

## ZERO NO QUOCIENTE: LEVANTAMENTOS PRELIMINARES NA IDENTIFICAÇÃO DE DIFICULDADES EM ALUNOS DO SEXTO ANO

Bruna Zution Dalle Prane, Hellen Castro Almeida Leite, Jéssica Schultz Küster  
Universidade Federal do Espírito Santo  
brunazution@yahoo.com.br, profahellen@yahoo.com.br, jessica.skuster@gmail.com

Brasil

**Resumo.** Neste artigo, analisamos e relatamos parcialmente, informações de uma pesquisa exploratória realizada em quatro escolas da região metropolitana de Vitória capital do Espírito Santo, Brasil, sendo duas públicas participantes do PIBID Pedagogia e duas privadas. Foram investigados erros cometidos por 89 educandos do sexto ano em quatro questões envolvendo zero no quociente. Utilizamos a metodologia de análise de erros (Cury, 2007 e Pinto, 2009) e emergiram 12 categorias, sendo a mais frequente a ausência do(s) zero(s) no quociente, ou escrito de forma equivocada. Pretendemos suscitar questões sobre a formação de professores generalistas e especialistas no que concerne a metodologias de ensino de conteúdos comuns aos quintos e sextos anos do ensino fundamental.

**Palavras chave:** análise de erros, zero no quociente

**Abstract.** In this study, we partially analyze and report, the results from a research carried out in four schools in Vitória, ES, Brazil, in which two were public and two were private schools. Errors made by 89 sixth grade students in four test questions involving zero in the coefficient have been investigated. The “error analysis methodology” was used and from that twelve categories emerged, the most frequent being the absence of zero in the coefficient, or being written by mistake. We intend to probe the training of generalist teachers and specialists regarding the methodologies used to teach fifth and sixth grades basic subjects in the elementary school.

**Key words:** error analysis, zero coefficient

### Introdução

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) apresentam como um dos critérios de avaliação de matemática para o segundo ciclo (quarto e quinto anos do Ensino Fundamental):

Realizar cálculos, mentalmente e por escrito, envolvendo números naturais e racionais e comprovar os resultados, por meio de estratégias de verificação. É importante também avaliar a utilização de estratégias de verificação de resultados, inclusive as que fazem uso de calculadoras (p. 94).

Porém, em nossa prática como professores da educação básica e superior, percebemos que em vários conteúdos onde é necessário o uso do algoritmo da divisão, os estudantes dos diversos níveis de ensino apresentavam dificuldade em operacionalizá-lo ou em explicar para outrem alguns passos do mesmo, ou seja, a fundamentação matemática. Observamos que as dúvidas ficavam mais acentuadas quando havia zero e/ou vírgula no quociente. Diante dessa constatação baseada em nossa prática docente e na troca de experiências, resolvemos investigar as dificuldades relacionadas ao algoritmo da divisão, quando há zero no quociente, trabalhando com a seguinte questão: identificar, analisar e classificar os erros cometidos por

estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental em questões de divisão com zero no quociente.

Inicialmente, aplicamos cinco questões para outras turmas para um pré-teste. Finalmente, aplicamos como instrumento para a nossa pesquisa, as quatro questões a seguir para quatro turmas do sexto ano, com seus respectivos objetivos e índice de acertos:

