

A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PERSPECTIVAS À FORMAÇÃO DOCENTE NO CONTEXTO DA SALA DE AULA

Célia Barros Nunes

Universidade do Estado da Bahia – UNEB/Campus X
celiabns@gmail.com

Brasil

Resumo. A aprendizagem matemática não ocorre simplesmente pela transmissão de saberes do professor para o aluno, uma vez que é possível aprender matemática com tarefas que incentivem a construção do conhecimento que poderá favorecer o prazer pela descoberta, promover a autonomia e incentivar a comunicação. Além disso, o processo de construção do conhecimento leva o aluno a pensar mais, raciocinar mais, potencializando, dessa forma, um nível de conhecimento bem alicerçado. Nesse sentido, a Resolução de Problemas se apresenta como uma perspectiva metodológica que tem sido reconhecida mundialmente como uma meta fundamental no ensino-aprendizagem da Matemática. Assim, o presente texto pretende apresentar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas como uma proposta didática para se trabalhar em sala de aula.

Palavras chave: resolução de problemas, ensino-aprendizagem da matemática

Abstract. Learning mathematics does not occur simply by the transference of teacher's knowledge to students, since it is possible to learn mathematics with tasks which encourage the construction knowledge and that can enable the pleasure of discovery, promote autonomy and motivate communication. Besides, the process of knowledge construction leads the student to think more, reasoning more, enhancing this way, a well based knowledge level. Therefore, Problem Solving is presented as a methodological perspective which has been worldly recognized as a fundamental goal in mathematics teaching-learning. So, the present text aims at introducing the Methodology of Mathematics teaching-learning-evaluation through problem solving as a didactical proposal to be developed in the classroom.

Key words: problem solving, mathematics teaching-learning

O tema Resolução de Problemas tem sido discutido e analisado nas últimas duas décadas, tanto entre professores e educadores quanto entre pesquisadores e elaboradores de currículos. Todavia, tradicionalmente, os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimento adquirido anteriormente pelos alunos.

Resolver problemas é o processo de reorganizar conceitos e habilidades, aplicando-os numa nova situação, atendendo a um objetivo. Um dos objetivos principais do ensino e da aprendizagem matemática é fazer o aluno pensar produtivamente e, para isso nada melhor que lhe apresentar situações problemas que o envolva, o desafie e o motive a querer resolvê-las. Essa é uma das razões pela qual a Resolução de Problema tem sido reconhecida no mundo todo como uma meta fundamental do ensino e da aprendizagem matemática. Entretanto, enfrentar e resolver um problema matemático não significa apenas a compreensão do que é exigido, a aplicação das técnicas ou fórmulas adequadas e a obtenção da resposta correta, mas, além disso, uma atitude de investigação científica em relação àquilo que está pronto.

Vários são os pesquisadores que defendem um trabalho de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas (Onuchic, 1999; Van de Walle, 2009; Onuchic e Allevato, 2009; Nunes, 2010, 2011). Segundo eles, conceitos e procedimentos matemáticos importantes podem ser melhor ensinados através da resolução de problemas. Ou seja, tarefas ou problemas podem e devem ser colocados de forma a engajar os estudantes em pensar e desenvolver a Matemática importante que precisam aprender.

A resolução de problemas no contexto das teorias psicológicas de aprendizagem

A história da pesquisa em Resolução de Problemas é muito recente e tem sido objeto de interesse mundial. Seu estudo vem sendo focado em duas vertentes: uma relacionada a seu estudo em sala de aula e a outra enquanto objeto de pesquisa. As pesquisas sobre Resolução de Problemas e as iniciativas de considerá-la como uma forma de ensinar Matemática receberam atenção a partir de Polya (1945), do qual se preocupava em descobrir como resolver problemas e como ensinar estratégias que levassem a enxergar caminhos para resolver problemas.

