

EVALUACIÓN DEL DESARROLLO DE COMPETENCIAS EN EL BACHILLERATO. UN ESTUDIO CON SITUACIONES QUE INVOLUCRAN LA INTEGRAL DE UNA FUNCIÓN

Gloria Angélica Moreno Durazo, Agustín Grijalva Monteverde
Universidad de Sonora
angelicadzo@hotmail.com, guty@gauss.mat.uson.mx

México

Resumen. En los últimos años en México la enseñanza obligatoria ha seguido un modelo basado en competencias. En estudios como López (2011), se muestran las limitaciones en su aplicación y el poco conocimiento de los profesores sobre el mismo.

Reportamos aquí una investigación realizada para analizar si los estudiantes de bachillerato están desarrollando las competencias matemáticas específicas estipuladas en los programas oficiales, basándonos en el enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (Godino y Batanero, 1994) y tomando como referencia a Rubio (2012).

Palabras clave: integral, competencia, aprendizaje, enfoque ontosemiótico

Abstract. In the last years in México, the mandatory education has followed a competency-based model. In studies such as López (2011), limitations about its complications are remarked, and the insufficient knowledge of teachers in the matter.

We report an investigation performed for analyzing whether high school students are actually developing the specific math competence stipulated in official programs, basing ourselves in the onto-semiotic approach to mathematical cognition and instruction (Godino y Batanero, 1994) and taking Rubio (2012) as a reference.

Key words: integral, competence, learning, onto-semiotic approach

Introducción

Con la implementación de diferentes reformas educativas en México la educación obligatoria (hasta el bachillerato), y en algunos casos la educación superior, sigue un modelo basado en competencias. Lo cual, aunado a las pocas investigaciones sobre el desarrollo de competencias, justifica la realización de este tipo de investigaciones.

En la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS) se establecen las competencias esperadas en los estudiantes que egresan de este nivel educativo, particularmente se establecen ocho competencias matemáticas (SEP, 2008). Nuestro principal objetivo es identificar cuáles de las competencias disciplinares en el área de Matemáticas, y en qué medida, son desarrolladas por estudiantes del bachillerato.

Elementos teóricos

En la Educación Media Superior se aplica la Evaluación Nacional de Logro Académico (ENLACE) cuyo interés es evaluar en los estudiantes las competencias disciplinarias básicas de los campos de comunicación (comprensión lectora) y Matemáticas. Por otro lado, López (2011) realiza una evaluación de la implementación de la RIEMS en el Colegio de Bachilleres del

Estado de Sonora, donde se muestra la poca familiaridad de los profesores con el modelo educativo basado en competencias.

Existen investigaciones que presentan modelos para la evaluación de competencias matemáticas, entre ellos, encontramos el planteado por Rubio (2012). En éste, se evalúan las competencias matemáticas definidas en el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés) analizando la respuesta de un estudiante a una situación problema. Este modelo consta de los siguientes pasos:

- I. Resolver el problema.
- II. Hacer un análisis del problema destacando algunas acciones, objetos y procesos.
- III. Para cada una de las ocho competencias decidir, a partir del análisis realizado en el punto 2, si la competencia es de reproducción, conexión y reflexión.
- IV. Asignar el problema a uno de los tres grupos, según el nivel que hayamos determinado a las diferentes competencias.

En la siguiente tabla mostramos las competencias matemáticas que nos interesa evaluar (definidas en la RIEMS). También mostramos la correspondencia que establecemos entre estas competencias y las definidas en PISA, lo que nos permite utilizar el modelo de Rubio.

Competencias matemáticas definidas en PISA	Competencias matemáticas definidas en la RIEMS
Modelar	Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.
Plantear y resolver problemas	Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.
Comunicar	Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
Argumentar	Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.
Pensar y razonar	Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
Representar	Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente magnitudes del espacio que lo rodea.
Pensar y razonar	Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.

Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones	Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.
--	--

Tabla 1. Correspondencia entre competencias matemáticas en PISA y en la RIEMS.

El desarrollo de la investigación se acoge a los criterios establecidos en el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición y la Instrucción Matemática (EOS), este enfoque cuenta con cinco niveles de análisis para describir, explicar y valorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

- 1) Análisis de las prácticas matemáticas.
- 2) Análisis de objetos y procesos matemáticos.
- 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas y de conflictos semióticos.
- 4) Identificación de normas y metanormas.
- 5) Valoración de la idoneidad didáctica.