Questão	Tipo, resolução e índice geral de acertos	Objetivo(s)
1) Joaquim comprou uma televisão de 42 polegadas que custava R\$ 3.540,00, parcelados em cinco vezes iguais e sem juros. Qual será o valor de cada prestação que Joaquim deverá pagar? Explícite seus cálculos	Divisão de naturais, quociente inteiro. Resto zero. Um zero no quociente. $3540/5 = 708$ Acertos: 27%	Perceber se o aluno atenta para o valor numérico enquanto resposta ao problema. Verificar se ele escreve o zero no quociente ou se o omite.
2) Tia Josefina morreu e deixou uma herança no valor de R\$ 14.210,00 para os seus sete sobrinhos. Sabendo que cada sobrinho receberá o mesmo valor, quanto cada um ganhará? Explícite seus cálculos.	Divisão de naturais, quociente inteiro. Resto zero. Dois zeros no quociente. $14.210/7 = 2030$ Acertos: 17%	Investigar se o aluno escreve ambos os zeros no quociente. Observar se, e como, o zero do dividendo é “transferido” para o quociente. Verificar se os zeros dos centavos influenciam no cálculo.
3) Seis amigos foram viajar juntos e o valor total de todas as despesas ficou em R\$ 654,42. Quanto cada um terá que pagar, sabendo que todos devem contribuir com o mesmo valor? Explícite seus cálculos.	Divisão de um n° decimal por um n° inteiro de um dígito. Quociente do tipo a0c,0d. $654,42 / 6 = 109,07$ Acertos: 28%	Identificar como os alunos resolvem uma divisão de um n° decimal por um n° inteiro de um dígito, cujo quociente é um número decimal, com zero na ordem das dezenas e outro zero na ordem dos decimais. Observar se o aluno usa a regra “igualar as casas decimais e cortar a vírgula”.
4) Uma escola com 400 alunos fará uma excursão. O custo total será R\$ 18.020,00. Supondo que somente os alunos serão pagantes, quanto cada aluno deverá pagar? Explícite seus cálculos.	Divisão de um inteiro por outro inteiro de 3 dígitos, sendo os dois últimos zeros. $18.020/400 = 45,05$ Acertos: 8%	Observar se o aluno “corta os zeros” antes de efetuar a divisão. Investigar se o aluno ‘para’ a conta quando encontra o resto 20 e não tem mais algarismos no dividendo para “abaixar”. Verificar se os zeros dos centavos influenciam no cálculo.

Quadro 1 – Questões aplicadas para os alunos do sexto ano com seus objetivos (Fonte: as autoras).

## Sujeitos da Pesquisa

As escolas Alfa e Beta são particulares e situam-se em dois diferentes municípios da região metropolitana de Vitória, estado do Espírito Santo, Brasil. Gama e Delta são escolas municipais de ensino fundamental (EMEFs) que passaram a ter convênio com o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), do curso de Pedagogia. Todos os nomes são fictícios e serão escritos como sendo do gênero masculino.

A *Escola Alfa* integra uma rede com seis escolas no estado do Espírito Santo. Dos 22 alunos matriculados apenas 18 participaram da pesquisa, com faixa etária de 10 a 13 anos. Na *Escola Beta*, a turma tem 30 alunos, com faixa etária de 10 a 13 anos, sendo que 28 participaram. *Escola Gama*: EMEF, com 25 alunos matriculados oriundos de classes sociais diversificadas e faixa etária entre 10 e 12 anos. Todos os alunos participaram da pesquisa. *Escola Delta*: EMEF com 30 alunos matriculados, 25 alunos frequentando, mas, somente 18 participaram da atividade. A maioria dos alunos são oriundos de classes sociais menos favorecidas e faixa etária de 10 a 15 anos.

## Metodologia

A pesquisa consistiu em um estudo do tipo diagnóstico, um levantamento preliminar, visando uma investigação futura com docentes que atuam os 5<sup>os</sup> e 6<sup>os</sup> anos do ensino fundamental. Para analisar o material coletado, usamos a metodologia de análise de erros que, segundo Cury (2007, p. 63):

Na análise das respostas dos alunos, o importante não é o acerto ou o erro em si – que são pontuados em uma prova de avaliação da aprendizagem –, mas as formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emerge na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem.

Assim, utilizamos o material coletado para categorizar os erros dos educandos das quatro turmas avaliadas. Não com o simples objetivo de quantificar o percentual de erros e acertos, mas como uma “oportunidade didática para o professor” no sentido de oferecer “indícios importantes para a identificação dos processos subjacentes construção conceitual” e “novos elementos para o professor refletir sobre a sua prática”. (Pinto, 2009, p. 139).

Procuramos analisar os erros com olhar questionador, que, de acordo com Bortoloti, Silva, Nascimento e Oliveira (2007, p. 2) é:

- a) Dar voz ao que os alunos estão pensando e escrevendo sobre uma determinada situação-problema. Em paralelo e/ou posteriormente procurar;

- b) Encontrar o ponto “exato” ou mais próximo em que um conceito ou procedimento foi construído de forma incorreta, apresentando falhas ou;
- c) Descobrir que habilidades não foram desenvolvidas para resolver uma situação proposta;
- d) Rever e repensar sobre os procedimentos de ensino utilizados para explorar determinado conceito visando com todas estas tentativas formas de planejar ações pedagógicas futuras que desestabilizem os erros cometidos e auxiliem a construção e desenvolvimento de definições, conceitos e procedimentos adequados e com significados.

