

LA MODELACIÓN DE LA FUNCIÓN AFÍN: UNA MIRADA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

Tamara Del Valle Contreras
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Universidad Católica Silva Henríquez
tamarad.mat@gmail.com

Chile

Resumen. El concepto de función afín está presente en distintos niveles del currículum escolar chileno. Sin embargo, el tratamiento del concepto solo se remite al uso de tablas y algoritmos con poca significancia para los estudiantes. Para que el concepto de función cobre importancia y significado, se propone un diseño de situación con un enfoque Socioepistemológico, el cual se aplica a un grupo de estudiantes con el fin de que estos resignifiquen la noción de función afín por medio de un problema matemático que presenta una situación cotidiana para ellos, y cuyo propósito es promover la modelación como una práctica proveniente del argumento. Para el análisis del trabajo efectuado por los estudiantes se consideran algunos elementos de la ingeniería didáctica, y su estudio se sustenta bajo la mirada de la teoría socioepistemológica.

Finalmente, lo que se pretende en este estudio es otorgarle otro estatus a la modelación, donde deja de ser un servicio para el sistema educativo y su rol pase a ser articulado dentro del pensamiento matemático de los estudiantes.

Palabras clave: socioepistemología, modelación, graficación, resignificación

Abstract. The concept of affine function appears at different levels of the Chilean school curriculum. However, the treatment only refers to the use of tables and algorithms with little significance for students. To take importance and meaning the concept of function, is propose a design with a socioepistemological focus, which applies to a group of students with the purpose of that the notion of affine function be resignified through of a mathematical problem that presents an everyday situation for them, and whose aim is to promote modeling as a practice from the argument. For the analysis of the work done by students are considered some elements of didactic engineering, and their study is based on the look of the socioepistemological theory.

Finally, the aim in this study is to give another level to modeling, where stops being a service to the education system and its role becomes articulated within the students' mathematical thinking.

Key words: socioepistemology, modeling graphing, resignification

Introducción

El concepto de función afín trasciende en el currículum escolar chileno, ya que está presente desde los niveles básicos hasta el estudio del cálculo. Lamentablemente, este concepto se limita a ser representado a través de una fórmula y no representa aprendizajes significativos para el estudiante. Este trabajo pretende que la noción de función sea tratada desde otra perspectiva, resignificando el concepto a través de una mirada socioepistemológica, donde las prácticas sociales adquieren mayor importancia, haciendo que la modelación adquiera un estatus diferente, en el cual se le reconozca como que “es todo aquello que es utilizado para entender, predecir o intervenir el comportamiento de un fenómeno, en el cual se incluyen contextos gráficos, numéricos, algebraicos, entre otros” (García, 2007, p.3).

Antecedentes de investigación

Para resignificar la noción de función afín, es necesario analizar algunos componentes que denotan el surgimiento de la problemática en cuestión, por ende se debe entender la distinción entre la obra matemática y la matemática escolar. La primera, básicamente está abocada a producir conocimiento matemático puro, mientras que la segunda, a través de la actividad humana, busca interpretar ese conocimiento matemático para que sea significativo para la vida cotidiana. Sin embargo, la actividad humana hace que la obra matemática y la matemática escolar se vean estrechamente relacionadas, ya que la primera se transforma en un componente de la segunda por medio de las prácticas sociales. Según Suárez (2008), las prácticas que hacen de las matemáticas una herramienta para modelar, son las primordiales para construir conocimiento.

Como se mencionó anteriormente, la función afín ocupa un lugar primordial en el currículo chileno, ya que es fundamental para otros conocimientos, incluso en otras disciplinas. Sin embargo, este concepto aún se traduce a la enseñanza de una fórmula y trazados que representan su gráfica. Fabra y Deulofeu (2000), exponen que en la mayoría de los casos donde se enseñan funciones, no se plantean secuencias didácticas que evolucionen de manera paulatina el concepto, lo cual provoca que el aprendizaje no sea significativo. En consecuencia, este trabajo tiene como objetivo que un grupo de estudiantes, a través de la modelación, logren resignificar la noción de función al trabajar con una problemática que presente una situación cotidiana para ellos. Esto requiere otorgarle otro estatus a la modelación, donde deja de ser servicial al sistema educativo para que su rol sea articulado dentro del pensamiento matemático, es decir, la modelación ya no es una representación del concepto, sino que se hace parte del argumento del concepto de función como algo propio.

Se planea que la modelación como práctica social favorece el estudio de la función mediante la reconstrucción de significados. De esta manera, el concepto adquiere un nuevo sentido para los estudiantes, mejorando la funcionalidad del objeto en cuestión.