Siguiendo a Rubio (2012) utilizamos los niveles 1) y 2). Esto es, basándonos en las respuestas que el estudiante da a las situaciones problema determinamos qué prácticas matemáticas, objetos matemáticos y procesos matemáticos intervinieron en la solución del problema y, de esta manera, valorar el nivel de desarrollo de la competencia matemática.

En el EOS, práctica matemática es considerada toda actuación o expresión realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas (Godino y Batanero, 1994).

Los objetos matemáticos se definen como emergentes del sistema de prácticas, considerando: elementos lingüísticos, situaciones problema, conceptos-definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos como objetos primarios. Los procesos matemáticos no son definidos en el enfoque, si no que, se proporciona un listado de los procesos considerados importantes en la actividad matemática: institucionalización, personalización, generalización, particularización, descomposición, reificación; materialización, idealización, representación, significación.

Elementos metodológicos

La evaluación se aplicó a 8 estudiantes del sexto semestre en el Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios 206, los estudiantes pertenecen al grupo VI K con especialidad en administración donde toman clases 46 estudiantes. Para seleccionar a los

estudiantes se detectaron aquellos que participaban en clase, pasaban al pizarrón a resolver las situaciones problema y, lo hacían de manera correcta.

Para evaluar las competencias matemáticas desarrolladas por los estudiantes, se diseñó un instrumento de evaluación y, posteriormente, se realizó el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes a las situaciones problema presentes en este instrumento. A continuación se describen estos procesos.

Proceso de elaboración del instrumento de evaluación: La evaluación escrita consta de 9 situaciones problema en la que se involucra la integral definida en su solución, clasificadas según el grado de complejidad. El nivel de reproducción lo constituyen las situaciones problema que fueron abordadas en clase, estas son: el cálculo del área comprendida entre la gráfica de la función y el eje x en un intervalo $[a, b]$, el cálculo del área comprendida entre las gráficas de dos funciones.

El nivel de conexión lo constituyen las situaciones problema que involucran la integral definida en su solución pero el contexto en el que se desarrollan es distinto al abordado en clase, estas son: el cálculo de la capacidad de un tanque, el cálculo de la distancia recorrida por un objeto, el cálculo de las ganancias de una empresa, entre otras. Para el nivel de reflexión se incluyó solamente una situación problema que aparte de generar la necesidad del uso de la integral definida, se tenga que recurrir a otros objetos matemáticos.

Con el fin de obtener mayor información de los estudiantes una vez que se aplica la evaluación escrita, se entrevista a los estudiantes de manera individual. En la entrevista se incluyen cuestiones para clarificar la metodología usada por los estudiantes o para ver si con algunas pistas los estudiantes implementan procedimientos para resolver los problemas.

Proceso de análisis: Se hizo un análisis sobre las respuestas proporcionadas por los estudiantes, en las cuales, como dice el modelo de Rubio (2012) identificamos los siguientes elementos: las prácticas matemáticas, los objetos matemáticos y los procesos matemáticos intervinientes.

En el documento difundido por INECSE (2004) se proponen para las competencias definidas en PISA descriptores para cada nivel de desarrollo: reproducción, conexión y reflexión. La correspondencia presente en la tabla I nos permite asociar estos descriptores a las competencias definidas en la RIEMS y, utilizamos los elementos identificados en las respuestas de los estudiantes para seleccionar un descriptor para cada competencia.

Análisis de competencias matemáticas

Para clarificar lo anterior, presentamos un ejemplo del análisis realizado a las situaciones problema. Mostramos las prácticas matemáticas, los objetos y los procesos matemáticos

identificados en la respuesta del estudiante y, usando estos elementos, seleccionamos un descriptor para asignarle el nivel de desarrollo a cada competencia matemática.

Problema. Un objeto se mueve con una velocidad $v(t) = 2t + 2 \text{ m/s}$. Calcula la distancia que recorre en 1 minuto.

