

LA PROBABILIDAD EN EDUCACIÓN ESPECIAL: EXPERIENCIA EN EL SEXTO GRADO

José Marcos López-Mojica, Ana María Ojeda Salazar
CAM 18; DME, Cinvestav-IPN
jmlopez@cinvestav.mx, amojeda@cinvestav.mx

México

Resumen. Los aspectos epistemológico, cognitivo y social se consideran para investigar, en curso y de forma cualitativa en la educación especial básica, el uso de esquemas compensatorios y su promoción ante situaciones aleatorias. La investigación sigue los lineamientos del órgano operativo y aplica la célula de análisis de la enseñanza. De sus tres fases, en parte de la segunda se aplicaron estrategias de enseñanza en el aula y se plantearon preguntas relativas al enfoque frecuencial de la probabilidad a seis niños (13 a 15 años) de sexto grado con diversas afecciones. Se utilizaron los métodos de la experienciación y de la bitácora. Las técnicas de registro de datos fueron la videograbación y la escritura en hojas de control impresas en papel. Los casos con síndrome Down enfatizaron lo visual para identificar frecuencias y registrarlas. El caso de retraso mental recurrió a la memoria de trabajo para recuperar las frecuencias y las frecuencias relativas. El caso de autismo estableció una relación de “más o menos el número de veces”.

Palabras clave: educación especial, esquemas compensatorios, desempeños

Abstract. Epistemological, cognitive and social aspects are considered to investigate, qualitatively and in an ongoing way, on the use of compensation schemes and how to promote their use when facing random situations in the special basic education. The research followed the guidelines of the operative organ and applied the analysis cell to the teaching. Here we consider a piece of the second out of the three phases of that research, concerned to the teaching of the frequential approach of probability in the sixth grade classroom, with six children aged 13 to 15 years with different affections. The experiencing and the log were the methods employed. The videotaping and the writing on audit sheets were the techniques to register data. The Down syndrome cases emphasized the visual perception to identify and to record the frequencies. The case of mental retardation appealed for working memory to retrieve the frequencies and relative frequencies. The case of autism established a relationship of "more or less the number of times".

Key words: special education, compensation schemes, performance

Planteamiento del problema

La propuesta institucional para la educación especial no incluye a la probabilidad. La formación en matemáticas del docente de ese nivel educativo es general: obedece a los planes y programas de estudio y a los libros de texto de matemáticas de la educación primaria regular, no a las necesidades de la población de educación especial para niños con ausencias o limitaciones, la cual está desprovista de medios apropiados para su formación en el pensamiento matemático, incluido el probabilístico. En intervenciones recientes en segundo y sexto grados de educación primaria especial (López-Mojica y Ojeda, 2010) se ha corroborado en los hechos esa carencia. Tal insuficiencia limita el desarrollo *integral* del alumno, pues no se le prepara para enfrentar situaciones bajo incertidumbre y se desaprovechan sus desempeños frente a situaciones probabilísticas.

Este es un informe de parte de un proyecto de investigación más amplio relativo a los esquemas compensatorios de los niños de educación especial básica ante situaciones aleatorias. En particular, se plantea qué caracteriza al pensamiento probabilístico de niños de educación especial. Pretendemos ponderar la introducción de los temas de probabilidad y de estadística en la modalidad y nivel educativo en cuestión.

Perspectiva teórica

La investigación, cualitativa y *en curso*, parte del supuesto de que existen esquemas que compensan las ausencias o limitaciones para el desarrollo del pensamiento en el niño con alguna deficiencia (Vygotski, 1997). Por tanto, no se da énfasis a la ausencia o deficiencia, sino al desempeño que es producto de la personalidad del niño. Para la investigación, la “discapacidad” es un producto social, pues está presente en las inadecuadas relaciones que se establecen con el medio social en el que se encuentra el individuo con esas características; es decir, el medio en el que se desarrolla un niño con esas características corresponde al de un individuo normal.