Podemos relacionar esta investigación a la realizada por García (2007). En ella se resignifica el concepto de función afín, en una experiencia de educación a distancia bajo el marco de la socioepistemología. En este estudio, se realizan 5 secuencias didácticas con la finalidad de evidenciar las herramientas y argumentos de los estudiantes. Sin embargo, esta secuencia no se presenta como comparación de mi investigación, sino que se expone como restricción y variable de control para la situación realizada a los alumnos que resignificarán el concepto de función. Así, se considerará el tipo de pregunta, la manera de preguntar y el para qué se

pregunta, lo que implica que las preguntas proporcionarán información relevante para el estudio.

Análisis histórico-epistemológico

Para comprender y trabajar de manera óptima el concepto de función, previamente, se hace necesario realizar un análisis epistemológico y social del concepto de función. En el caso del análisis histórico se recurre al trabajo de García (2007), que presenta las etapas y evoluciones del concepto (la edad antigua, media y moderna), y al trabajo de Ruiz-Higueras (1998) que da referencias sobre las concepciones de la noción de función (la función como variación, proporción, gráfica, curva, expresión analítica, correspondencia arbitraria y terna). Así también, para el caso del análisis social, se analiza el currículum escolar chileno (2010) con la finalidad de exponer el interés y la utilización del contenido. También, se realiza un análisis exhaustivo al texto de estudio que presenta el concepto de manera formal, para examinar el enfoque otorgado a éste. Cabe destacar que el análisis epistemológico y social está formulado para identificar los obstáculos epistemológicos del concepto en cuestión, y a su vez contrasta la obra matemática de la matemática escolar.

Marco teórico

La investigación se enmarca bajo la teoría socioepistemológica, ya que utiliza como fundamento a la práctica social. Esta permite la interpretación y reestructuración de los contenidos matemáticos, por ejemplo cuando se confronta a la obra matemática con la matemática escolar.

La socioepistemología estudia el reflejo de cualquier actividad humana haciendo matemática, donde la modelación y el uso de la matemática son parte del funcionamiento mental de la persona. Así, la tarea principal de esta teoría, consiste en teorizar la interpretación y reorganización los elementos técnicos, tecnológicos y teóricos de la obra matemática. En otras palabras, la matemática escolar y los conceptos matemáticos asociados adquieren significado propio, contexto, historia e intención.

Se entiende como práctica social a un grupo de supuestos socialmente compartidos, los cuales rigen a la actividad humana (García, 2007). La práctica social adopta un rol fundamental en la teoría socioepistemológica, ya que permite crear y distinguir las construcciones del conocimiento a través de la interacción profesor-alumno que se observa en el aula.

Se pretende que los contenidos matemáticos, específicamente en este caso, el de función afín, adquiera un estatus funcional, es decir, estos posean un desarrollo e integración constante en

la vida cotidiana de los estudiantes. En otras palabras, se tiene la intención de que el contenido se reformule, y como resultado se obtenga algo significativo y útil para la vida cotidiana.

La socioepistemología contempla cuatro componentes imprescindibles para la construcción del conocimiento en el aula, ellas son: la dimensión epistemológica (estudio del contenido desde su origen y funcionamiento), la dimensión didáctica (procedimientos, conceptos y actitudes seleccionadas para el trabajo del aula), la dimensión cognitiva (procesos de construcción mental de los estudiantes) y la dimensión social (significados construidos en la actividad humana). Cabe destacar que en esta última dimensión, la práctica social es el eje para la reconstrucción de significados. Así, la modelación resalta en la práctica social como una construcción original.

El desarrollo de las prácticas en el sistema educativo parte del hecho social, donde cualquier grupo humano utiliza prácticas para generar conocimientos. El desarrollo de las prácticas dependen de la organización, la cultura y de la historia de los grupos humanos. Dichas prácticas, corresponden a los aspectos y formas de la actividad humana, las cuales transforman materialmente los objetos resignificando al conocimiento. Identificadas las prácticas sociales que dan cuenta del conocimiento matemático, éstas requieren ser reinterpretadas para ser integradas al sistema didáctico, ya que se necesita la intencionalidad para que se puedan desarrollar en las condiciones del sistema. Es por ello, que se construye la situación donde la práctica se convierte en el argumento para generar el conocimiento matemático (Cordero, 2006).

Lo social reformula y amplía la visión y la perspectiva de la matemática educativa. En base a ello, es que el papel de la modelación en el conocimiento matemático es una práctica social. Existe la necesidad de modelar para entender los datos de ciertas situaciones. Entre las maneras de modelar los estudiantes grafican, realizan una descripción verbal, una tabla numérica o una fórmula. Así, dicha necesidad de construir un argumento como práctica social ha permitido generar cierto conocimiento matemático.