Prácticas matemáticas

El estudiante realiza la lectura de la situación problema y produce de un texto como respuesta, siendo éste incorrecto (imagen 1). Durante la entrevista se le informa que cuando la velocidad es constante la distancia recorrida se puede calcular multiplicando la velocidad por el tiempo, por lo que, si graficamos la velocidad contra el tiempo calcular la distancia recorrida sería igual a calcular el área del rectángulo cuya base es el tiempo y la altura el valor de la velocidad. El estudiante contesta que en nuestro caso la velocidad no es constante, que para calcular la distancia recorrida se calcula el área bajo la curva y que para ello utiliza la integral, después la calculó sin mostrar el valor numérico debido a la falta de calculadora (imagen 2).

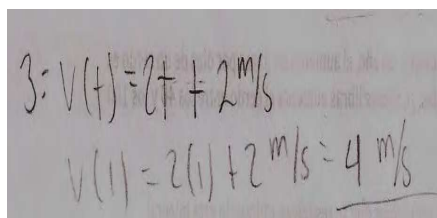


Imagen 1. Respuesta del estudiante

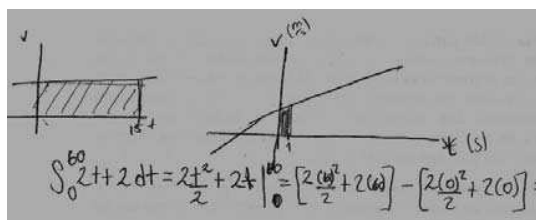


Imagen 2. Respuesta del estudiante (entrevista)

Objetos matemáticos

Situación problema. Ver problema.

Lenguajes. * Algebraico: usado para representar y calcular la integral definida.

* Las gráficas fueron proporcionadas por el entrevistador.

Conceptos-definiciones. Integral definida, antiderivada, Teorema Fundamental del Cálculo.

Proposiciones.

* El área comprendida entre la gráfica de la función $v(t) = 2t + 2$ y el eje x de $x=0$ a $x=60$ se calcula resolviendo $\int_0^{60} (2t + 2) dt$.

* $\int_0^{60} (2t + 2) dt = \frac{2t^2}{2} + 2t \Big|_0^{60}$.

* Teorema Fundamental del Cálculo.

Procedimientos.

* Relacionar la integral definida con el cálculo de áreas.

* Utilizar el Teorema Fundamental del Cálculo para resolver el problema.

Argumentos. De manera implícita el estudiante argumenta el área comprendida entre la gráfica de la función y el eje x en el intervalo $[0, 60]$ calculando $\int_0^{60} (2t + 2) dt$.

Procesos matemáticos

- * Proceso de significación de la integral definida como el área comprendida entre la gráfica de la función y el eje x en un intervalo $[a, b]$.
- * Proceso de algoritmización en el cálculo de la integral definida.
- * Proceso de comunicación en el sentido que el alumno entiende la situación problema y produce un texto que le da respuesta.
- * Proceso de argumentación en tanto se usa la integral definida para calcular el área comprendida entre la gráfica de la función y el eje x en el intervalo $[a, b]$.

Tabla 2. Identificación de prácticas, objetos y procesos matemáticos en una situación problema

C1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales. De la respuesta del estudiante se interpreta el descriptor: “reconocer, recopilar, activar y aprovechar modelos familiares bien estructurados; pasar sucesivamente de los diferentes modelos (y sus resultados) a la realidad y viceversa para lograr una interpretación”, el cual sitúa al alumno con esta competencia en el nivel de reproducción. El indicador para asegurar que en la respuesta del estudiante se muestra este descriptor es la estrecha relación que tiene la situación problema con las ha resuelto el estudiante en clase, ya que, el estudiante ha resuelto el problema una vez que se redujo al cálculo del área bajo la curva.

C2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques. De la respuesta del estudiante se interpreta el descriptor: “exponer y formular problemas reconociendo y reproduciendo problemas ya practicados puros y aplicados de manera cerrada; resolver problemas utilizando enfoques y procedimientos estándar, normalmente de una única manera”, el cual sitúa al alumno con esta competencia en el nivel de reproducción. El indicador para afirmar que en la respuesta del estudiante está presente este descriptor es el análisis de procedimientos involucrados en la solución de la situación problema. Una vez que el problema fue reducido al cálculo de un área, el estudiante recurre al Teorema Fundamental del Cálculo para resolverlo.

