

PRIMERAS IDEAS ARITMÉTICAS DE LA MULTIPLICACIÓN “RUSA Y EGIPCIA” EN EL SALÓN DE CLASES DE LA ESCUELA PRIMARIA

Lorena Trejo Guerrero, Marta Elena Valdemoros Álvarez
Cinvestav-IPN
loreloren@hotmail.com, mvaldemo@cinvestav.mx

México

Resumen. Este reporte parcial se integra a una extensa investigación. Aquí mostramos el resultado obtenido al utilizar situaciones de enseñanza que nos proporciona la historia de la aritmética con dos forma canónica de multiplicar similares entre sí, la “multiplicación rusa” y la “multiplicación egipcia”, pero diferentes a la forma de multiplicar. Pretendemos conducir a los alumnos a utilizar eficazmente las características de las operaciones aritméticas básicas (suma, multiplicación y división), implicadas en procedimientos algorítmicos de la multiplicación y la división, ambas referidas a los números naturales; estos logros son posibles en el marco de amplias reflexiones con los maestros, orientadas a discutir ventajas y desventajas del tipo de estrategias que utilicen ellos para abordar el tema, considerando la relación entre las formas de representar, analizar y comprender ideas matemáticas. Ponemos especial atención en el uso del lenguaje y en cómo los alumnos construyen y expresan sus argumentos, al interactuar con el maestro y sus compañeros.

Palabras clave: lenguaje, didáctica, multiplicación, maestros, alumnos

Abstract. This partial report integrates extensive research. Here we report the results obtained using teaching situations gives us the story of two canonical arithmetic multiplication similar to each other, the "Russian multiplication" and "Egyptian multiplication", but different to the way of multiplying. We intend to lead students to effectively use the features of the basic arithmetic operations (addition, multiplication and division), algorithmic procedures involved in multiplication and division, both relating to the natural numbers, these achievements are possible within the framework of broad reflections with teachers, aimed to discuss advantages and disadvantages of using such strategies to address them, considering the relationship between ways of representing, analyzing and understanding mathematical ideas. We put special attention on the use of language and how students construct and express their arguments, to interact with the teacher and peers.

Key words: language, teaching, multiplication, teachers, students

Introducción

Para fortalecer la enseñanza de la aritmética es necesario recurrir a las aportaciones de su propia historia, lo cual permitirá a los profesores conducir a los estudiantes hacia experiencias reflexivas que respalden la construcción del aprendizaje de los estudiantes de manera autónoma. Mostramos entonces el resultado obtenido al contrastar dos formas de multiplicar (la egipcia y la rusa) similares entre sí pero diferentes a nuestra habitual forma de multiplicar en la escuela primaria, con el profesor Marco y sus estudiantes de 6° grado. Para lo anterior es importante observar detenidamente la participación del profesor, lo que nos permitirá acercarnos a sus necesidades docentes.

Este reporte está inmerso en una investigación muy amplia con respecto a la enseñanza del número natural en la escuela primaria, se espera que los alumnos adquieran conocimientos y habilidades en condiciones más fáciles; para lo cual, por medio de biparticiones y duplicaciones presentamos la multiplicación egipcia y la multiplicación rusa, procurando fortalecer el

desarrollo de propuestas y materiales altamente innovadores y contribuir a la solución de problemas educativos en Matemáticas.

Planteamiento del problema

Propósito: atendiendo a la importancia que los estudiosos de la aritmética otorgan a las diversas maneras de multiplicar, tomamos los procedimientos de la multiplicación egipcia y rusa para facilitar la comprensión del algoritmo canónico usado en la escuela primaria; sometemos a análisis el lenguaje del aula, tanto entre maestro – alumnos como entre los alumnos. Nuestras preguntas de investigación quedan planteadas de la siguiente manera: 1) ¿Cómo orientar al profesor para utilizar diversas formas de multiplicar para ayudar a sus estudiantes a construir su conocimiento en el salón de clases? Y con respecto a los alumnos: 2) ¿Cómo al contrastar dos formas similares entre sí pero diferentes a nuestra forma de multiplicar, estructuran y expresan sus argumentos lógico-matemáticos?