O limiar do século XX, ao longo das reformas sociais, mostrou-se um provocador de muitos movimentos de mudanças na Educação Matemática de todo o mundo, buscando sempre aprimorar as formas de ensinar, de aprender e de avaliar o progresso dos alunos e o trabalho dos professores. Durante esse período o currículo de matemática sofreu mudanças influenciadas segundo a Teoria Psicológica da Aprendizagem, conforme estudos de D'Ambrosio (1983), a qual, segundo ela, os fatores que deram início a cada fase curricular foram complexos, uma mistura de fatores sociológicos, políticos, tecnológicos e psicológicos. Mais recentemente, o mesmo tema foi abordado por Lambdin e Walcott (2007), descrevendo outras três fases: De volta ao Básico, Resolução de Problemas e Padrões e Avaliação e Responsabilidade.

Segundo Lambdin e Walcott (2007), essas fases merecem atenção, pois cada uma delas corresponde a um período em que a Educação, em geral, estava caminhando através de mudanças radicais e fundamentais e cada uma introduzia práticas novas e inovadoras para a Educação Matemática. A essas razões, acrescenta-se o fato de que algumas das fases apontadas também foram vivenciadas em outros lugares do mundo e exerceram forte influência nos rumos que o trabalho com a matemática escolar tomou a partir de então.

Considere-se aqui a fase da Resolução de Problemas e a influência que a Teoria Psicológica de Aprendizagem trouxe a essa fase, cujo foco foi colocado sobre os processos de pensamento matemático e de aprendizagem por descoberta no contexto da Resolução de Problemas. Segundo González (2010), tal interesse pelos processos de pensamento de estudante se

conecta com a ideia de que a Educação não pode consistir apenas em acumulação de conhecimentos, ao contrário, eles devem ser reflexivos; que possuam um extenso repertório de ferramentas de pensamento formal e informal e que saibam como e quando usá-las; que tenham uma boa quantidade de conhecimentos acerca da cognição humana e como manejar efetivamente suas próprias ações cognitivas.

As investigações sistemáticas sobre Resolução de Problemas e suas implicações curriculares tiveram início na década de 70, do século XX, e, ganharam espaço no mundo inteiro já no final da referida década. Começando, então, o movimento a favor de um ensino baseado em Resolução de Problemas. Nos Estados Unidos, em 1980, o NCTM – National Council of Teachers of Mathematics já manifestava sua preocupação com essas questões e, então, publicou o documento *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's*, que chamava todos os interessados, pessoas e grupos, para juntos, num esforço cooperativo massivo, buscarem uma melhor compreensão matemática para todos. A primeira dessas recomendações dizia: “resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar para os anos 80”. Os educadores matemáticos daquela época tinham um grande interesse em fazer da Resolução de Problemas um foco do currículo de Matemática.

As diferentes abordagens dadas à resolução de problemas na década de 80

Devido a uma falta de consenso entre pesquisadores, educadores matemáticos sobre a recomendação deixada pelo documento *An Agenda for Action* ocorrida, possivelmente, pelas diferenças existentes entre as concepções que pessoas e grupos, envolvidos com a Educação Matemática, tinham sobre o significado de “Resolução de Problemas ser o foco da matemática escolar”, o trabalho da década de 80 não chegou a um bom termo. Para ajudar a refletir sobre essas diferenças, Schroeder e Lester (1989) citaram duas maneiras distintas de abordar resolução de problemas: (1) ensinar “sobre” Resolução de Problemas; (2) ensinar “para” resolver problemas, que foram as adotadas nessa década. Livros escritos sobre esses dois caminhos sempre se referiam ou aos quatro passos de Polya ou a variação deles, ou ao uso de estratégias indicadas para a resolução de problemas.

Entendia-se ensinar sobre resolução de problemas com o significado de trabalhar esse assunto como um novo conteúdo, adicionando a esse trabalho um número de heurísticas ou estratégias. O professor que ensina sobre resolução de problemas realça o modelo de Resolução de Problemas de Polya ou alguma variação dele.

