

## ANÁLISIS DE UN PROCESO DE ESTUDIO SOBRE EL OBJETO MATEMÁTICO FUNCIÓN MEDIANTE LOS CRITERIOS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA

Ana Peña, Mario Arrieche

Universidad de Carabobo y Universidad Pedagógica Experimental Libertador  
guadkar30@hotmail.com, marioarrieche@hotmail.com

Venezuela

**Resumen.** El presente trabajo se encuentra inserto en la línea de investigación “Perspectivas del enfoque semiótico antropológico para la didáctica de la matemática” (Arrieche, 2003). El propósito de esta investigación es analizar el proceso de estudio sobre el objeto matemático función mediante los criterios de idoneidad didáctica. Teóricamente se fundamentará en las nociones teóricas propuestas en el EOS. Se hará énfasis sólo en las idoneidades epistémica e interaccional; donde se evidenciará las situaciones problemas, el lenguaje, elementos regulativos, argumentos y acciones propuestas por el docente y los modos de interacción.

**Palabras clave:** función, idoneidad epistémica, idoneidad interaccional

**Abstract.** This work is embedded in the research "Perspectives of the semiotic and anthropological approach to the mathematics' teaching" (Arrieche, 2003). The purpose of the study is to analyse the process of study the function mathematical object by teaching the eligibility criteria. Theoretically is based on theoretical notions proposed in the EOS. Emphasis will be placed only in the epistemic and interactional suitabilities, where problems become evident situations, language, regulatory elements, arguments and actions proposed by the teacher and the interaction's.

**Key words:** function, suitabilities epistemic, suitabilities interactional

### Introducción

La matemática es una asignatura de gran importancia en cualquier currículo de educación, ya que ella brinda herramientas necesarias a los estudiantes para desenvolverse en la sociedad, y sobre todo en la actualidad, donde se requiere asumir una matemática que tenga aplicabilidad, capaz de permitir modelizaciones de situaciones en términos matemáticos. En este sentido esta ciencia constituye un quehacer humano, producido como respuesta a situaciones problemáticas del mundo real, social e intramatemático (Godino, 2003).

Entonces, es conveniente realizar investigaciones que permitan mostrar cómo se está llevando a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina. Cabe destacar que el trabajo que se presenta a continuación está a nivel de proyecto, en el que se tomará como objeto de estudio a las funciones, no por pretensión sino porque “el concepto de función puede considerarse como un eje transversal dentro del currículo matemático del sistema educativo venezolano” (Hernández, 2008, p.4).

Actualmente, para el estudio de la Educación Matemática existen diversas teorías, enfoques, perspectivas, siendo uno de ellos el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) propuesto por Godino, (2003), teniendo como noción principal la de

significado. Sin embargo, existen otras nociones teóricas actualmente dentro del EOS, como son los criterios de idoneidad didáctica, entendiéndose por idoneidad didáctica, “el criterio sistémico de pertinencia o adecuación de un proceso de instrucción al proyecto educativo” (Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2007, p.1).

En esta investigación se analizará un proceso de estudio sobre el concepto matemático función para determinar su grado de idoneidad didáctica y luego realizar una construcción de este proceso, de instrucción, que sea idóneo tomando en cuenta solamente las idoneidades epistémica e interaccional.

El artículo está estructurado en: el problema, objetivos y justificación de la investigación, marco teórico referencial, metodología y las referencias bibliográficas.

### **El problema**

En el sistema educativo venezolano son diversos los temas algebraicos que se estudian, entre los cuales se pueden mencionar: ecuaciones de primer grado en diversos conjuntos numéricos ( $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  y  $\mathbb{R}$ ), polinomios, factorización de polinomios, funciones, productos notables, resolución de ecuaciones de segundo grado, sistemas de ecuaciones lineales y el estudio de varios tipos de función: lineal, afín, cuadrática, polinómica, identidad y constante (Currículo y orientaciones metodológicas para los Liceos Bolivarianos, 2007).