Neste artigo apresentamos resultados do item (b), pois ao analisar as questões dos alunos queríamos saber o ponto exato onde a maioria dos alunos erra, para depois traçar intervenções que venham a dirimir as suas dúvidas. Já com relação ao item (a) nosso levantamento foi parcial, pois não tivemos a oportunidade de indagar os alunos e saber como pensaram ao resolver a questão.

### **Análise dos dados**

As categorias que emergiram em nossa análise foram as que se seguem:

Ausência de cálculo e resposta (A); Desistência: só arma a conta e nada mais (D1); Desistência: arma a conta, começa a resolução e não termina (D2); Interpretação equivocada do enunciado (I); Resposta equivocada, sem cálculo explicitado (Q); Tabuada: erros relativos à multiplicação que faz parte do algoritmo da divisão (T); Subtração: erros relativos à subtração que faz parte do algoritmo da divisão (S); Zero no quociente: ausência do(s) zero(s), ou escrito de forma equivocada (Z); Estrutura do algoritmo: outros erros decorrentes da estrutura do algoritmo, diferentes dos 3 anteriores (multiplicação, adição e zero no quociente) (E). Somente na questão 4, utilizamos duas subcategorias: quando o aluno cortou um ou dois zeros do 400 (no caso o divisor) e/ou um zero do 18.020 (no caso, o dividendo) (ED00); considerou 20 como resto e não continuou a divisão (R20); outros erros (O), resposta e cálculos corretos (RC), resposta numérica correta com vírgula no lugar errado (RCV) e considerou os centavos como inteiros no dividendo (CD)

A seguir, apresentamos uma análise comparativa das escolas Alfa ( $\alpha$ ), Beta ( $\beta$ ), Gama ( $\gamma$ ) e Delta ( $\delta$ ) por questão e pelas categorias de análise (Cat.):

QUESTÃO 1					QUESTÃO 2					QUESTÃO 3					QUESTÃO 4				
Cat.	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	Cat.	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	Cat.	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	Cat.	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
A	2				A		1	4	4	A	1		2	3	A	3	2	10	8
I	10	3	6	10	D1				1	D2-		1		1	D1	3	5	4	2
Q			1		D2-		1		1	I	2	1	2	2	D2-	2	1		1
E	2	2	2	2	I	2	1	1	1	Q		1			I	5	1	1	2
T	5	2	1	2	E	3	2	4	6	E	1		3	6	Q			1	
S					T	6	3	6	3	D00					E	3	2	2	3
Z		7	7	2	S	1	1			T	2		3	9	D00	1	6	2	2
RCa	1	12	7	4	Z	12	10	11	3	S		5			T	3	3		3
RCV			1		R				1	Z	10	12	10	5	S	1			1
CD	1	1	2		O				5	RCa	3	12	8	2	Z	4	10	2	
					RCa	3	6	4	2	RCV	1		1		RCa		6	1	
					RCV		2		1	CD	2	1	1		R20			2	
					CD	5		7							RCV		1		
															CD	2	2	3	

Tabela I: Categorização das escolas com relação ao erros dos alunos.

Em todas as questões das quatro escolas, concordamos com Saiz (1996, p. 170), que também pesquisou dificuldades relacionadas à divisão, quando afirma que “as crianças carecem de recursos para reconhecer se sua solução é errada ou não. Na realidade, não chegam a analisar se o número obtido é o resultado do problema.”

Em relação ao alto índice de erros na questão quatro, acreditamos, que, por ser uma divisão de dois naturais resultando em um quociente decimal, exige do aluno um conhecimento das propriedades válidas somente para os naturais e das que são válidas para ambos os conjuntos. Sobre a construção do conceito de números racionais e suas dificuldades, Moreira e David (2010, p. 67) afirmam que:

Os significados das operações com os racionais se constroem a partir da discussão e da análise de uma diversidade de situações concretas nas quais se torna necessário reconhecer, comparar com o caso dos naturais e reestabelecer relações entre os números, abandonar outras, inferindo-se, a partir desse processo, a validade das propriedades.

Neste artigo, concentraremos nossas considerações sobre os erros dos alunos, apenas na questão quatro e o faremos por escola pesquisada.