Marco teórico

Si consideramos que el conocimiento es uno de los modos de apropiación del mundo por el hombre, el lenguaje pasa a ser el medio más importante que permite la transmisión de este conocimiento, por lo tanto, se entiende al análisis formal o discursivo, como una empresa perfectamente legítima e indispensable. Retomamos tres propuestas de análisis de Thompson (1993):

a) *Análisis conversacional*: el principio metodológico clave de este análisis es estudiar ejemplos de interacción lingüística en el ámbito real en que ocurren; poniendo una cuidadosa atención a las maneras en que dichas expresiones matemáticas se organizan y usan, con ajuste a las reglas y los dispositivos conversacionales.

b) *Análisis sintáctico*: se ocupa de la sintaxis operativa en el discurso cotidiano, es una manera informal utilizada por los maestros para acercar a los alumnos a la necesidad de usar un lenguaje convencional, al utilizar el lenguaje matemático con los significados que representa cada signo como tal.

c) *Análisis argumentativo*: nos permite reconstruir y hacer explícitos los patrones de inferencia que caracterizan al discurso, esto permite al analista separar el (*corpus*) discursivo en conjuntos de enunciados matemáticos organizados en torno a ciertos asuntos o temas, y trazar después las relaciones existentes entre estos enunciados y asuntos, en términos de ciertos operadores lógicos o cuasi lógicos (implicación, contradicción, presuposición, exclusión, etc.).

Cabe enfatizar que aprender matemáticas va más allá de aplicar algoritmos y fórmulas, de resolver muchos problemas dada determinada técnica; saber matemáticas necesariamente

implica aprender a pensar, y desarrollar capacidades de razonamiento lógico. Por ello, aquí proponemos un ambiente de trabajo donde los docentes discutan y aporten sus puntos de vista de manera colectiva, haciendo conjeturas y experimentando el proceso de hacer matemáticas, para posteriormente enseñarlas de modo integral y propositivo.

En cuanto a la importancia del uso del lenguaje en el presente trabajo de investigación, una de las ideas de que conviene destacar es “*la diferencia entre tener un dominio receptivo lingüístico que permita comprender y utilizar este bagaje en forma activa*”. Chomsky (2009, 10) Esto nos permite explicar las ambigüedades del lenguaje, porque tales ambigüedades están relacionadas con los significados (semántica), lo cual permitirá al usuario, *descubrir las regularidades profundas del lenguaje*. Por todo ello y dadas las dificultades de la enseñanza y el aprendizaje de la multiplicación, consideramos que algunas maneras diferentes de multiplicar son una buena vía de acercamiento al algoritmo canónico.

Para nuestra intervención en el aula, mediante la enseñanza de la multiplicación, adaptamos el estudio de clase japonés (Isoda, 2009) con la finalidad de aprender a mejorar la enseñanza en el salón de clases (Stigler, 1999), a partir del trabajo con los maestros participantes. Dicho estudio de clases se compone de tres momentos muy importantes: 1) Planificación de clases, 2) Presentación y 3) Discusión colectiva con los profesores; a los cuales, nosotras agregamos un cuarto momento que designamos como “Estudio de Casos”. La planificación de la clase, requiere tener en cuenta el objetivo centrado en desarrollar *habilidades y formas de pensamiento creativo*, su interés en que las clases sean agradables y que los alumnos las perciban como accesibles y tomen la iniciativa de su propio aprendizaje.

En cuanto a las habilidades de los profesores, Vergnaud (1991,11) menciona que “[...] uno de los problemas más importantes de la didáctica, es el de conocer el orden en el cual las nociones pueden ser adquiridas por el niño, teniendo en cuenta que el orden de complejidad así determinado, no puede ser más que un orden parcial, que dará lugar eventualmente al aprendizaje simultáneo de nociones relativamente independientes”. Por lo tanto, reflexionar en los resultados del contraste entre diferentes procedimientos para multiplicar, nos permite observar cómo el profesor y sus estudiantes dotan de sentido y dan significado a la multiplicación.

Otras habilidades didácticas del profesor que deben ser exploradas son nuevas y efectivas maneras de utilizar el pizarrón, para mejorar el pensamiento y la comprensión del estudiante. Retomamos seis pasos propuestos por Makoto y Fernández (2004): 1) *Llevar un registro de la lección*: Es muy útil para el profesor cuando quiere hacer referencia a algo que ocurrió en la clase. 2) *Ayudar a los estudiantes a recordar lo que tienen que hacer y pensar*: pueden hacer

referencia a lo que está en el pizarrón para poder aprender. 3) *Auxiliar a los estudiantes a ver la conexión entre diferentes partes de la lección y la progresión de la misma*: el flujo coherente les permitirá ver las conexiones lógicas entre todas las partes de la lección. 4) *Contraste y discusión de las ideas presentadas por los estudiantes*: esto les permitirá desarrollar nuevas ideas y corregir sus errores, los autores lo llaman “colectivo de reflexión” porque toda la discusión en la clase se basa en las ideas presentadas en el pizarrón. 5) *Contribuir a organizar el pensamiento de los estudiantes y descubrir nuevas ideas*: los profesores podrán centrarse en los descubrimientos de los alumnos y ayudarlos a orientarse durante la clase. 6) *Fomentar la organización de la clase, presentando la información como un modelo*; para que los estudiantes puedan tomar notas, lo que les permitirá optimizar su aprendizaje.