Ensinar para resolver problemas tinha o significado de concentrar-se na maneira como a matemática é ensinada e o que dela pode ser aplicado na resolução de problemas rotineiros e não rotineiros. Além disso, o professor que ensina para resolver problemas está muito

preocupado sobre a habilidade dos estudantes em transferir aquilo que eles já aprenderam no contexto de um problema para outros. Uma forte justificativa dessa abordagem é a de que a única razão para aprender Matemática é a de ser capaz de usar o conhecimento adquirido em sala de aula para resolver problemas.

Nos fins da década de 80, Schroeder e Lester (1989) alertaram sobre a falta de consenso na interpretação da primeira recomendação deixada pelo documento *An Agenda for Action*, que pedia que a resolução de problemas fosse o foco da matemática escolar nos anos 80. Com isso, pesquisadores passaram a questionar o ensino e o efeito de estratégias e modelos e começaram a discutir as perspectivas didático-pedagógicas da Resolução de Problemas, da qual passou a ser pensada como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática. Nesse mesmo ano, estudiosos passaram a trabalhar o ensino de Matemática “via” resolução de problemas, entendendo via como um meio de se aprender Matemática.

No ensino via resolução de problemas, os problemas são trabalhados não apenas com o propósito de se aprender Matemática, mas também como o principal meio de se fazer isso. Nessa abordagem, o ensino de um tópico de Matemática começa com uma situação problema que incorpora aspectos chave do tópico, e técnicas matemáticas são desenvolvidas como respostas razoáveis a problemas razoáveis (Schroeder e Lester, 1989, p.33).

Observa os autores que essa é uma abordagem para se ensinar matemática e que merece ser considerada, desenvolvida, experimentada e avaliada. De fato, ensinar matemática via resolução de problemas é a abordagem mais consistente com as recomendações da Comissão de Padrões do NCTM (2000), que dizem: (1) habilidades e conceitos matemáticos devem ser aprendidos no contexto da resolução de problemas; (2) o desenvolvimento de processos de pensamento de nível superior deve ser estimulado através de experiências em resolução de problemas; (3) o ensino de Matemática deve acontecer numa atmosfera de resolução de problemas, orientada para a pesquisa; (4) a resolução de problemas desenvolve nos estudantes a crença de que eles são capazes de fazer matemática e de que ela faz sentido; (5) a resolução de problemas proporciona uma avaliação contínua de dados que podem ser usados para tomar decisões instrucionais, ajudar os estudantes a terem sucesso na aprendizagem e dar informação aos pais; (6) trabalhar com resolução de problemas é prazeroso. Os professores que experimentam trabalhar nessa maneira nunca voltam ao modo do ensinar falando.

Foi, a partir de 1990, que a abordagem ensinar via resolução de problemas passou a ser ensinar através de resolução de problemas. Nela o que se pretende é ensinar, aprender e

avaliar a matemática construída pelos alunos com a guia e direção do professor através da Resolução de Problemas.

Segundo Nunes (2010) o que diferencia essa abordagem da anterior é que a expressão “através de” significa do começo ao fim, inteiramente, ao longo da resolução do problema e não simplesmente um recurso para se resolver o problema dado. É uma forma de ensinar e, conseqüentemente, aprender e, durante o processo, fazer matemática, pois o aluno diante do problema deve se mostrar como um co-construtor do seu próprio conhecimento. Nessa abordagem o objetivo primeiro é apresentar para os alunos problemas que gerarão novos conceitos ou conteúdos. Professores e alunos, juntos, desenvolvem esse trabalho e a aprendizagem realiza-se de modo cooperativo e colaborativo em sala de aula. Hoje, devido a sua natureza, essa abordagem é considerada uma forte tendência na Educação Matemática e vem ganhando força e consistência no currículo de Matemática.

A metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas

No nome dessa metodologia há de se observar que a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação, segundo Onuchic (1999) foi criada para expressar a ideia de que ensino e aprendizagem devem acontecer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento. Além disso, essa metodologia integra uma concepção mais atual sobre avaliação. Ela é construída durante a resolução de problemas, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário (Onuchic e Allevato, 2009, p.180). Trabalhar a avaliação continuamente poderá ajudar a tornar o pensamento dos estudantes visíveis para eles mesmos, para seus colegas e para os professores.