Tres ejes orientan la investigación. En el cognitivo, además de los esquemas compensatorios y de la zona de desarrollo próximo (Vygotski, 1997), se considera a la intuición como base del pensamiento probabilístico (Fischbein, 1975). En el eje social interesan las interacciones en el aula (Steinbring, 1991) durante el proceso educativo, con la propuesta del triángulo relacional para la constitución del concepto matemático, en el marco de la propuesta institucional de la educación especial (SEP, 2009). El eje epistemológico considera dos cuestiones: 1) el planteamiento de Heitele (1975) sobre lo fundamental de estocásticos para la enseñanza, con diez ideas como guía para un currículum en espiral, las cuales proporcionan al sujeto modelos explicativos eficientes; y 2) las etapas de la constitución de la idea de azar en el niño (Piaget e Inhelder, 1951), a saber, preconcreta, concreta y formal.

Métodos

La investigación se organiza en tres fases. Parte de la segunda se interesa en la enseñanza de estocásticos en el aula de sexto grado de primaria pública especial, con actividades propuestas y conducidas por el investigador, en presencia de la docente titular. Para esta fase se utilizó el método de la experienciación (Maturana, 2003), que consistió en someter al análisis la experiencia del investigador del proceso de enseñanza efectuada y del desempeño de los niños frente a situaciones aleatorias. Para recuperar o complementar las condiciones en que se desarrolló la experienciación se utilizó la bitácora.

La *célula de análisis* de la enseñanza (Ojeda, 2006) se aplicó a los datos recopilados para identificar: ideas fundamentales de estocásticos, otros conceptos matemáticos, recursos semióticos, términos (palabras o frases) que aluden a estocásticos y la situación de referencia. Los instrumentos fueron el guión de clase y hojas de control para el seguimiento de la actividad propuesta con una serie de preguntas relativas al enfoque frecuencial de la probabilidad. Las técnicas para registrar los datos fueron la videograbación y la escritura en papel y en el pizarrón.

En el aula participaron seis niños de 13 a 15 años de edad [M y W con síndrome Down y problemas de lenguaje; A y An con retraso mental; Mi con problemas motrices y de lenguaje; y T, autista], su docente y el investigador.

Situación de referencia. La actividad de enseñanza “La carrera” consta de cuatro partes y tiene por objetivo introducir el enfoque frecuencial de la probabilidad. Consiste en realizar giros de una ruleta con seis sectores iguales, que se distinguen por figuras de círculos, triángulos y cuadrados, en distinta proporción. El resultado de cada giro de la ruleta, señalado por una flecha (véase la Figura 1), se registra en una tabla impresa en las hojas de control, marcando una celda de la fila correspondiente a la figura indicada por la flecha en la ruleta al cabo de cada giro.

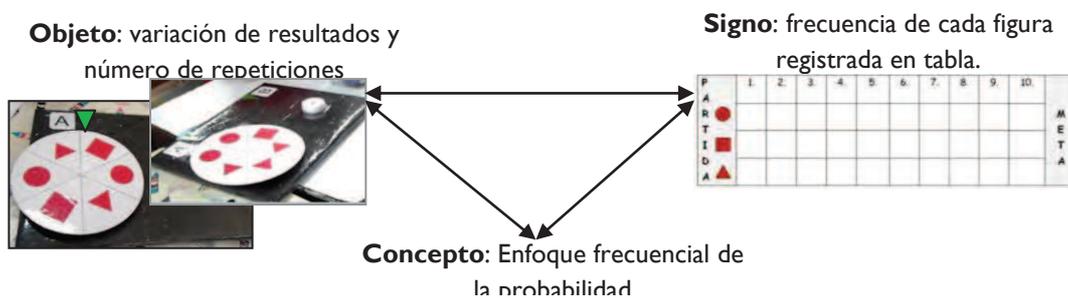


Figura 1. Triángulo epistemológico para “la carrera”

A continuación de la tabla se plantean cuatro preguntas abiertas sobre la figura “ganadora”, para contestarse de manera oral y después escrita en las hojas de control. Las preguntas son: de cuál figura sus registros alcanzan la meta; por qué resultó ganadora esa figura; cuál fue el número total de giros realizados y cuál fue la frecuencia resultante de la figura seleccionada al inicio de la actividad por cada alumno.

La Tabla I presenta las características de la actividad según las partes de las que consta; hemos indicado la composición de las ruletas con la cantidad de cada una de las figuras utilizadas.