Sin embargo, en este estudio se tomará solamente el tópico función, teniendo en cuenta que es fundamental que el estudiante aprenda este objeto matemático por su utilidad para modelizar un gran número de situaciones de la vida cotidiana (propagación de una bacteria, la pérdida y ganancia de un negocio), pertenecientes a otras áreas del saber (cómo la física, la biología, la química, etc.) y dentro de la misma matemática (estructuras algebraicas de grupo, anillo, cuerpo y espacio vectorial) (Arrieche, 2010). Existen otros autores, como Leithold, (1998); Hernández, (2007); Godino y Font, (2003) quienes señalan que las funciones son fundamentales en el Cálculo porque permiten proporcionar en la práctica determinadas funciones como modelos matemáticos que tienen aplicación a situaciones del mundo real.

Por otro lado, investigaciones realizadas en el nivel de educación media general, sobre las funciones, muestran que los estudiantes presentan dificultades para apropiarse de este objeto matemático, indicando que es debido al proceso de enseñanza y aprendizaje de este tópico y adicionalmente plantean que en el ambiente del aula de clase no se fomenta la aplicación que tienen las funciones a la vida cotidiana, teniendo en cuenta que esta noción es un contenido integrador, así como también son pocas las sesiones o casi nulas en las que se destaca el origen, evolución e historia de este objeto matemático. (Chiavaroli, 2010; Hernández, 2007).

En este mismo orden de ideas, los registros del rendimiento académico de los estudiantes, emitidos por el Departamento de Control de Estudios del Liceo Nacional “José Andrés Castillo” del municipio Montalbán- estado Carabobo; muestran que en los últimos 3 años escolares (2007 – 2008, 2008 – 2009, 2009 - 2010) es necesario realizar por lo menos 2 veces la evaluación correspondiente al tema de las funciones, mostrando resultados desfavorables, mostrando este fenómeno en que existe un 70% de aplazados cada vez que se evalúa ese contenido.

De lo expuesto en los párrafos anteriores, surge una primera interrogante para este estudio: ¿Cómo se está impartiendo la enseñanza y aprendizaje de las funciones en tercer año de educación media general?; la cual a su vez genera una segunda interrogante: ¿Cuál es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje sobre el objeto matemático función?

En relación a lo anterior, este estudio se plantea como primer problema el uso de situaciones problemas en el proceso de enseñanza y aprendizaje por parte del docente así cómo verificar cuáles son las situaciones contextualizadas que se le presentan a los estudiantes; comprobar si éstas contribuyen a la comprensión matemática, argumentación, validación y establecimiento de relaciones, articulaciones del objeto matemático función. Como segundo problema, se tiene cómo son los modos de interacción durante el proceso de estudio de las funciones, dichos modos son: las interacciones entre docente-discentes, discentes-discentes, además de verificar cómo se favorece la autonomía en los estudiantes para asumir la responsabilidad del estudio de las funciones.

En virtud de la importancia que tiene la noción de función dentro de la comprensión de la matemática, su aplicación en las diversas ciencias, las dificultades que se presentan en su proceso de estudio y los modos de interacción, se propone la siguiente investigación, que debe permitir responder a las siguientes interrogantes, clasificadas en las facetas epistémica e interaccional, presentadas en Godino (2003); Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006);

#### Idoneidad Epistémica:

¿Cuál es el grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos, respecto al significado de referencia en torno a las funciones?

#### Idoneidad Interaccional:

¿Cuál es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver los conflictos semióticos de significado para favorecer la autonomía en el aprendizaje de las funciones?

## Objetivo General

Analizar un proceso de estudio sobre el objeto matemático función mediante los criterios de idoneidad didáctica, en un curso de tercer año de educación media general. Haciendo énfasis en la idoneidad epistémica e interaccional.

## Objetivos Específicos

1. Describir el grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos, respecto a un significado de referencia en torno a las funciones.

2. Caracterizar los modos de interacción presentes en el proceso de estudio de las funciones a un grupo de estudiantes de tercer año de educación media general.

