

TRANSFORMANDO LAS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS: UN ENFOQUE COGNITIVO EN EL ESTUDIO DEL ÁLGEBRA

Zenón Eulogio Morales Martínez
Pontificia Universidad Católica del Perú
morales.ze@pucp.edu.pe

Perú

Resumen. En nuestra experiencia docente encontramos que los alumnos tienen dificultades en el aprendizaje de las matemáticas cuando una situación-problema requiere que se movilicen en distintos registros semióticos. En la teoría de Duval (2006) estos problemas de aprendizaje se enfocan con un análisis cognitivo sobre las transformaciones que realiza el alumno cuando estudia un objeto matemático. Esta teoría propone entender las dificultades que tienen los estudiantes en la comprensión de matemáticas, así como la naturaleza de esas dificultades y donde están localizadas. En este taller se propusieron actividades que permitieron analizar los dos tipos de transformaciones propuestas en la teoría de Duval: tratamientos y conversiones. Se observaron registros de partida, registros de llegada, posibles dificultades y reflexiones sobre nuestra práctica para el logro de una nueva cultura matemática, porque según D'Ambrosio (2012) los maestros debemos "mudar nuestro modo de pensar [...] es más importante, que los alumnos hagan cosas nuevas, de nuevas maneras".

Palabras clave: transformaciones, representaciones semióticas, cognición, álgebra

Abstract. In our teaching experience we found that students have difficulties in learning mathematics when a problem situation requires the mobilization in different semiotic registers. In the theory of Duval (2006) these learning problems with a focus on the transformations cognitive analysis made by the student when studying a mathematical object. This theory seeks to understand the difficulties faced by students in the understanding of mathematics, and the nature of these difficulties and where they are located. This workshop will discuss proposed activities that allowed the two types of changes proposed in the theory of Duval: treatments and conversions. Records were observed starting arrival records, possible difficulties and reflections on our practice to achieve a new mathematical culture because according to D'Ambrosio (2012) "is necessary to move our thinking [...] most importantly, that the students do new things in new ways"..

Key words: transformations, semiotic representations, cognition, algebra

Introducción

La presente investigación se realiza en el marco de la Didáctica de la Matemática, es una investigación cualitativa realizada en el contexto de la Educación Básica, con alumnos que culminan la etapa escolar, con la intención de analizar los problemas del aprendizaje del Álgebra. Se hará un análisis de esas posibles dificultades empleando la Teoría de las Representaciones Semióticas, centrando nuestra observación en la posible ocurrencia de transformaciones sobre el objeto matemático en estudio. El éxito en el aprendizaje se verá reflejado cuando los alumnos logren las transformaciones adecuadas sobre el objeto matemático. En esta investigación enfrentaremos a los alumnos a actividades que contengan la diversidad de registros semióticos en su aprendizaje de las matemáticas, ya que según Duval (2003) "la manera matemática de razonar y visualizar está intrínsecamente ligada a la utilización de las representaciones semióticas, y toda comunicación en matemática se establece a través de esas representaciones" (p. 8). Este enfoque cognitivo de la actividad matemática, permitirá

al profesor entender, localizar y conocer la naturaleza de las dificultades que presentan los alumnos en el aprendizaje de las matemáticas.

Marco teórico

Según el análisis sobre los procesos de pensamiento que ocurren cuando nuestros alumnos realizan una actividad matemática, encontramos que en la realización de los dos tipos de transformaciones: los tratamientos y las conversiones, se encuentran las principales dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Según Duval (2006) estas son principalmente, las dificultades más globales que se pueden encontrar en todos los niveles de la enseñanza y en todos los ámbitos de las matemáticas.

Duval (2006) nos plantea que el uso del lenguaje natural no se puede evitar y sabemos que está presente en todas las áreas del conocimiento. Para comprender la complejidad cognitiva de los tratamientos, debemos analizar por separado la manera en que los tratamientos se llevan a cabo, respectivamente, en el registro discursivo y el registro gráfico, aun cuando se funden en el mismo proceso matemático.