En cuanto a la multiplicación egipcia presentamos el procedimiento egipcio antiguo para multiplicar 14×27 (Ifrah, 2000). Se forman dos columnas, la primera de ellas comienza con el 14 y la otra con el 1. Los renglones siguientes se van formando con el doble de la cifra del renglón, hasta llegar en la segunda columna a un número tal que su doble ya sobrepasaría al otro factor, en este caso al 27.

14	1
28	2
56	4
112	8
224	16

La próxima pregunta es: ¿Qué números de la derecha son necesarios para formar el 27, vemos que la respuesta es $27 = 16 + 8 + 2 + 1$, de modo que para obtener el producto de 14 por 27 se toman (16 veces 14) + (8 veces 14) + (2 veces 14) + 14, pero estos números fueron obtenidos en la columna derecha, es decir se suman los números en la columna izquierda que están atrás de los números 16, 8, 2 y 1 de la columna derecha para obtener el resultado.

La multiplicación rusa fue usada desde hace varios siglos en dicha cultura y mantenida actualmente por diversos sectores de la sociedad rusa, Barradas (2004). Supongamos que se quiere multiplicar 14 y 27, para ello se forman las dos columnas como aparecen:

14 27

Los elementos de la primera columna se obtienen mediante duplicaciones del renglón anterior; en la segunda columna, el elemento siguiente se va obteniendo al efectuar una bipartición del numeral contenido en el renglón anterior y olvidando cualquier fracción. Las columnas se continúan con este procedimiento, hasta obtener un 1 en la columna derecha. En esta tabla, se tachan los renglones que tengan un número par en la columna de la derecha y se suman los elementos restantes en la columna izquierda.

$$\begin{array}{r}
 14 \quad 27 \\
 28 \quad 13 \\
 \hline
 56 \quad 6 \\
 112 \quad 3 \\
 \hline
 224 \quad 1 \\
 \hline
 378
 \end{array}$$

El resultado de la operación 14 por 27 es 378, cuya rectificación del resultado la realizaron los alumnos del profesor Marco con nuestra forma habitual de multiplicar.

Método de investigación

El estudio se llevó a cabo en una escuela primaria del sistema público, en el Estado de Hidalgo, en un grupo compuesto por 32 alumnos de sexto grado de primaria, con edades comprendidas entre 10 y 12 años y con 18 profesores en servicio como observadores, cuyas edades oscilan entre 28 y 50 años de edad, de los cuales se escogieron 3 para el Estudio de Casos, en ésta comunicación presentamos el caso del profesor Marco, quién presentó la clase referida a la multiplicación egipcia y rusa. El tipo de investigación que realizamos es de carácter cualitativo e interpretativo.

Los instrumentos metodológicos considerados fueron 1) Una sesión inicial de trabajo colegiado adaptada del Estudio de Clases, en donde se reflexionó acerca de las relaciones entre las operaciones aritméticas básicas utilizadas en otras maneras de multiplicar como son la multiplicación rusa y la egipcia como una vía de comparación que nos permita comprender las dificultades de la enseñanza de la multiplicación canónica. 2) Elaboramos un protocolo de observación para registrar los acontecimientos relevantes de la clase que desarrolló el profesor Marco en la cual comparó la multiplicación egipcia, la rusa y la nuestra. 3) Una sesión de discusión y evaluación colectiva, en la cual los maestros que observaron la clase del profesor Marco reflexionaron acerca de las dificultades que podrían enfrentar sus alumnos al resolver este tipo de problemas y la importancia del buen manejo de los recursos didácticos que tienen a su alcance, como el pizarrón; así como sobre las posibilidades que se abren al trabajar con formas diferentes de multiplicar y atender las dificultades que enfrenta el aprendizaje de las propiedades de la multiplicación y la importancia de procesos de generalización por parte de los profesores. 4) Realizamos dos entrevistas individuales con el profesor Marco, una antes de presentar su clase y otra posterior a la misma; en ambas cuales preguntamos acerca de sus expectativas, antes y después de la clase.