*Escola Alfa:* Três alunos não escreveram nada nessa questão. Três armaram a conta, mas não efetuaram e outros dois alunos começaram a fazer, mas desistiram antes de terminar. Dois alunos multiplicaram o valor por 400 ao invés de dividir. Outros dois alunos somaram o valor de 18.020 com 400. Desses alunos mencionados, um escreveu na resposta: cada aluno pagará 181.600. Esse aluno não soube interpretar nenhuma das questões anteriores, e os outros alunos citados também não acertaram as outras questões.

Dos alunos que fizeram a atividade apenas seis dividiram o valor do custo por 400. Um aluno fez a conta como se no quociente estivesse apenas o número 4 e considerou também que  $4 \times 4 = 18$ , comprometendo assim toda a questão. Um aluno considerou que  $4 \times 4 = 1602$  e outros dois alunos consideraram que  $2 \times 400 = 1800$  e que  $1802 - 1800 = 0$ .

*Escola Beta:* Dos 28 alunos que resolveram a quarta questão, somente um aluno resolveu a questão corretamente. Vale ressaltar dois pontos na resolução do aluno: primeiro que ao final da divisão o mesmo fez a prova real e segundo, que esta foi a única questão que ele fez mais de uma vez a divisão. Dois alunos fizeram a divisão correta, mas não colocaram a vírgula no lugar certo. Isto não aconteceu nas outras questões.

Seis alunos só montaram a conta. Alguns alunos alegaram que não terminaram a questão, pois o tempo para resoluções das foi curto. A situação demonstra que eles não sabiam qual conta deveriam fazer. Cinco alunos deixaram a questão em branco ou riscaram sua resolução para que não considerássemos. Um aluno resolveu a questão por multiplicação, ou seja, interpretou a questão de forma equivocada, fato que também aconteceu na questão um.

Treze alunos fizeram a divisão correta até os 45 inteiros. A partir deste momento há vários erros ou desistência dos alunos. As repostas que surgiram foram: 450, 455, 45, 400. Três repostas aparecem como sendo 45. Dessas, duas pararam quando o resto foi 20 e o outro não deixou resto. Um aluno colocou como resposta 455 e sua divisão não sobrou resto.

Um aluno informou a resposta 400 e não terminou a questão, deixando como resto 2020. Três alunos deram como resposta 450 e todos estes deixaram resto 20. É contraditório ver que esses alunos deixaram esse resto, pois na questão três, onde o cálculo é similar a este, os alunos resolveram corretamente. Neste caso, lembramos que Pinto (2009) relata que é necessário conhecer o que os alunos pensam quando estão realizando a atividade. Além disso ressaltamos a importância do professor incentivar que o aluno explicita verbalmente seu raciocínio.

A resposta de três alunos foi também 450, porém sem nenhum resto. Analisando as questões anteriores desses alunos, temos indícios que certos conceitos relacionados à divisão não estão muito bem sedimentados. Dois alunos erraram a divisão por questões elementares de tabuada de multiplicação e conseqüentemente o algoritmo também estava errado.

*Escola Gama:* Apenas um aluno acertou essa questão. Um somou 400 ao 18.020. Dez alunos deixaram a questão em branco. Quatro alunos armaram a divisão e não efetuaram. Seis alunos além de não colocarem o zero no quociente, deixaram o resto 20 na divisão, sendo que na questão três, resolveram a conta até concluí-la encontrando o resto zero.

*Escola Delta:* Nessa escola, sete alunos deixaram a questão em branco, dois armaram a conta e não calcularam e um aluno começou mas parou a conta pela metade. Um aluno dividiu o valor por 7 e não por 400. Outro aluno acertou as três primeiras questões, mas na questão 4 onde deveria dividir por 400, multiplicou, obtendo como resposta 90.100. Outro aluno também multiplicou por 400 ao invés de dividir. Dois alunos colocaram o 400 no divisor, mas realizaram a conta como se fosse apenas o 4 que estava ali, acreditamos que os alunos cortaram mentalmente os dois zeros do 400.

Uma resolução que nos chamou a atenção foi de um aluno que escreveu apenas o 4 no divisor. Esqueceu-se dos dois zeros? Ou ‘cortou’ com os zeros dos centavos? Ao efetuar a conta, ele faz as devidas subtrações e quando vê que o 2 não divide por 4, ‘coloca o 0 no quociente e desce o zero do dividendo’ e assim termina a conta. Um dos seus erros foi de tabuada da multiplicação, pois considerou que  $4 \times 4 = 17$  e que  $2 \times 4 = 10$ .