A través de esta caracterización se pretende realizar una descripción de los modos de interacción docente-discente, discentes-discentes, la autonomía en los estudiantes en el proceso de estudio de las funciones y la evaluación formativa, con la finalidad de identificar los conflictos semióticos de significado.

3. Determinar los grados de las idoneidades epistémica e interaccional en el proceso de estudio implementado.

## Marco teórico referencial

El marco teórico se fundamenta en el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS), entre las nociones teóricas que lo conforman y que se pondrán en funcionamiento en este trabajo se describen las siguientes: práctica, institución, significado, significados personales e institucionales de un objeto matemático, objeto matemático, conflictos semióticos, idoneidad didáctica, criterios de idoneidad didáctica, configuraciones y trayectorias didácticas.

Debido a que la noción de significado es la base del EOS es importante entenderlo como “el sistema de prácticas (actuativas o discursivas) que realiza una persona (significado personal), o compartidas en el seno de una institución (significado institucional) para resolver un tipo de situaciones problemas” (Godino, Batanero y Font, 2009, p.5). Según la definición anterior, estos pueden ser establecidos por una institución o concebidos por el sistema de prácticas realizadas por una persona; en este sentido se clasifican en significados personales y significados institucionales.

Los *Significados Personales* de un objeto matemático se refieren “al sistema de prácticas personales de una persona  $p$  para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto matemático en un momento dado” (Godino, 2002, p.13)

El significado institucional de un objeto matemático puede entenderse como “el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge significado institucional en un momento dado”. (Godino, 2002, p.13)

En el párrafo anterior se hace referencia a *Conflictos Semiótico* entendiéndose estos, como “toda disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a una misma expresión por dos sujetos (personas o instituciones) en interacción comunicativa y pueden explicar las dificultades y limitaciones de los procesos de aprendizaje y las enseñanzas implementadas”. (Godino, 2002, p.14)

Otra noción mencionada durante el desarrollo de la teoría es, *Objeto Matemático*, entendiéndose éste como todo aquello que pueda ser indicado, todo lo que pueda señalarse o a lo cual puede hacerse referencia, cuando hacemos, comunicamos o aprendemos matemáticas (Godino, 2002, 2003).

En relación a lo anterior se puede decir que existe una diversidad de objetos matemáticos. Se agruparán en dos categorías: las entidades primarias y las entidades secundarias. En este sentido la agrupación obedece a una caracterización de tipo pragmático y en otras subcategorías a saber:

En nuestro caso proponemos las siguientes categorías o tipos de entidades matemáticas basándonos en los diversos papeles o funciones desempeñadas por estas entidades en el trabajo matemático: *situaciones, acciones, lenguaje, conceptos-reglas, propiedades, argumentaciones*. Considerando estos tipos como “entidades primarias”, las que se pueden a su vez agrupar en entidades secundarias como: *praxis, logos, praxeologías, conceptos-sistema, campos conceptuales, teoría de grupos, aritmética, geometría, entre otras*. (Godino, 2002, p.5)

Con el transcurrir del tiempo, el EOS comenzó a desarrollar nuevas nociones para estudiar y analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, una de esas nociones es la *idoneidad didáctica*, entendiéndose ésta como el criterio sistémico de pertinencia o adecuación de un proceso de instrucción al proyecto educativo, cuyo principal indicador empírico puede ser la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos / implementados. (Godino, 2003; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006).

Para hacer operativa la noción de idoneidad didáctica se hace necesaria la interacción de las idoneidades parciales: epistémica, cognitiva, mediacional, emocional, interaccional y ecológica.

Es importante mencionar que la valoración de un proceso de estudio se puede aplicar a un estudio puntual implementado en una sesión de clases, a la planificación o el desarrollo de una unidad didáctica, o a un nivel más global, como puede ser el desarrollo de un curso o una propuesta curricular. También pueden ser útiles para analizar aspectos parciales de un proceso de estudio, como un material didáctico, un manual escolar, respuestas de estudiantes a tareas específicas, o “incidentes didácticos” puntuales. Godino, Batanero y Font (2009)

Para efecto de esta investigación se aplicarán las herramientas de análisis de un proceso de estudio a las sesiones de clases correspondientes a la noción de función.

