

EL GEOPLANO: UNA ALTERNATIVA PARA MEJORAR LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Ana Duarte Castillo
Universidad Nacional Abierta
aduarte@una.edu.ve

Venezuela

Resumen. El propósito de este trabajo es presentar una investigación de campo de tipo descriptiva en donde el empleo del geoplano como recurso didáctico contribuyó de manera positiva en la comprensión de objetos geométricos estudiados en la clase matemática. Teniendo que una de las tareas del profesor de matemáticas es conseguir que sus estudiantes comprendan los diversos conceptos que están en juego, no de una forma mecánica, sino que puedan operar con ellos en diversos contextos. (Serrazina y Matos, 1968). La intención de este modesto trabajo es ayudar a los docentes en servicio a la hora de escoger recursos didácticos y elaborar actividades que favorezcan la comprensión en los estudiantes. Este trabajo se efectuó a la luz de los niveles de Van Hiele. Se realizó en un Liceo ubicado en el Municipio Zamora del Estado Miranda con estudiantes pertenecientes a primer año de educación media general, durante el período académico 2010-2011. Se obtuvo que la mayoría de los estudiantes se ubican en el nivel de análisis del modelo antes nombrado.

Palabras clave: geoplano, geometría, modelo van hiele

Abstract. The purpose of this paper is to present an investigation of descriptive field where the use of geoboard as a teaching resource contributed positively in the comprehension of geometric objects studied in mathematics class. Given that one of the tasks of the mathematics teacher is to get students to understand the various concepts that are in a play, not in a mechanical way, but can operate with them in various contexts (Serrazina & Matos, 1968). The target of this modest work is to assist teachers in service in choosing teaching resources and develop activities that promote student understanding. This work was carried out in light of Van Hiele levels. In a High School located in the Zamora Municipality Miranda State was performed, with students from first year high school, during the 2010/2011 academic period. It was found that most of the students are placed in the level of analysis model (Van Hiele) above.

Key words: geoboard, geometry, van hiele model

Introducción

Las matemáticas están presentes a lo largo de todo el sistema educativo, lo cual evidencia que la sociedad las considera importantes en la formación académica de nuestros niños, niñas y jóvenes. Además, están presentes en diversos campos de nuestra sociedad, como por ejemplo: La música, la arquitectura, la medicina, la computación y muchos otros más. Pero la escuela, hasta ahora ha propiciado una enseñanza de las matemáticas mecánica, descontextualizada, con prácticas educativas que impiden el acceso a experiencias significativas y de calidad en el aprendizaje de esta fascinante ciencia. En este mismo sentido se expresa Skovsmose (1994) cuando señala que la escuela reproduce el conocimiento, las rutinas y las competencias, al igual que sustenta las creencias ideológicas, ocasionando un sentimiento de exclusión, porque sin saber matemáticas no se puede formar parte de ese porcentaje de personas privilegiadas en este mundo. Por lo cual, la investigación en el contexto de la Educación Matemática tiene como uno de sus objetivos promover metodologías que fortalezcan los procesos de

enseñanza-aprendizaje y la evaluación de las matemáticas en sus distintos niveles educativos. Una alternativa la constituye la manipulación de recursos didácticos auxiliares en el aula, los cuales permitan al docente la producción de actividades innovadoras, motivantes y versátiles que conduzcan a los alumnos a la exploración y descubrimiento de conceptos y propiedades de objetos geométricos. (Mariño, 2000)

En el presente escrito se describirá el trabajo realizado por estudiantes de primer año de educación media general, utilizando el geoplano en la clase de geometría. Todo esto a la luz del modelo de los esposos Van Hiele. En donde el objetivo es Describir el desempeño de los estudiantes del Educación Media General de primer año en la comprensión de contenidos geométricos, específicamente figuras geométricas y propiedades, empleando el geoplano en la clase.

¿Cuál es el problema?

Teniendo presente que uno de los fines de la educación establecidos en la Ley Orgánica de Educación (2009, p.11), de la República Bolivariana de Venezuela, establece “Desarrollar la capacidad de abstracción y el pensamiento crítico mediante la formación en filosofía, lógica y matemáticas, con métodos innovadores que privilegien el aprendizaje desde la cotidianidad y la experiencia”. Para cristalizar este fin es necesario la comprensión, por parte de los estudiantes, de los contenidos matemáticos, por ser esta el área de formación de la autora, establecidos en el currículo vigente de la educación media general.