Validación de resultados

Para validar la investigación se realizaron los primeros “ensayos preliminares” de los instrumentos metodológicos, a fin de ratificar su funcionalidad. En la clase impartida por el

profesor Marco, comprobamos que la historia de la aritmética nos proporciona elementos eficaces para indagar sobre las dificultades que se enfrentan en la enseñanza-aprendizaje de la multiplicación y las propiedades de las operaciones aritméticas básicas, los consiguientes procesos de significación para construir la noción de número natural. Una vez concluida la investigación se hará triangulación de métodos y triangulación en el tiempo.

Análisis de resultados

A la presentación de la clase del profesor Marco asistieron 18 profesores en servicio y nosotros los investigadores, quienes observamos y tomamos nota bajo un protocolo previamente elaborado, en donde se puso especial interés en las habilidades didácticas que le permitan al maestro atender las necesidades reales de aprendizaje de los alumnos; esas habilidades son: la elaboración del plan de clase, la metodología utilizada, el uso efectivo del pizarrón, los recursos didácticos, la organización visual de la información, los tiempos y las participaciones de los alumnos; los observadores no interferimos en la clase, la cual fue video grabada.

La discusión y evaluación de la clase se realizó al terminar la presentación de la misma, apoyándonos en el video; durante el análisis los asistentes aportaron elementos interesantes y propuestas para mejorar la práctica docente del profesor Marco y ayudar a los estudiantes a desarrollar una comprensión profunda socializando los procedimientos de solución al contrastar dos formas de multiplicar similares entre sí (la multiplicación egipcia y la rusa), ambas diferentes a la canónica. Agregamos la importancia para el profesor Marco de ser observado por sus colegas para analizar y fortalecer su propia práctica y así mismo, conocer otros procedimientos de cálculo de la multiplicación, confirmando lo anterior por el maestro Marco quien expresó: “Yo también aprendí algo nuevo”, refiriéndose a la alternancia didáctica y al contraste de distintos procedimientos de cálculo, este aprendizaje del maestro Marco, le facilitó la explicación de los procedimientos de la multiplicación egipcia y rusa a sus estudiantes.

Con respecto a los estudiantes identificamos cinco estrategias de solución diferentes en las cuales presentaron diversos niveles de comprensión y se generó una dinámica de colaboración entre ellos. Presentamos las cinco categorías de resultados diferenciados: 1) 8/32 alumnos comprendieron el procedimiento y la diferencia entre una y otra y escribieron cómo lo realizaron. 2) 6/32 alumnos solicitaron la ayuda del maestro de manera individual. 3) 8/32 alumnos comprendieron el procedimiento y la diferencia entre los dos métodos ayudados por sus compañeros; 4) 4/32 alumnos reconocieron que se les hizo difícil y no comprendieron del

todo el procedimiento y la diferencia entre los dos métodos y 5) 6/32 alumnos no comprendieron y tampoco solicitaron ayuda.

Lo anterior permitió hacer un análisis del discurso: a) análisis conversacional, b) sintáctico y c) argumentativo al observar la interacción entre compañeros y con su profesor. Los niños mostraron entusiasmo al realizar las actividades de la clase, aunque algunos presentaron mayores dificultades que otros para comprender las instrucciones (demandaron ayuda del profesor o sus compañeros), no todos lograron descubrir las propiedades de la multiplicación y las relaciones de las operaciones aritméticas implicadas en éstas situaciones de cálculo como son duplicaciones y biparticiones.

Los estudiantes expresaron que hay que saber multiplicar (ellos hacían referencia al procedimiento canónico de la multiplicación) antes de comparar con otras formas diferentes a la que conocemos, no es tan fácil identificarlas si no se ha comprendido y comparado hasta descubrir la diferencia. Los estudiantes manifiestan las expresiones y argumentaciones que señalamos a continuación. Entre los estudiantes Eduardo argumentó: “Yo encontré la diferencia entre las tres formas de multiplicar cuando escribí los pasos para resolver cada una; y la multiplicación egipcia y rusa son más fáciles que la nuestra porque nada más escribimos el doble de un lado y dividimos a la mitad del otro lado”. Johan dijo: “Aprendí nuevas formas de multiplicar y se me hicieron más fácil estos procedimientos”.