Para hacer operativa la definición de idoneidad didáctica, se introducen seis criterios parciales de idoneidad atendiendo a las siguientes dimensiones que caracterizan y condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje: *epistémica* (relativa a los significados institucionales), *cognitiva* (significados personales), *mediacional* (recursos tecnológicos y temporales), *emocional* (actitudes, afectos, emociones), *interaccional* (interacciones docente – discentes), y *ecológica* (relaciones intra e interdisciplinarias y sociales). (Godino, Batanero y Font, 2006).

A continuación se presentan los componentes y descriptores de las idoneidades parciales que intervienen en la definición de idoneidad didáctica planteados por Godino (2003); Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006):

- ❖ Idoneidad epistémica. Se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.
- ❖ Idoneidad cognitiva. Expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados están en la zona de desarrollo potencial así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/implementados.
- ❖ Idoneidad mediacional. Es el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- ❖ Idoneidad emocional. Es el grado de implicación, interés y motivación de los estudiantes durante el proceso de estudio.
- ❖ Idoneidad interaccional. Es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significados y que permiten favorecer la autonomía en el aprendizaje.

- ❖ Idoneidad ecológica. Es el grado de adaptación curricular, socio-profesional y conexiones intra e interdisciplinarias.(p.4)

## Metodología

La naturaleza de la investigación está bajo una metodología cualitativa. El diseño de la investigación comprende dos fases, que se corresponden con cada uno de los objetivos; es así como para la primera fase se realizará una investigación documental para el estudio epistemológico de las funciones donde se profundice sobre la génesis, evolución, desarrollo, aplicaciones, problemas y obstáculos que dieron origen a esta noción. En la segunda fase se realizará una investigación bajo la modalidad de estudio de caso entendiéndose ésta cómo: un estudio intensivo y sistemático del estado actual, contexto circunstancial de una unidad social, bien sea un individuo, un grupo, una institución o una comunidad. Constituye un seguimiento, registro e interpretación a profundidad de fenómenos individuales o grupales muy específicos. Se caracterizan por su intención de identificar los procesos interactivos involucrados en la situación singular estudiada, los cuales pueden pasar inadvertidos en estudios clásicos de análisis muestral. (Orozco, Labrador y Palencia, 2002)

## Sujetos y contexto de la investigación

El contexto de estudio será el Liceo Nacional “José Andrés Castillo” del Municipio Montalbán, ubicado en el occidente del estado Carabobo, por ser el único plantel que existe en la parroquia de Montalbán, atiende desde primero hasta quinto año de educación media general. Cuenta con una población de 1230 estudiantes y 85 profesores. Los sujetos seleccionados para este estudio es el docente a cargo de la asignatura matemática de tercer año y una de sus secciones conformada por 20 estudiantes. Es de hacer notar que se toman los estudiantes porque son necesarios para analizar el proceso de estudio de las funciones.

Dichos informantes han sido seleccionadas de manera intencional de acuerdo a los intereses específicos del estudio (Hurtado y Toro, 1997), donde los sujetos investigados permiten evidenciar el fenómeno a estudiar según el juicio del investigador

## Técnicas e instrumentos de recolección de datos

En función de los objetivos propuestos en el presente estudio, se empleará una serie de instrumentos y técnicas de recolección de la información orientadas de manera esencial a alcanzar los fines propuestos. Como técnicas se tienen: la revisión y análisis documental y la observación no participante.

### Revisión y análisis documental

Para Balestrini (2006) es aquella que se realiza a partir de la observación documental, como punto de partida en el análisis de las fuentes documentales, mediante una lectura general de los textos, donde se iniciará la búsqueda y observación de los hechos presentes en los materiales escritos consultados que son de interés para la investigación. (p.152)

Esta técnica se utilizará en la primera fase del estudio, debido a que se realizará un estudio documental sobre las funciones, con la finalidad de dar respuesta al objetivo concerniente a la dimensión epistémica relacionada con los significados de referencia.