La lógica en la actividad, ilustrada en la Figura 1, es la siguiente: a nivel de *objeto* interesan los resultados de cada giro de las ruletas y sus frecuencias; a nivel de *signo* importan las frecuencias

de cada figura registradas en la tabla, para prefigurar el *enfoque frecuencial* de la probabilidad (Fischbein, 1975; Steinbring, 1991). Para advertir la cardinalidad de cada *evento posible* como referencia para considerar la frecuencia obtenida, se pidió variar la composición de las figuras en el dibujo dado de unas ruletas.

Tabla 1. Características de la actividad “La carrera”

Criterios	Descripción			
Situación general	Giros de una ruleta con sectores iguales y diferentes cantidades de figuras: círculos, triángulos y cuadrados.			
Situación específica	<i>Parte I</i> R [2Δ, 2○, 2□]	<i>Parte II</i> R [3Δ, 2○, 1□]	<i>Parte III</i> Decidir entre: R ₁ [1Δ, 2○, 3□]; R ₂ [1Δ, 3○, 2□]	<i>Parte IV</i> Determinar R [?Δ, ?○, ?□] para distintos eventos
Ideas fundamentales de estocásticos	Espacio muestra, medida de probabilidad, variable aleatoria, equiprobabilidad.			
Otros conceptos matemáticos	Números naturales, adición, razones.			
Recursos Semióticos	Tablas, lengua natural escrita, figuras geométricas, signos numéricos.			
Términos empleados	“del total de giros, cuántas veces”, “marca con”, “elegir”, “lo que indique la flecha”, “gira la ruleta”, “llena una casilla”, “más o menos igual”, “muchas, muchas veces”.			
Posibles esquemas compensatorios	Visual y motriz.			

Ideas fundamentales y esquemas compensatorios en el aula alterna del sexto año

Se identificaron *esquemas compensatorios* para los casos síndrome Down, retraso mental y problema motriz en el sexto año de educación especial (véase la Tabla 2).

Tabla 2. Características individuales en el aula alterna del sexto grado

	Síndrome Down		Discapacidad Mental			Problema motriz	Autismo
	M	W	A	An	Y	Mi	T
Ideas fundamentales	Espacio muestra Frecuencia absoluta	Espacio muestra	Espacio muestra Frecuencia relativa	Espacio muestra Frecuencia relativa	Espacio muestra Frecuencia Absoluta	Espacio muestra Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta
Esquema compensatorio	Visual	Visual Motriz	Visual	Motriz Memoria de trabajo	Visual	Visual Motricidad gruesa	Visual Memorización

Lenguaje	Poca oralización	Palabras monosilábicas . Dificultad con “llena una casilla”.	Oraciones incompletas	Fluido	Fluido	No profiere palabras, sólo sonidos guturales	Fluido: ecolalia
-----------------	------------------	--	-----------------------	--------	--------	--	------------------

Los datos obtenidos indican que los niños tienen nociones de: frecuencia absoluta; frecuencia relativa [*An* y *Mi*]; espacio muestra como conjunto de todos los resultados, aunque no calificados como “posibles”, por tanto, no de azar ni de probabilidad. Si bien la actividad no propuso más composiciones donde se variaran tanto los casos favorables como todos los posibles, las respuestas proporcionadas con las composiciones consideradas no dieron evidencia de la advertencia de la intervención del azar.

En un principio las contestaciones de los niños revelaron un pensamiento causal, es decir, atribuían una causa al fenómeno ocurrido, como las de: “giré muchas veces”, “le ayudé a ganar [a la figura]”, “porque quiso [ganar la figura]”, “porque le ayudamos los niños”. *An* utilizó expresiones mímicas como de “magia” y con el nombre de la figura que eligió (véase la Figura 2). Cuando respondió de manera escrita, su respuesta fue “porque salió muchas veces” [la figura con mayor frecuencia absoluta].



Figura 2. Expresiones mímicas de *An* tratando de controlar el resultado del giro.

En las transcripciones de los pasajes seleccionados para lo que sigue se utiliza la inicial del nombre de los niños e *I* para el investigador.