Tal metodologia se apresenta como uma proposta didática para se trabalhar em sala de aula. Defende-se nela que o aluno aprende Matemática a partir de um problema, tendo como objetivo um foco particular de Matemática e, usando estratégias convenientes, busca-se a solução do problema, com a participação efetiva dos alunos, seja individual, aos pares ou em pequenos grupos, possibilitando-lhes ver os conhecimentos e procedimentos matemáticos surgirem com significado e compreensão.

É crucial o papel e a ação do professor que começa com a escolha e preparação do problema apropriado ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir com vistas ao cumprimento do seu propósito matemático, orientado pelos programas curriculares estipulados pela escola; precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior

responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Nunes (2010), ao defender a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem da Matemática ressalta a importância do professor pesquisador nessa perspectiva metodológica

[...] Um professor pesquisador se configura para nós como um professor que pesquisa quando busca problemas que podem ser utilizados, em sala de aula, para trabalhar determinados tópicos matemáticos pertinentes ao programa planejado; pesquisa quando identifica os focos matemáticos importantes e as grandes ideias subjacentes; pesquisa quando estabelece as melhores estratégias disponíveis para resolver os problemas; pesquisa quando prepara as questões com as quais conduzirá os alunos, durante a plenária, ouvindo-os em suas respostas; pesquisa quando planeja a formulação rigorosa da nova matemática construída durante essa aula, tendo os alunos como co-construtores desses novos conceitos e conteúdos (Nunes, 2010, p. 95).

Como a preocupação de Onuchic e dos integrantes do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP sempre foi desenvolver pesquisas que atinjam efetivamente a sala de aula, bem como das experiências com formação de professores, um roteiro foi elaborado para ajudar os professores a empregar essa metodologia em suas aulas. Vale ressaltar que as pesquisas desenvolvidas pelo grupo, orientadas por Onuchic, na UNESP, Rio Claro/Brasil, seguem abordagens essencialmente qualitativas, tendo o objetivo central de refletir sobre e analisar as possibilidades que a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas oferece no sentido de incrementar a aprendizagem e melhorar os processos de ensino, assim como de promover o aprimoramento das práticas dos professores de Matemática (Onuchic e Allevato, 2011).

A princípio, o professor deverá preparar o problema visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento, que chamaremos de problema gerador. Vale salientar que o professor deverá escolher um problema que seja acessível aos alunos a fim de proporcionar-lhes uma aprendizagem matemática sofisticada que vá além da aplicação de conceitos e treinos de procedimentos.

Já em sala de aula, depois de entregar o problema a cada aluno, dá-se um tempo para que faça uma leitura individual e logo após, formar grupos e solicitar nova leitura do problema em conjunto. De posse do problema, os alunos, em seus grupos, num trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. É importante que o professor saiba gerir o tempo de modo que o problema seja trabalhado e explorado completamente, evitando o máximo adiar para a aula seguinte a discussão e ou síntese dos conhecimentos produzidos durante a aula, o que

acarretaria na perda do envolvimento dos alunos e o seu distanciamento das produções matemáticas realizadas, que dificilmente poderiam ser recuperadas após algum tempo.

O professor, numa atitude de observador e incentivador, observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles. Incentiva-os, também, a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto.

Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática e, conceitos relacionados e técnicas operatórias, a fim de possibilitar a continuação do trabalho.

Dando continuidade ao trabalho, representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos matemáticos, sobretudo os mais produtivos, devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam. Há de se observar que a exploração matemática de um erro é muito vezes esclarecedora e enriquecedora, tanto para os alunos que erraram quanto para os que o resolveram bem e também para o professor.

Agora, num trabalho em conjunto, discutem-se as diferentes resoluções registradas na lousa, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. Nesta fase, o professor deverá também se colocar como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Considera-se que este momento, denominado plenária, é bastante rico para a aprendizagem, uma vez que este momento pode-se discutir a produção de conjecturas, bem como a confirmação das mesmas, a sua justificativa matemática e uma eventual demonstração.