Muchas veces son utilizados métodos expositivos, creyendo en la eficacia de la trasmisión del saber, en vez de comprender que el conocimiento matemático no se transmite, más bien, este es esencialmente construido por los estudiantes. Tal visión de la matemática aleja a muchos estudiantes de la comprensión de los conceptos, y muchas personas, aunque no recuerdan una disciplina preferida en el tiempo en que andaban en la escuela, recuerdan ciertamente cuanto la matemática les fue penosa (Serrazina y Matos, 1968)

De todas las ramas de la Matemática, la Geometría es una de las más intuitiva, concreta y ligada a la realidad que conocemos. Por ello, existen numerosas posibilidades para experimentar, mediante materiales adecuados, sus métodos, conceptos, propiedades y problemas. Además, los conceptos geométricos han estado presentes en diversas culturas (Bishop, 1999). Con relación a esto último existen diversas actividades relacionadas con el entorno y la cultura matemática. Una de ellas se refiere a la de diseñar. Todas las culturas diseñan cosas, cada una las diseña de manera diferente y la cantidad de formas diseñadas también difiere notablemente de una cultura a otra. Lo que se diseña depende de la necesidad percibida. El diseño de objetos ofrece la posibilidad de imaginar formas, figuras y pautas en el entorno (Bishop, 1999)

Otras investigaciones también se han sorprendido ante la potencialidad geométrica y matemática de mucha de las formas diseñadas que se encuentran en todas las culturas. Zalavsky (1973, citado en Bishop 1999) documenta la rica tradición geométrica de los diseños decorativos de las sociedades africanas. Describe la arquitectura de los pueblos africanos, mostrando que las casas suelen tener formas circulares o rectangulares con algunos diseños más sofisticados basados en éstos. Gerdes (1986, citado en Bishop 1999) nos ofrece ejemplos de ideas matemáticas inherentes al trabajo de diseño de los artesanos mozambiqueños y apoya con fuerza el reconocimiento de este trabajo matemático en su currículo escolar.

Por otra parte, Senechal (2008, citado en Stenn 2008) plantea que la popularidad creciente de los rompecabezas y de los juegos basados en la interacción de formas y posiciones, ilustra las formas geométricas y sus relaciones en muchas personas, además los patrones geométricos pueden servir como modelos relativamente simples para muchos tipos de fenómenos, y su estudio es posible y deseable en todos los niveles. El estudio de la forma se ha incluido históricamente en la geometría. Sin embargo, a pesar de su importancia fundamental los estudiantes aprenden muy poco acerca de las formas en la escuela.

Una de las tareas del profesor de matemáticas es conseguir que sus estudiantes comprendan los diversos conceptos que están en juego, no de una forma mecánica, sino que puedan operar con ellos en diversos contextos. Diversas propuestas han sido señaladas como necesarias para modificar este estado (Serrazina y Matos, 1968):

1. La utilización de una gestión en el salón de clases que contribuya para que los estudiantes construyan su propio conocimiento.
2. La utilización de materiales que permitan una buena base para la formación de conceptos.
3. Una conexión de la matemática y la realidad.
4. Un abordaje de la matemática volcada hacia la resolución de problemas.

Para el desarrollo de este trabajo, nos centraremos en el aspecto referido a la utilización de materiales que permitan una buena base para la formación de conceptos. En la actualidad se conoce muchos materiales que pueden emplearse en el trabajo de aula. Algunos de ellos han sido diseñados específicamente para estudiar Geometría y otros pueden ser adaptados para utilizarse en su enseñanza (Villarreal y Sgreccia, 2011). Uno de esos recursos es el geoplano del que hablaremos más adelante.