Síndrome Down. En la enseñanza realizada, *M* y *W* utilizaron el esquema visual *compensando*, hasta cierto punto, el desarrollo cognitivo lento: corroboraban en la ruleta la figura resultante de cada giro, identificaban esa figura en la tabla impresa en papel y seguían con el dedo índice su fila para añadir una unidad en el registro correspondiente. Así identificaron las frecuencias absolutas (véase la Figura 3). Cuando se pidió el valor de las frecuencias, *M* y *W* contaban *uno a uno* los registros para cada figura y señalando con el dedo índice realizaban la correspondencia con el numeral. Es decir, el esquema visual es un factor importante en el desarrollo cognitivo lento, pues éste [el visual] orienta las acciones a realizar por parte de las niñas. Las acciones

(esquema motriz) como “girar la ruleta” les permitieron otorgarle sentido a la situación de enseñanza propuesta, pues al realizarlas sabían que la ruleta se iba a detener y tenían que registrar el resultado en la tabla. Pero en sus argumentos de porqué salió tal figura, no hubo indicios de la idea de azar.

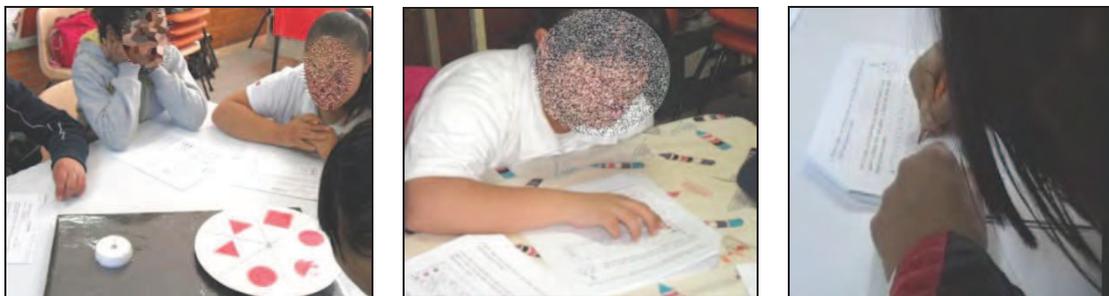


Figura 3. El esquema visual articulando paso a paso el registro de frecuencias absolutas

Retraso mental. An manifestó el uso de la memoria de trabajo en todo el desarrollo de la actividad, pues recuperaba las frecuencias de cada figura al cabo de cierto número de giros.

... Ahora díganme, ¿cuántos giros realizamos en total? Para el triángulo, ¿cuántos [giros] tenemos?

A: Ocho, diez...

An: ¡Ocho!

I: ¿Cuántos tiene el triángulo? ¡No adivinen...!

An y Mi: ¡Tres!

I: Tres. ¿Y el cuadrado?

Mi: Ocho [Ocho, problemas de lenguaje].

I: Ocho. ¿Y el círculo?

A: Diez...

I: En total, ¿cuántos tenemos? ¿Cuántos giros hicimos? Sumemos...

A y Mi: Uno, dos, tres... [murmurando].

Mi y An: ¡Veintiuno!

I: **Mi**, del total de giros, de veintiuno, ¿cuántos son para tu figura?

Mi: Die [problemas de lenguaje].

I: **An**, para tu caso, del total de giros, ¿cuántos le corresponden a tu figura?

An: Tres [sonriendo].

La memoria de trabajo permitió, para el caso de retraso mental, recuperar aspectos de la situación de enseñanza, como el conteo de las frecuencias, pues a falta del algoritmo de la suma, An prestó atención a todo lo que sucedió en la actividad. El esquema visual fue un apoyo para aquella recuperación; en esta afección el esquema visual no orientó las acciones, sino que

al parecer estuvo relacionado con la memoria. *An* estableció la relación entre el número de giros de su figura [triángulo] con el total de giros realizados (véase la Figura 4).

A mostró nociones de espacio muestra y de evento imposible; respondió a la indicación “¿cómo cambiarías las ruletas de modo que tu figura [triángulo] saliera muchas, muchas veces?” sólo con dibujos de círculos y triángulos (véase la Figura 5). Sobre la composición de las ruletas, se le preguntó si en la Ruleta 1 era posible obtener un cuadrado y en la Ruleta 2 un círculo, a lo que *A* respondió “no se puede”.