Após serem sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto. Por fim, o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto. Esse momento é denominado de formalização. Destaque-se aqui a participação ativa dos alunos.

Considerações finais

O ensino-aprendizagem da matemática através da Resolução de Problemas não é tarefa simples. Ela requer tempo, continuidade e maturidade por parte do professor a fim de que o mesmo possa melhorar e aperfeiçoar a sua prática, o mesmo tempo para que os alunos correspondam às expectativas do professor e venham a compreender que o ensino-aprendizagem através da resolução de problemas lhes proporcionará não somente a aprendizagem de conteúdos matemáticos, mas também modos de construção/produção de conhecimento matemático no contexto de uma comunidade da qual são parte integrante.

No processo de ensino e de aprendizagem através da exploração de um problema, entender as hipóteses do problema, tomar decisões para resolvê-lo, estabelecer relações entre suas variáveis, saber comunicar resultados e ser capaz de avaliar criticamente técnicas e concepções utilizadas na resolução dos mesmos são aspectos que devem estar presentes ou serem estimulados (Nunes, 2011, p. 5).

Vale ressaltar que nesse trabalho cabe ao professor promover, em sala de aula, um ambiente de aprendizagem estimulante de modo que os alunos sejam encorajados a participar ativamente, a desenvolver seu próprio trabalho de forma cooperativa e colaborativa, comunicando suas ideias e ouvindo a dos outros de forma construtiva. Que o professor não seja aquele que ensina Matemática, mas sim, o agente que cultiva a inteligência dos alunos de modo a conduzi-los, sempre que possível, à redescoberta.

Referências bibliográficas

- D'ambrosio, B. (1983). *Influência de Teorias de Aprendizagem na Evolução do Currículo Matemático. Série de Palestras e Debates: Solução de Problemas, Computadores e aspectos culturais no ensino de Matemática.* Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação – DEME.
- González, F. (2010). *El Decálogo Del Resolvedor Exitoso de Problemas. Investigación y Postgrado.* Acesso em 01 de abril de 2012 de http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S1316-00872002000100002&script=sci_abstract
- Lambdin, D. V., Walcott, C. (2007). Changes through the Years: Connections between Psychological Learning Theories and the School Mathematics Curriculum. En: Martin, W. G. et al(Ed.). *The Learning of Mathematics* (pp.3-25). Reston, VA: NCTM.
- NCTM. (1980). *An Agenda for Action.* Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nunes, C.B. (2011). *A resolução de problemas na formação inicial e continuada de professores*. Acesso em 23 de abril de 2012 de <http://www2.rc.unesp.br/gterp/?q=serp2011/trabalhos>
- Nunes, C.B. (2010). *O processo ensino-aprendizagem-avaliação de geometria através da resolução de problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática*. Tese de Doutorado não-publicada. Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, São Paulo, Brasil.
- Onuchic, L. R., Allevato, N. S. G. (2011). Pesquisas em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *BOLEMA- Boletim de Educação Matemática*, (25) 41, 73-98.
- _____. (2009). Formação de professores – mudanças urgentes na Licenciatura em Matemática. En: Rezende, M.C.; Nasser, L. *Educação Matemática no ensino superior: pesquisas e debates*. (pp.169-187), Recife, PE: Biblioteca do Educador Matemático, Coleção SBEM.
- Onuchic, L.R. (1999). Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. En: Bicudo, M.A.V.(org). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectiva*. (pp. 199-220) São Paulo, SP: Editora UNESP.
- Polya, G. A. (1944). *How to Solve it*. Princeton. Princeton University Press.
- Schroeder, T.L., Lester Jr., F.K.(1989). Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. En: Trafton, P.R., Shulte, A.P. (Ed.) *New Directions for Elementary School Mathematics*. (pp.31-42), National Council of Teachers of Mathematics. (Year Book).
- Van de Walle, J. A.(2001). *Elementary and Middle School Mathematics*. 4ª Ed. New York: Longman.