Sumado a todo esto, primer año de la Educación Media general es una etapa de transición para los estudiantes. Transición que se refleja el siguiente cuadro (Gimeno, 1998):

Primaria	Secundaria
<ul style="list-style-type: none"> • Curriculum más integrado • Modelo de organización comunitario • Tareas más circunscritas al Centro • Clima más englobante, personal • Sistema monodocente • Seguimiento más directo del estudiante • Mayor contacto con los padres • Círculo de amistades ligado al Centro 	<ul style="list-style-type: none"> • Curriculum más especializado • Modelo de organización, burocrática • Mayor desplazamiento de trabajo a casa • Clima más centrado en lo académico • Plan docente: varios estilos • Mayor autocontrol del alumno • Menor contacto con los padres • Círculos diferenciados de amigos

Geoplano

De acuerdo con Gattegno, (citado en Verdugo, Vásquez, Briseño y Palmas, 2000, p. 2-3), el geoplano es un material multivalente (puede servir para diversos propósitos) que “permite tomar conciencia de las relaciones geométricas”. Con los geoplanos se pueden enseñar teoremas de la geometría plana, con algunas ventajas sobre el pizarrón, pues las figuras obtenidas son claras y no dependen de la habilidad del maestro; como los geoplanos son pequeños, pudiéndose girar para mostrar que las propiedades en cuestión no dependen de la posición.

Adicionalmente Serrazina y Matos (1968) señalan que una de las grandes ventajas del geoplano es su movilidad para que los estudiantes visualicen figuras en diferentes posiciones. Otras de las ventajas específicas del geoplano es que, al contrario de la hoja de papel, es un aparato dinámico que permite diseñar y borrar fácilmente y posibilita la realización rápida de conjeturas.

Un geoplano es una herramienta didáctica construida generalmente con una base cuadrada de madera, unos clavos fijados a la madera en diversos tipos de arreglos y un conjunto de ligas, preferiblemente de colores. Existen versiones comerciales del geoplano construidos totalmente de plástico.

Modelo Van Hiele

Según los Van Hiele, el pensamiento matemático sigue un modelo concreto que consta de dos partes. Una descriptiva, en la que identifica una secuencia de tipos de razonamientos llamados los “niveles de razonamiento”, y otra, instructiva que sugiere a los profesores directrices para que puedan ayudar a sus alumnos a alcanzar con más facilidad un nivel mayor de razonamiento, denominada “fases de aprendizaje”(Afonso, 2004, p.6).

Son numerosas las publicaciones, que hacen referencia al modelo Van Hiele (véanse, por ejemplo Jaime 1993; Bunker y Shaughnessy, 1986) en ellas se pueden encontrar listas muy

completas de cada uno de los niveles de razonamiento. Ahora veamos algunas características de cada uno de los niveles:

- Nivel 1: Reconocimiento (Visualización). Los alumnos perciben las figuras geométricas globalmente por su forma y no por sus propiedades.
- Nivel 2: Análisis. Los alumnos son conscientes de que las figuras geométricas están formadas por partes y de que están dotadas de propiedades matemáticas.
- Nivel 3: Clasificación. (Abstracción). Los alumnos comienzan a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático, son capaces de realizar razonamientos deductivos y entienden el significado de una definición.
- Nivel 4: Deducción formal (Deducción). Los alumnos pueden realizar razonamientos lógicos formales; las demostraciones de varios pasos ya tienen sentido para ellos y aceptan su necesidad como único medio para verificar la veracidad de una afirmación.
- Nivel 5: Rigor. Los alumnos son capaces de trabajar en distintos sistemas axiomáticos, prescindiendo de cualquier soporte concreto para desarrollar su actividad matemática. Este último nivel es que menos investigaciones ha promovido.

Tal como se ha indicado, los Van Hiele recomiendan a los profesores que organicen esta enseñanza siguiendo unas determinadas pautas que reciben el nombre de “fases de aprendizaje”, por todas y cada una de ellas ha de pasar el alumno para alcanzar un nivel de razonamiento superior:

- Fase 1: Información:* El profesor indica a sus alumnos sobre el campo de estudio que van a trabajar, como por ejemplo conceptos que van a manejar, problemas, materiales.
- Fase 2: Orientación dirigida.* Los alumnos comienzan a explorar el campo de estudio, resolviendo problemas y actividades basadas en el material proporcionado por el profesor.
- Fase 3: Explicitación:* Los alumnos intercambian sus experiencias, comentan lo que han observado, explican cómo han resuelto las actividades, todo ello ocurre en un contexto de dialogo en el grupo.
- Fase 4: Orientación libre.* Los alumnos deben ahora aplicar y combinar los conocimientos que han adquirido en las fases anteriores para resolver actividades más complicadas. En esta fase los alumnos conocen el campo de estudio, pero todavía deben perfeccionar el conocimiento del mismo, tanto de contenido como de habilidades de razonamiento.