Con la sesión de observación sistemática de la clase del profesor Marco, confirmamos que entre maestros, es importante analizar sus estrategias y de esta manera poder identificar cuáles son los procesos de significación inmersos en los diálogos desarrollados para la elaboración de nociones por parte de los estudiantes. Podemos constatar de esta manera que los profesores y alumnos son beneficiados con el uso efectivo del pizarrón lo que permitió en este caso ayudar a los estudiantes a recordar lo que tienen que hacer y pensar, el profesor pegó en la pared algunas hojas de color en donde anotó los elementos que componen el algoritmo de la multiplicación canónica (multiplicando, multiplicador y resultado), dando sentido elemental así a este procedimiento de cálculo; al hacer una extensión del pizarrón a los muros del salón de clase, el profesor Marco evitó borrar algunos ejercicios que permitían observar la conexión entre diferentes partes de la clase y la progresión de la misma; el profesor pegó en los muros dos hojas más con los pasos para resolver la multiplicación rusa y la egipcia dejando de esta manera la pizarra libre para lo que fuese necesario escribir y así organizar las ideas y fomentar la discusión entre sus alumnos lo cual nos reiteró el profesor Marco en las entrevistas.

En la entrevista individual previa a la clase el profesor Marco dijo que fue muy valiosa la ayuda de sus compañeros de equipo porque en base a ellas, organizó las actividades del plan de clase

y el tipo de materiales que utilizó en la presentación de la misma. En la entrevista individual posterior a la clase el profesor mencionó que se sintió satisfecho porque los alumnos se mostraron interesados durante el transcurso de todas las actividades planteadas, mencionó que la motivación de probar otras formas de multiplicar hace que la clase resulte enriquecedora con diversos recursos y además permite el trabajo en equipo, pues los estudiantes preguntan, trabajan y comparan sus resultados entre compañeros. Consideramos que el profesor Marco tiene una preparación afín a las actividades que desempeña pues cuenta con una Licenciatura en Pedagogía con especialidad en formación docente, con 4 años de servicio en la misma escuela y trabajando en esta ocasión por primera vez con 6° grado, notamos que estas características tienen la ventaja de permitir apertura para la incorporación de nuevas ideas al trabajo en el aula.

Conclusiones

En este reporte parcial de investigación doctoral, se muestra en el estudio de caso del profesor Marco cómo la historia de la aritmética nos proporciona al contrastar al menos dos formas de multiplicar similares entre sí y diferentes de la que generalmente se enseña en la escuela primaria, recursos sintácticos y semánticos, nos brinda procedimientos de cálculo más elementales, susceptibles de reconstrucción en el aula y favorecedoras de la transferencia de sentido hacia el algoritmo canónico de la multiplicación.

Tanto para el profesor Marco como para los maestros que participaron en la observación de la clase aquí descrita. Los beneficios del estudio de clase consistieron en el reconocimiento de ventajas logradas al contrastar diferentes procedimientos de multiplicación, como son los procedimientos egipcio y ruso, para otorgar sentido a los mismos en un nivel de cálculo elemental desde donde es posible transferir comprensión al algoritmo canónico de la multiplicación.

Referencias bibliográficas

- Barradas, I. (2004). Las matemáticas del antiguo Egipto. En: SEP Ediciones *Una mirada a la ciencia*. (Pág. 79 a 81). Guanajuato, México: Editora Estrella Burgos.
- Bruner, J. S. (2008). *Desarrollo cognitivo y educación*. México: Editorial Morata.
- Chomsky, N. (2009). *Problemas actuales en teoría lingüística. Temas teóricos de gramática generativa*. México: Siglo XXI Editores.
- Ifrah, G. (2000). *Historia universal de las cifras. La inteligencia de la humanidad contada por los números y el cálculo*. Volumen I y II. México, México: Espasa Calpe, S. A.

- Isoda, M., Arcavi, A., Mena Lorca, A. (2007). *El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas*. Valparaíso, Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Isoda, M., Olfos R. (2009) *El estudio de clases y las demandas curriculares. La Enseñanza de la Multiplicación*. Valparaíso, Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Makoto, Y., Fernández, C. (2004). *A Japanese Approach to Improving Mathematics Teaching and Learning*. Nueva Jersey, USA: Lawrence Erlbaum Associates.
- Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap. Best Ideas from the World's Teacher for Improving Education in the Classroom*. New York, USA: Free Press.
- Thompson, J. B. (2002). *Ideología y cultura moderna. Teoría crítica social en la era de la comunicación de masas*. México, México: Universidad Autónoma Metropolitana.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad*. México: Trillas.