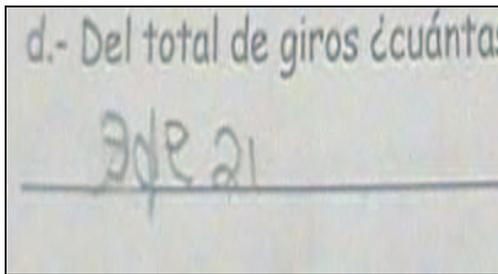


Figura 4. Respuesta escrita de la frecuencia relativa de *An*.

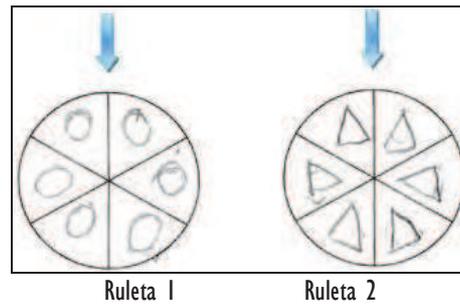


Figura 5. Composición de las ruletas de *A*.

Se obtuvo evidencia de nociones de variable aleatoria (frecuencia). En la actividad, *An* y *Mi* asignaron el numeral a la frecuencia con que se obtuvo cada figura.

- I:** ¿Cuántos giros llevamos, *An*? [Seis para el círculo, dos para el cuadrado, uno para el triángulo].
- A:** Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, ¡nueve!
- I:** ¿Cómo sabemos que el círculo lleva seis?
- An:** Seis [contando uno a uno y señala los numerales en la tabla de la hoja de control]. Uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis.
- I:** ¿Dónde está el seis? [El numeral seis].
- An:** Aquí [señala en la tabla el numeral seis].
- Mi:** ¡Qui! [Señala el numeral, no observa lo que *An* hizo].

Para *Y* y *A* parece que el “conteo” *uno a uno* compensa la ausencia de la memoria de trabajo. Es repetitivo su uso ante solicitudes de la cantidad de giros.

Tabla 3. Relaciones entre casos favorables y total de casos según *T*.

Figuras	Ruleta 1	Ruleta 2
Cuadrado	2/6	2/6
Triángulo	3/6	3/6
Círculo	1/6	1/6

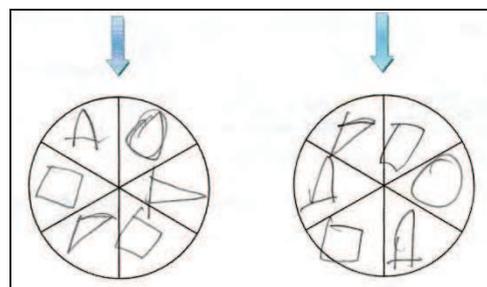


Figura 6. Composición de las ruletas de *T*.

Trastorno autista. *T* respondió a las preguntas con la intervención de la docente, quien le leía la pregunta del cuestionario y *T* respondía. También, en momentos de ausencia, *T* no advirtió todo el espacio muestra. Con la petición de “cómo cambiarías las ruletas para que cuadrado y triángulo salgan más o menos igual número de veces”, estableció las relaciones como muestra la Tabla 3 y variando la posición de las figuras (véase la Figura 6).

Para esta afección, el esquema visual funciona a manera de memoria fotográfica, de la que *T* recupera información aún después de cierto número de días. Como ejemplo, la Figura 7 ilustra una serie de dígitos alfanuméricos provenientes de la carátula de un disco compacto que *T* vio en casa y que escribió, completamente, en el pizarrón durante tres días consecutivos.



Figura 7. Cadena de letras y números reproducida por *T*.

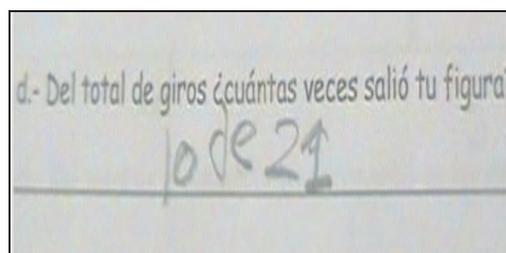


Figura 8. Respuesta escrita de la frecuencia relativa según *Mi*.