Fase 5: Integración. Los nuevos conceptos y habilidades que los alumnos han aprendido en las fases anteriores están asimilados, pero aún deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente.

Fuys, Geddes y Tischler (1988) resumieron las características principales de los niveles de van Hiele de razonamiento geométrico indicando que:

- ❖ Los niveles son secuenciales.
- ❖ Cada nivel tiene su propio lenguaje, una serie de símbolos y una red de relaciones
- ❖ Lo que es implícito en un nivel llega a ser explícito en el siguiente nivel
- ❖ El progreso de un nivel al siguiente es más dependiente de la instrucción que de la edad o maduración biológica

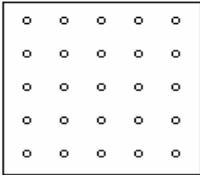
Terminado el marco conceptual pasaremos a describir la manera de llevar a cabo la investigación, es decir el diseño metodológico de la misma.

Metodología

En este estudio se realizaron las siguientes fases:

1. Se procedió a construir un geoplano, junto con los estudiantes en el salón de clases, lo cual es una actividad sencilla pero requiere de cierto cuidado, debido a la manipulación de los materiales. Para ello, se les solicitó a los estudiantes que fijen una plantilla de puntos sobre la tabla con cinta plástica. Era necesario que la plantilla estuviese a la misma distancia de todos los bordes de la tabla. Seguidamente se clavó perpendicularmente a la tabla un clavo en cada uno de los puntos indicados en la plantilla. Fue necesario asegurarse de calzar los clavos hasta que quede menos de un centímetro de distancia desde la cabeza hasta la superficie de la tabla. Luego se removió la plantilla
2. Se procedió a realizar diferentes figuras empleando ligas de colores. En donde se estudiaron las propiedades de los polígonos de tres, cuatro, cinco, seis lados. Esto se realizó con base a una batería de actividades seleccionadas. Entre las que se encuentran:

1. Coloca sobre tres clavos una liga, la forma que hiciste es denominada _____. Esta figura se caracteriza por tener _____ lados. Dibuja la figura en el geoplano de papel



2. En un geoplano de dimensiones 5x5 (de papel). ¿Cuántos triángulos puedes formar?

3. Si Fijas una liga en un clavo. ¿Cuántos triángulos puedes formar, en un geoplano de 5x5?. Dibújalos en el geoplano de papel

4. En un geoplano de dimensiones 2x2 (de papel). ¿Cuántos triángulos puedes formar?

Cuadro 1. Actividad #1 aplicada a los estudiantes

En la actividad #1 (Cuadro 1), inicialmente se pudo apreciar que los estudiantes no variaban la posición de los triángulos en el geoplano. Es decir, la base del triángulo paralela al lado inferior del geoplano.

Utilizando solo dos ligas construya en el geoplano:

- Tres triángulos
- Dos cuadrados
- Cinco triángulos
- Un pentágono.

Comentario Al igual que las figuras denominadas triángulos, los cuadriláteros deben ser visualizados por los alumnos y luego representados en su cuaderno cuadriculado, en hojas punteadas o en su geoplano 5x5.



Cuadro 2. Actividad #2 aplicada a los estudiantes

En la actividad #2 (Cuadro 2), se pudo apreciar que los estudiantes intentaron diversas formas para representar lo solicitado, con tan solo dos ligas.

- Finalmente para la evaluación, se procedió a elaborar un instrumento sobre la base de preguntas que respondan al nivel I del modelo de Razonamiento Van Hiele.

Parte I

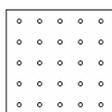
Instrucciones: Lea cuidadosamente cada una de las preguntas que se presentan a continuación, y responda correctamente.