### Observación no participante

Según Palella y Martins (2006) la definen cómo aquella técnica en la cual se recoge la información desde afuera, sin intervenir para nada en el grupo social, hecho o fenómeno investigado. Ésta permite que el investigador pueda realizar observaciones más fieles de la realidad. Durante el estudio se realizarán grabaciones y filmaciones que evidencien el desarrollo de las cuatro (4) sesiones de clases que se realizarán, para categorizar los modos de interacción del docente y los estudiantes.

### Reflexiones finales

Una vez culminado el proyecto de investigación se espera poder realizar aportes al proceso de enseñanza y aprendizaje del tópico de las funciones, mediante la valoración del proceso de estudio de este objeto matemático, donde se pretende realizar una valoración del proceso de estudio a posteriori con la finalidad de diseñar un proceso de estudio idóneo de dicho objeto, atendiendo particularmente las facetas epistémica e interaccional. Por otro lado, mediante la reconstrucción epistemológica se espera realizar un aporte a la historia de la matemática, ya que se indagará sobre el origen, evolución y aplicaciones del tema de las funciones. Además de realizar una descripción de los significados pretendido e implementado respecto a un significado de referencia en torno a este concepto.

### Referencias bibliográficas

- Arrieche, M. (2003). Línea de investigación Perspectivas del enfoque semiótico antropológico para la didáctica de la matemática. *Paradigma*, 2 (XXIV), 151-160
- Arrieche, M. (2010). *Significados Institucionales y Personales de las funciones en la Formación de Profesores de Educación Integral*. Trabajo de Ascenso a la categoría Profesor Titular. Departamento de Matemática UPEL-Maracay.



- Balestrini, M. (2006). *Cómo se elabora el Proyecto de Investigación*. Caracas. BL Consultores Asociados.
- Chiavaroli, A. (2010). *Análisis de la idoneidad epistémica de un proceso de estudio sobre la función afín*. Tesis de Magister no publicada, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Maracay.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. [Documento en línea]. Disponible: [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/3\\_SignificadosIP\\_RDM94.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/3_SignificadosIP_RDM94.pdf)
- Godino, J. D. (2002). *Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Disponible en: <http://www.ugr.es/~jgodino/>
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las Funciones Semióticas en Didáctica de las Matemáticas*. Departamento de Didáctica de la matemática. Universidad de Granada.
- Godino, J. D. y Font, V (2003). *Razonamiento Algebraico y su Didáctica para Maestros. Manual Para estudiantes*. Departamento de Didáctica de la matemática. Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. (2006). *Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas*. X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Disponible en: <http://www.ugr.es/~jgodino/>
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. (2007). *Pauta de análisis y valoración de la Idoneidad Didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de Granada. Disponible en: [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/pauta\\_valoracion\\_idoneidad\\_5enero07.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/pauta_valoracion_idoneidad_5enero07.pdf)
- Godino, J. D y Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática*. The international Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127 -135 Disponible en: <http://www.urg.es/local/jgodino>.
- Hernández, G. O. (2007). *Significados Institucionales de las Funciones en Educación Básica*. Tesis de Magister no publicada, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Maracay.
- Hurtado, I. y Toro, J. (1997). *Paradigmas y métodos de investigación en tiempos de cambio*. Valencia, Venezuela: Episteme.
- Leithold, L. (1998). *El Cálculo. 7ma Ed. México: Oxford*.

Ministerio del Poder Popular para la Educación. (2007). *Currículo y Orientaciones Metodológicas Liceos Bolivarianos: 2007*. Caracas: Autor

Orozco, C., Labrador, M. y Palencia, A. (2002). *Metodología Manual Teórico Práctico de Metodología para Tesistas, Asesores, Tutores y Jurados de Trabajos de Investigación y Ascenso*. Valencia: Venezuela

Parella, S. y Martins, F. (2006). *Metodología de la Investigación Cuantitativa*. FEDEUPEL.