Las dificultades producidas por la conversión en una actividad matemática, son observadas de acuerdo a los pares de registros que son intercambiados en esta transformación; tenemos el caso más conocido cuando ocurre una simple “traducción” de términos de un problema literal es convertido en una expresión algebraica, este es un caso que muchos estudiantes no logran realizar con éxito. Duval (2006) concluye que la conversión posee dos características: la primera señala que la conversión puede ser o no congruente, y la segunda hace referencia a que la conversión tiene una orientación o sentido, lo cual permite señalar al registro de partida como al registro de llegada.

Los profesores cuando enseñamos Matemáticas sabemos que, a diferencia de otras disciplinas científicas, esta ciencia no dispone de objetos físicos manipulables, por esto tenemos acceso a los objetos matemáticos solamente por medio de su representación. Por ejemplo, un agrónomo, tiene la posibilidad de visualización de sus objetos de estudio como estructuras celulares, plantas y otros, sin la necesidad de recurrir a una representación semiótica. No ocurre lo mismo en Matemática, según Grande (2006):

En el caso de los objetos matemáticos, surge la necesidad de utilizar un sistema de registros, símbolos y signos para su representación. Estos registros no son simplemente códigos, pues poseen una función de comunicación y caracterización del objeto representado. La importancia de la utilización de los registros de representación se refiere a una posible manera de facilitar un proceso de

aprendizaje, además de ser un medio para que un profesor tome más accesible la comprensión de la Matemática. La noción de registro de representación se refiere al dominio de signos que sirven para designar cualquier objeto. (p. 62).

Así mismo hemos encontrado que investigaciones anteriores, han analizado las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas empleando el enfoque cognitivo propuesto en la teoría de Raymond Duval. Analizando estas dificultades, Guzmán (1998) se propuso como objetivo:

Poner en evidencia el rol que juegan los registros de representación en las respuestas de los estudiantes, dado que distinguir y coordinar distintos registros, es una actividad necesaria y natural en matemáticas. Estas actividades deberían construir objetos pedagógicos en la enseñanza de la matemática. Por otra parte, la distinción y coordinación de registros son fundamentales para el desarrollo del pensamiento, idea central en el enfoque mencionado, ha sido la perspectiva de análisis para numerosas investigaciones en didáctica de la matemática. (p. 6).

La investigación, en un análisis de las respuestas de los alumnos, revela que los alumnos son, en general, monorregistros, sin coordinar explícitamente dos o más (registros). Las respuestas se quedan en el registro en el cual está planteada la pregunta, o recurren al registro algebraico, con frecuencia privilegiado en las clases.

Metodología

El desarrollo del taller sobre las Representaciones Semióticas analizadas en el aprendizaje del Álgebra, tuvo una primera etapa de reconocimiento de objetos matemáticos, se preguntó a los profesores participantes: ¿Qué observa usted en las siguientes representaciones?

$$R1: x^2 - 3x + 2; R2: f(x) = x^2 - 3x + 2 \quad ; \quad R3: x^2 - 3x + 2 = 0$$

Entonces, los maestros responden: “observamos un trinomio, una función cuadrática y una ecuación de segundo grado”, respectivamente. Nuestro objetivo es que las representaciones sean vistas como objetos susceptibles a ser transformados, entonces podemos responder que sobre las tres representaciones anteriores observamos: en R1 observamos un trinomio posible de ser transformado en factores lineales, mediante un tratamiento en registro algebraico; en R2 observamos una función cuadrática posible de ser transformada en una gráfica en forma de parábola, mediante una conversión que tiene como registro de partida al registro algebraico y como registro de llegada al registro gráfico o figural; y en R3 observamos una ecuación cuadrática posible de ser transformada a dos valores numéricos que son el conjunto solución de esta ecuación, mediante una conversión que tiene como registro de partida al registro algebraico y como registro de llegada al registro numérico.

$\log 100 = \log 10^2 = 2 \log 10 = 2$, y obtener la respuesta: $\log 300 = \log 3 + 2 = b + 2$.