- Mencione al menos tres diferencias entre figuras geométricas y cuerpos geométricos.
- ¿Podemos afirmar que cualquier cuadrilátero es un cuadrado? Argumente su respuesta
- ¿Será posible que cualquier triángulo presente dos ángulos de 90° ? ¿Por qué?
- Menciona al menos tres características de un triángulo rectángulo.
- ¿Podemos negar que un trapecio es un cuadrilátero? ¿Por qué?

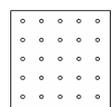
Parte II

Instrucciones: A continuación se le presenta una serie de características, referidas a figuras geométricas. Es necesario que realice la representación de la figura en los diferentes geoplanos y coloque el nombre en la columna correspondiente.

- Polígono regular (lados de igual longitud, ángulos interiores de igual medida).
- Cinco lados.
- Cinco ángulos interiores.



- Figura Geométrica.
- Cuatro lados. En donde, los lados paralelos son de igual medida.
- Cuatro ángulos



Cuadro 3. Actividad evaluativa

En esta actividad evaluativa (cuadro 3) se pudo apreciar que los estudiantes perciben los componentes y propiedades de las figuras. Además describieron las figuras por sus propiedades y relacionan unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Elaboraron definiciones de algunas figuras.

Resultados

Entre los resultados se encuentran:

- ❖ Esta manipulación, con el geoplano de las figuras geométricas, condujo a una buena comprensión de lo que significa clasificar figuras, esto es agruparlas según aquello que tengan semejante.
- ❖ Se evidenció que los estudiantes reconocen partes y propiedades de las figuras estudiadas (Triángulos, cuadriláteros, otros polígonos)
- ❖ Los estudiantes se habituaron a observar figuras en diversas posiciones y comprendieron que la posición no cambia los elementos.
- ❖ Los estudiantes claramente se pueden ubicar en el nivel de análisis con presencia de algunas habilidades del nivel de clasificación, según lo arrojado en la evaluación, del modelo de los esposos Van Hiele, debido a que estos distinguían partes, reconocían propiedades y experimentaron, lo que les ayudó a generalizar.

Referencias bibliográficas

- Afonso, M. (2004). Sobre los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele y la formación de profesores en activo. *Revista Números*, 58(1), 2-35
- Bishop, A. (1999). *Enculturación Matemática*. Barcelona, España: Paidós.
- Burger, W. y Shaughnessy, J. (1986). Characterizing the Van Hiele Levels of Development in Geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48
- Fuys, D., Geddes, D. y Tischleer, R. (1988). The Van Hiele models of thinking in Geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education*, 3(1), 41-46
- Gimeno, J. (1998) .La diversidad de la vida escolar y las transiciones. *Kikirikí* 48 (1), 16-20
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. Tesis de doctorado no publicada, Valencia. Universitat de Valencia
- Ley Orgánica de Educación (2009). Gaceta Oficial de la República Bolivariana de Venezuela N° 5.929 Extraordinaria.
- Mariño, A. (2000). El geoplano un recurso manipulable para la comprensión de la geometría. *Anuario Educación Integral*, 3(3-4), 49-75
- Senechal, M. (2008). Formas. En Steen, L. (Ed.), *La Enseñanza Agradable de las Matemáticas*. (149-192). México: Limusa
- Serrazina, L. y Matos, J. (1968). *O Geoplano na sala de aula*. Associação de Professores de Matemática. Portugal:Grua
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Kluwer: Academic Publishers
- Steen, L. (2008). *La Enseñanza Agradable de las Matemáticas*. México: Limusa
- Verdugo, J., Vásquez, R., Briseño, L. y Palmas, O. (2000). Área de figuras en el Geoplano. Recuperado 15 de Enero 2013 de: http://www.cneq.unam.mx/programas/actuales/cursos_diplo/diplomados/seiem_mate/0/03_material/01_modulo/archivos/Geoplano%20Luis%20brise_o.pdf
- Villarroel, S. y Sgreccia N. (2011). Materiales didácticos concretos en geometría en primer año de secundaria. *Revista Números*, 78 (1), 73-94