual aportan y generan un ambiente de incertidumbre pero las diferentes socializaciones en clase o las lecturas contribuyen a responder aquellos cuestionamientos. También mediante las lecturas y discusiones en clase, se busca que los profesores en formación asuman posturas fundamentadas en la literatura especializada acerca de los objetos de estudio de la Aritmética desde una perspectiva histórica.

Por otra parte, el trabajo que se realizó con *fuentes originales* (considerando fuentes originales las obras matemáticas como por ejemplo las de Euclides, Al-kwarizmi, etc.) fue muy poco, incluso no se estudio como tal una obra original en el curso sino que se mencionaron, por ejemplo en algún momento uno de los profesores mencionó la obra de Elementos de Euclides y describió la obra a grandes rasgos. De manera similar, las *fuentes secundarias* (entendiendo por fuentes secundarias los libros de historia de las matemáticas escritos por los historiadores) solo son mencionadas en el espacio académico. Para este caso consideramos fuentes secundarias los momentos en los que la profesora manifiesta “en los libros de historia se encuentra que...” también los videos que se presentaron durante las clases, por ejemplo el video llamado “*De Diofanto al Siglo XXI*”. Tanto las fuentes secundarias, como las fuentes originales son presentadas o mencionadas por los profesores que orientan el curso. Consideramos que esto último se debe a que los profesores en formación, no han tenido dentro de la Licenciatura un curso de Historia de las Matemáticas y ese quizás es el espacio donde ellos podrían tener contacto con fuentes originales y fuentes secundarias, por eso la alusión a las fuentes de la historia, no procede de los estudiantes, es decir que este se puede considerar un conocimiento exógeno al curso mismo y a los estudiantes.

Además de las fuentes anteriormente mencionadas en el curso también se utilizan y en mayor medida las fuentes didácticas como por ejemplo los documentos de Macías (2010), Maz y Rico (2001), y Sfard (1991). Además, en el uso que la profesora le dio a dichas fuentes dentro de las clases, se evidencia la preocupación por propiciar espacios de participación, discusión y exposiciones; en ellas, por medio de preguntas y lecturas, se pone en juego las diferentes concepciones de los estudiantes, los cuales tienden a recurrir a sus experiencias vividas o a realizar retrospecciones para intentar dar respuesta a los interrogantes planteados, además del proceso de análisis de estos documentos.

Las *tareas* propuestas por la profesora involucran diferentes tipos de actividades que involucran el trabajo en equipo, la socialización de ideas y otras estrategias que se mencionan a continuación:

Las *exposiciones* en las que por medio de asignación de diferentes aspectos a trabajar se procura que los estudiantes investiguen y se documenten al respecto. Gran parte de los documentos que usan los profesores en formación inicial para preparar las exposiciones y discusiones del espacio académico son documentos que corresponden a *fuentes didácticas*, que en la mayoría de los casos son sugeridas por la profesora. Por ejemplo cuando se trabajo acerca de las concepciones históricas del número se realizaron exposiciones grupales en las que cada grupo de estudiantes utilizó *fuentes didácticas* para preparar las exposiciones y complementaron con otros tipos de fuentes.

Las *intervenciones programadas* de la historia de la Aritmética, las cuales se hacen evidentes cuando por ejemplo la profesora presenta un video sobre Diofanto, o al momento de trabajar con un documento histórico. La profesora utiliza varios videos que involucran la historia bien sea a través de una biografía de algún matemático o sobre algún tópico del que se esté

trabajando en el momento, por ejemplo cuando se establecieron diferencias entre los objetos de la aritmética y el álgebra se presentó un video sobre las ecuaciones y la historia.

Las *intervenciones improvisadas* de la historia de la Aritmética, ya que aparecen en cualquier momento de las sesiones de clase, ya sea de parte de la profesora o de parte de algún estudiante para contribuir con las discusiones de clase que por lo general propicia la profesora buscando que los estudiantes tomen postura sobre los hechos históricos, curriculares o matemáticos que aparecen en el curso.

Además, en los registros se hace evidente la participación activa de los profesores en formación como núcleo de la metodología de las sesiones de clase. Así mismo, se realizaron *mapas conceptuales* y *cuadros comparativos* tanto para establecer relaciones y diferencias entre los objetos de estudio de la aritmética y el álgebra como también para las relaciones y diferencias existentes entre la historia de la aritmética y el currículo escolar. Para esto último también se hizo *revisión de textos escolares* como parte de las tareas propuestas, todo esto siempre con una socialización que permite mayor participación y conocer opiniones distintas de los diferentes estudiantes.