Problema de motricidad fina y del lenguaje. El caso *Mi* estableció la relación entre el número de giros correspondientes a su figura [círculo] con el total de giros realizados (véase la Figura 8); identificó los posibles resultados después de girar la ruleta y asignó el numeral a las frecuencias absolutas de cada figura. Debido a su problema de lenguaje, en sus respuestas *Mi* utilizaba expresiones mímicas. Durante la actividad se incorporaron tarjetas con palabras que él utilizaba para formar oraciones y proporcionar sus argumentos a la pregunta planteada. Según los datos obtenidos, al parecer *Mi* no tuvo dificultades con el algoritmo de la suma y tenía nociones de cantidad. Una limitante para él fue la motricidad fina, pues se le complicó asir el lápiz para la escritura de sus respuestas.

Comentarios

En este primer acercamiento identificamos que las niñas con síndrome Down otorgan mayor carga al esquema visual y a la manipulación del material concreto, de donde podrían dotar de sentido a las nociones matemáticas implicadas en las actividades. Para el caso de retraso mental, al parecer la memoria de trabajo y el *conteo* compensan el desarrollo cognitivo lento. En el caso de autismo, el esquema perceptual visual y la memoria están relacionados.

De esta forma, se obtuvo evidencia del grupo de niños de sus nociones de frecuencia, espacio muestra –como conjunto de resultados pero no como posibilidades– y variable aleatoria. Sin

embargo, no se obtuvieron datos respecto a su idea de probabilidad, por lo que es necesario aplicar actividades donde se varíen los casos favorables y todos los casos posibles, además de plantear otro tipo de situaciones aleatorias con urnas y tómbolas, por ejemplo.

Por sus respuestas, los niños aún no superan la etapa del animismo, lo que dificulta su pensamiento de lo posible; es decir, tanto en sus acciones como en sus respuestas atribuyen a “algo” el resultado del giro de la ruleta.

La interacción entre pares favoreció la comprensión de las instrucciones de la actividad y promovió la puesta en juego de la zona de desarrollo próximo (Vygotski, 1997).

También al parecer, los esquemas compensatorios en el sexto grado se han vuelto automáticos, por lo que se dificulta su discriminación. Aunque con este grado se obtuvieron algunos indicios, consideramos necesaria la inclusión de temas de probabilidad en grados anteriores para investigar su tratamiento durante el proceso de constitución de esos esquemas.

Por el momento, bajo las condiciones reales de la educación especial, conjeturamos que es viable la introducción de la probabilidad, aunque en el episodio tratado aquí la docente intervino sólo para el caso del trastorno autista, pues *T* no permitía la comunicación con el investigador debido al poco tiempo de interacción. Para futuras intervenciones se considerará el tratamiento de estocásticos con las docentes titulares para fundamentar la posible inserción de la probabilidad en educación especial.

Referencias bibliográficas

- Fischbein, E. (1975). *The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children*. Holanda: Reidel.
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics* 6(2), 187-205.
- López-Mojica, J. M. & Ojeda, A. M. (2010). Introducción a la variable aleatoria en Educación Especial. En R. Rodríguez y E. Aparicio (Eds.), *Memorias de la XIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 70-76). México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa.
- Maturana, H. (2003). *Desde la Biología a la Psicología*. Buenos Aires: Lumen.
- Ojeda, A.M. (2006). Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos. En E. Filloy (Ed), *Matemática Educativa, treinta años: una mirada fugaz, una mirada externa y comprensiva, una mirada actual* (pp. 195-214), México: Santillana-Cinvestav.
- Piaget, J. y Inhelder, B. (1951). *La Génèse de l'idée de Hasard Chez l'enfant*. París: PUF.

Secretaría de Educación Pública (2009). *Plan de Estudios del Sexto Grado de Primaria*. México.

Steinbring, H. (1991). The concept of chance in everyday teaching: aspects of a social epistemology of mathematical knowledge. *Educational Studies in Mathematics* 22(6), 503-522.

Vygotski, L. S. (1997). *Fundamentos de la Defectología. Obra Escogidas V*. España: Visor Dis.