C3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales. De la respuesta del estudiante se interpreta el descriptor: “comprender y saber expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas sencillas, tales como reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos familiares, mencionando cálculos y resultados, normalmente de una única manera”, el cual sitúa al alumno con esta competencia en el nivel de reproducción. El indicador para asegurar que en la respuesta del estudiante se muestra este descriptor es el análisis de los procesos matemáticos involucrados en la solución de la situación problema. Encontramos el

proceso de comunicación en el siguiente sentido: el estudiante entiende la situación problema en tanto proporciona una respuesta.

C4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático. Consideramos que dicha competencia no se muestra en la respuesta del alumno. Aunque se podría justificar con la elección de la integral definida para resolver el problema el descriptor “seguir y justificar los procesos cuantitativos estándar, entre ellos los procesos de cálculo, los enunciados y los resultados”, pero nos inclinamos por la primera opción.

C5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. De la respuesta del estudiante se interpreta el descriptor: “formular las preguntas más simples (¿cuántos?, ¿cuánto es?) y comprender los consiguientes tipos de respuesta (tantos, tanto)”, el cual sitúa al alumno con esta competencia en el nivel de reproducción. El indicador para asegurar que en la respuesta del estudiante está presente este descriptor es el análisis de los conceptos-definiciones: integral definida, antiderivada, Teorema Fundamental del Cálculo. Los cuales han estado presentes en los problemas resueltos en clase, tipo de situación a la que fue reducida la situación problema.

C6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente magnitudes del espacio que lo rodea. De la respuesta del estudiante se interpreta el descriptor: “descodificar, codificar e interpretar representaciones de objetos matemáticos previamente conocidos de un modo estándar que ya ha sido practicado. El paso de una representación a otra sólo se exige cuando ese paso mismo es una parte establecida de la representación”, el cual sitúa al alumno con esta competencia en el nivel de reproducción. El indicador para afirmar que en la respuesta del estudiante se muestra este descriptor es el hecho de que una vez reducido el problema al cálculo de un área el estudiante ha podido resolverlo.

C7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia. De la respuesta del estudiante se interpreta el descriptor: “comprender y emplear conceptos matemáticos en el mismo contexto en el que se introdujeron por primera vez o en el que se han practicado subsiguientemente”, el cual sitúa al alumno con esta competencia en el nivel de reproducción. El indicador para afirmar que en la respuesta del estudiante se muestra este descriptor es el análisis de los conceptos-definiciones: integral definida, antiderivada, Teorema Fundamental del Cálculo; una vez que el problema fue reducido al cálculo del área bajo la curva.

C8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos. De la respuesta del estudiante se interpreta el descriptor “descodificar e interpretar el lenguaje

formal y simbólico rutinario que ya se ha practicado en situaciones y contextos sobradamente conocidos; manejar afirmaciones sencillas y expresiones con símbolos y fórmulas, tales como utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos mediante procedimientos rutinarios”, el cual sitúa al alumno con esta competencia en el nivel de reproducción. El indicador para afirmar que en la respuesta del estudiante se muestra este descriptor es el hecho que el lenguaje algebraico y numérico los ha utilizado anteriormente para resolver problemas de cálculo del área bajo la curva.

Conclusiones

En nuestro trabajo obtuvimos conclusiones de cada estudiante y otras de carácter general. Aquí, a manera de ejemplo sólo para este caso, diremos que el estudiante ha desarrollado competencias matemáticas, excepto la competencia cuatro, en el nivel de reproducción. Por otro lado, el modelo presente en Rubio (2012) sí se puede utilizar para evaluar las competencias matemáticas propuestas en la Reforma Integral de Educación Media Superior considerando la correspondencia que se establece con las competencias definidas en PISA.

Referencias bibliográficas

- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado Institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo INECSE (2004). *Marcos teóricos de PISA 2003. Conocimientos y destrezas en Matemáticas, Lectura, Ciencias y Solución de problemas*. Madrid: MEC.
- López, C. (2011). *Evaluación y propuesta para la mejora de la implementación de la Reforma Integral de Educación Media Superior en el Colegio de Bachilleres del Estado de Sonora, a partir de la Percepción de los Docentes*. Tesis de Maestría no publicada, Instituto de Formación Docente del Estado de Sonora UPN. México.
- Rubio, N. (2012). *Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos*. Tesis de Doctorado no publicada, Universitat de Barcelona. España.
- Secretaría de Educación Pública SEP (2008). *Reforma Integral de la Educación Media Superior*. Recuperado al 01 de septiembre 2012 en <http://www.reforma-iems.sems.gob.mx>.