A modo de síntesis

Finalmente y teniendo en cuenta todo lo anterior, observamos que la formación en Historia de las Matemáticas como parte de un curso de Didáctica si es posible y se puede involucrar desde las mismas temáticas del curso, sin necesidad de convertirlo en un curso de Historia sino con la reflexión constante de aspectos didácticos, en este caso de la enseñanza y aprendizaje de la Aritmética.

Por otra parte, concluimos que si bien es cierto que la literatura no reporta de manera explícita las estrategias para involucrar la historia de las matemáticas en la formación inicial de profesores, recientemente se ha encontrado que Smestad (2011) ha documentado algunas metodologías que ha utilizado para involucrar la Historia de las Matemáticas en la formación de profesores. Pero aún así, ese documento no logra abarcar todas las estrategias que se usan en el espacio académico, estrategias que se resumen en la figura 2.



Figura 2 Estrategias Utilizadas en el curso Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra

Consideramos que las categorías de análisis que establecimos en el marco de referencia, se quedan cortas en relación a lo que sucede en los episodios analizados, porque si bien es cierto que de las categorías de Smestad (2011) únicamente se utilizan tres en EAAA (lecturas, fuentes originales y tareas), también encontramos que se busca involucrar más a los estudiantes en la apropiación del conocimiento histórico y la reflexión didáctica acerca de la aritmética y el currículo, por medio de discusiones, socializaciones y exposiciones, en las que la profesora participa cuestionando los aportes de los estudiantes, mediando la discusión y consolidando los aspectos clave de las comparaciones que se hacen. También se busca formar un pensamiento crítico usando la historia de las Matemáticas y frente a diferentes temas de la didáctica de las matemáticas.

Referencias

- Anacona, M. (2003). La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. *Revista EMA. Investigación e innovación en educación matemática*, 8 (1), 30-46.
- Arcavi, A. (1991). The experience of history in mathematics education: Two benefits of using history. *For the Learning of Mathematics. An International Journal of Mathematics Education*, 11 (2), 11.
- Fauvel, J., & Van Maanen, J. (2000). Historical support for particular subjects. En *History in mathematics education: the ICMI Study* (págs. 241-243). Kluwer: Dordrecht.
- Furinghetti, F., & Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. En G. Leader, E. Pehkonen, & G. Torner (Edits.), *Beliefs: A hidden Variable in Mathematics Education* (págs. 39-57). Suiza: Kluwer Academic Publishers.
- Gálvez, A. M., & Maldonado, A. F. (2012). *El papel de la historia de la Aritmética en un curso de didáctica para la formación de profesores de matemáticas*. Bogotá: Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Nacional.
- Grossman, P. L. (1990). *The Making of a Teacher. Teacher Knowledge and Teacher Education*. New York: Columbia University.
- Guacaneme, E. (2010). ¿Qué tipo de Historia de las Matemáticas debe ser apropiada por un profesor? *Revista EDUCyT*, 2.
- Guacaneme, E. (2011). La historia de las Matemáticas en la educación de un profesor: Razones e intenciones. *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática – CIAEM*. Recife (Brasil), 26 al 30 de junio.
- Guacaneme, E., & Torres, L. (2011). Caracterización de las estrategias curriculares de formación en historia de las matemáticas en programas de formación inicial de profesores de matemáticas. Bogotá: IV Encuentro de programas de Formación inicial de profesores de matemáticas & V Seminario de matemática educativa. Fundamentos de la matemática Universitaria.
- Jankvist, U. T. (2009). On empirical research in the field of using history in mathematics education. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(1), 67-101.
- Mora, L. (2009). *Documento de avance de propuesta para orientar el diseño del espacio académico: Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Mora, L. (2011). *Programa de Enseñanza y Aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Radford, L., M. B., Bekken, O., Boero, P., Dorier, J., Katz, V., y otros. (2000). Historical formation and student understanding of mathematics. En *History in mathematics education. The ICMI study* (págs. 143-170).

- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Smestad, B. (2008). A look at three years of projects with students. *The International Conference on Mathematics Education*, Monterrey, México.
- Smestad, B. (2011). History of Mathematics for Primary School Teacher Education Or: Can You Do Something Even if You Can't Do Much? In V. Katz, & C. Tzanakis, *Recent development on introducing a Historical Dimension in Mathematics Education* (pp. 201-210). The Mathematical Association of America.
- Tzanakis, C., Arcavi, A., de Sá, C., Isoda, M., Niss, M., & al, e. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In J. Fauvel, & J. van Maamen (Eds.), *History in mathematics education. The ICMI Study* (pp. 201-240). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.