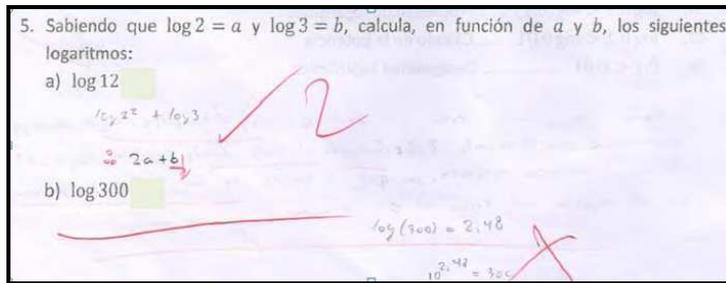


Figura. 3 Análisis de transformaciones sobre logaritmos.

Caso 2: Conversión del registro algebraico al registro numérico

Se analiza el siguiente ejercicio que tiene como registro de partida al registro algebraico:

Halle el conjunto solución de: $\sqrt{(x-1)^2} = 1-x$

Analizamos el tratamiento en el registro algebraico, aplicando la propiedad del valor absoluto:

$\sqrt{x^2} = |x|$. Por esta propiedad, se obtiene: $|x-1| = 1-x$, aplicamos una segunda propiedad del valor absoluto: $1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1$, así el conjunto solución se presenta en un registro de llegada que es un registro numérico: $x \in (-\infty; 1]$.

Caso 3: Conversión del registro algebraico al registro gráfico

En esta conversión se presenta la no congruencia entre el registro de partida y el registro de llegada. Se recurre al uso del registro tabular para encontrar valores numéricos que conforman los pares ordenados a representar en el registro gráfico. Se observa que existe congruencia entre el registro tabular y el registro gráfico, porque a cada par ordenado (x,y) le corresponde un punto en el plano cartesiano, de esta manera, esta congruencia reduce la incomprensión debido a la no-congruencia inicial.

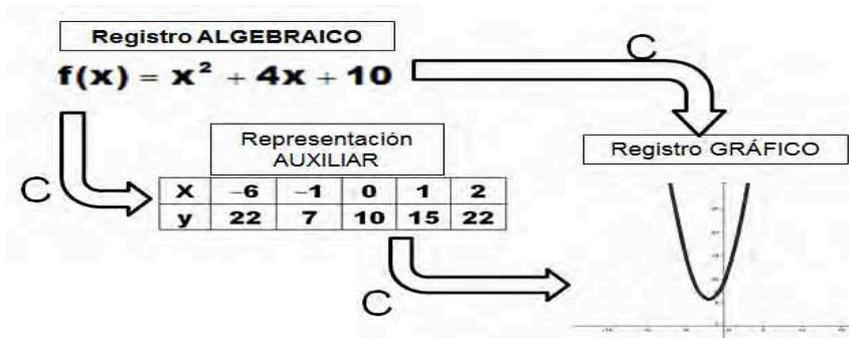


Figura. 4 Análisis de Conversiones (C) del registro Algebraico al Gráfico.

Conclusiones

Esperamos que este taller permita orientar a los maestros hacia este enfoque cognitivo de la actividad matemática, que según Duval (2006) este “estudio propone que las representaciones semióticas, incluidas cualquier lenguaje, aparecen como herramientas para producir nuevos conocimientos y no sólo para la comunicación de cualquier representación mental en particular” (p. 42). El papel desempeñado por los signos, o más exactamente por los sistemas semióticos de representación, no es sólo para designar objetos matemáticos, sino también para trabajar con ellos. Estos objetos esperan que los alumnos realicen transformaciones sobre ellos. Lo importante no es la representación de un objeto matemático, sino las transformaciones que se pueden realizar sobre ellos.

Referencias bibliográficas

- D’Ambrosio, U. (2012). O estado do mundo e a Educação Matemática: Reflexões sobre o Futuro. *Conferencia Inaugural de la 26^o Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*. Belo Horizonte. Estado de Minas Gerais, Brasil.
- Duval, R. (2003). Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. En S. Dias (Org.), *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. (pp. 11-33). Campinas: Editora Papirus.
- Duval, R. (2006). *A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics*. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131.
- Guzmán, I. (1998). *Registros de Representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes*. En: *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1(1), 1-15.
- Grande, A. (2006). *O Conceito de Independência e Dependência Linear e os Registros de Representação Semiótica nos Livros Didáticos de Álgebra Linear*. Tesis de Maestría no publicada. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Brasil.