### Perspectivas e considerações finais

Estudos diagnósticos como estes, propiciam a identificação de alguns procedimentos que as crianças usam na resolução de problemas de divisão, permitindo ao professor antecipar possíveis respostas equivocadas e propor intervenções diante dessas respostas com contra-argumentos plausíveis para a faixa etária.

Com isso, acreditamos que o problema maior não seja o algoritmo da divisão, mas a não compreensão da função do zero e da vírgula em nosso sistema de numeração. Portanto, sugerimos aos professores dos quintos e sextos anos, que trabalhem com seus alunos as características do nosso sistema de numeração decimal e a função do zero na composição de qualquer número. E também, o papel da vírgula em nosso sistema de numeração, que é a de separar a parte inteira da parte decimal. Como foi mostrado aqui, na questão três proposta para os alunos do sexto ano, muitos consideraram  $654,42 = 65.442$ . Após revisar e sedimentar esses conceitos, sugerimos que o professor faça divisões com material concreto, como por exemplo, o material dourado e notas de dinheiro, valorizando mais o conceito do que o formalismo. A próxima etapa seria fazer simultaneamente a divisão com o material concreto e com o algoritmo.

O levantamento de dificuldades como estas pode ajudar o professor e o licenciando a pensar sobre possíveis dificuldades e entraves cognitivos que seus alunos possuem. Talvez, também motivar discussões curriculares nas licenciaturas de Matemática e Pedagogia. Nas primeiras, para repensarem a estrutura curricular, de modo a levarem em conta a discussão de processos de ensino-aprendizagem de conteúdos aceitos como sendo das séries iniciais, mas que, via de regra, exigirão do futuro professor competência e ferramentas para que possa levar seus

alunos a construírem tais conhecimentos. Pode ser uma forma de convencer o licenciando de que, mesmo que ele saiba operar bem com os algoritmos, isso pode não ser suficiente para o trabalho com alunos do 2º e 3º ciclos.

Recomendamos que os licenciandos tenham contato estreito com a análise de erros como metodologia de ensino e pesquisa. Concordamos com Cury (2009, p. 93) ao afirmar:

As pesquisas sobre erros na aprendizagem de Matemática devem fazer parte do processo de formação dos futuros professores, pois, ao investigar erros, ao observar como os alunos resolvem um determinado problema, ao discutir as soluções com os estudantes, os licenciandos em Matemática estarão refletindo sobre o processo de aprendizagem nessa disciplina e sobre possíveis metodologias de ensino que vão implementar no início de suas práticas.

Consideramos também que a pesquisa, quando realizada por sujeitos atuantes em diferentes níveis de ensino, pode trazer um aprendizado muito rico para todos os envolvidos. De acordo com Fiorentini (2010, p. 53) concebemos nossa pesquisa como cooperativa ou colaborativa, ou seja, uma pesquisa “em que todos cooperam ou colaboram na realização conjunta do processo de investigação que vai desde sua concepção, planejamento e realização até à fase de análise e escrita do relato final”. Por isso, sugerimos que os currículos das licenciaturas prevejam condições de espaço-tempo para o estudo e desenvolvimento de trabalhos como este na formação inicial de docentes.

### Referências bibliográficas

- Brasil. (1998). Ministério da Educação. Secretária de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto Ciclo do Ensino Fundamental, Matemática*, Brasília.
- Bortoloti, R.D.M., Silva, C. V., Nascimento, J. C. e Oliveira, A. P. T. (2007). *Análise dos Erros Cometidos por Discentes de Cursos de Licenciatura em Matemática das Universidades Estaduais Baianas*. Projeto de Pesquisa – Departamento de Química e Exata, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, BA.
- Cury, H. N. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Fiorentini, D. (2010). Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In M. C. Borba e J. L. Araújo (Orgs), *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática* (pp. 49-78) Belo Horizonte: Autêntica.

- Moreira, P. C e David, M. M. M. S. (2010). *A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Pinto, N. B.(2009). *O erro como estratégia didática: estudo do erro no ensino da matemática elementar*. Campinas, São Paulo: Papirus.
- Saiz, I. (1996). Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir. In C. Parra e I. Saiz (Orgs), *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas* (pp.156-185). Porto Alegre: Arte Médicas.