Tradicionalmente se entiende por modelación a una aplicación de un conocimiento matemático. Sin embargo, en la socioepistemología, la modelación corresponde a una construcción del conocimiento matemático. En otras palabras, la modelación no es un agente externo ni representativo del conocimiento, sino que se entiende como parte propia de éste.

Actualmente, con la inclusión de nuevas tecnologías, la modelación ha adquirido una importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje, a tal punto que se cuestiona lo que se entiende por conocimiento matemático. Bajo estas perspectivas, podemos establecer que el concepto de modelación es dinámico y cualitativo, porque se utiliza para ser reproducido o

para distinguirlo de otros objetos. A partir de lo anterior, es que toma relevancia el concepto de representación para definir la labor de modelación de un objeto. En la enseñanza de la matemática, el tratamiento de la modelación es considerado como una herramienta didáctica, la cual permite hacer representaciones adecuadas de un objeto matemático. En definitiva, la modelación es considerada como una aplicación matemática, donde se le encuentra significado al objeto matemático en función de su utilidad externa.

Se sabe que la matemática tiene significados distintos según la persona que la interpreta. Por un lado, el profesor contempla a la matemática como una disciplina en servicio de otras, mientras que el alumno ve a la matemática como un conocimiento utilitario en su diario vivir. En consecuencia, la modelación de la matemática desde esta perspectiva, también se interpreta de manera utilitaria, lo que aleja el carácter funcional de ésta. Para hacer utilitario el conocimiento, se debe entender a toda relación didáctica como una construcción de conocimiento, el cual este normado por la institución y lo cultural.

Lo que se quiere dar a entender es que la modelación, bajo la mirada de la socioepistemología, es más robusta que una representación o una aplicación matemática, si no que es un argumento propio del concepto.

La resignificación de un objeto matemático da cuenta de que éste posee significado propio, contexto, historia e intensión, lo que enriquece los conocimientos entre los seres humanos.

Esta noción busca hacer una distinción de origen con respecto a la idea platónica que establece la preexistencia de los objetos y procesos matemáticos y que implica considerar la unicidad de los significados. La noción de resignificación emerge, entonces, como elemento para dar cuenta de que el conocimiento tiene significados propios, contextos, historia e intensión; lo que señala la posibilidad de enriquecer el significado de los conocimientos en el marco de los grupos humanos (García, 2007, p.4).

En este contexto, toman vital importancia lo que son las concepciones de los estudiantes, las cuales valen la pena analizar, ya que ellas reflejan el estado inicial del conocimiento en un estudiante y, además, da la opción de control de la transparencia de la comunicación directa.

El concepto de función, podría ser representado a través de cuatro formas: descripción verbal, tabla numérica, gráfica o fórmula. Sin embargo, como se mencionó con anterioridad, su enseñanza se traduce al trazado de una gráfica de una expresión algebraica, lo cual carece de sentido para un estudiante. Bien podría responder de manera satisfactoria en un examen, pero su funcionalidad pasa a ser casi nula.

La investigación tiene como objetivo primordial que un grupo de estudiantes resignifiquen la noción de función afín a través de la modelación. Para cumplir con este objetivo, es necesario generar una situación que permita al alumno formular un modelo, con sentido y significado pertinente que se traduzca en un aprendizaje funcional. De esta forma, responderemos a las siguientes interrogantes ¿Cuáles son las visiones que tienen los estudiantes del objeto función? ¿Qué construcción del conocimiento alcanzan a hacer, decir y discutir con respecto a la función afín? ¿Cuál es el control que posee el alumno para relacionar la situación con los diferentes tipos de representaciones?

Puesta en escena

Para dar respuestas a dichas preguntas, se utilizará ciertos elementos de la ingeniería didáctica con la finalidad de recabar información. Esta, se constituye como una metodología de investigación, ya que apoya en los resultados científicos, controla diferentes componentes e involucra la toma de decisiones. Dentro de esta metodología de investigación se contemplan cuatro fases: análisis preliminar, concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas, la experimentación y el análisis a posteriori y evaluación. Los elementos a considerar en esta investigación se basan en una confrontación entre la hipótesis de investigación y lo que realmente hicieron los estudiantes para llegar a formular conclusiones, es decir, una confrontación entre el análisis a priori y a el análisis a posteriori, teniendo a la vista las hipótesis a investigar.

El análisis de la actividad se basa en cuatro momentos: introducción a la actividad, donde el profesor entrega los lineamientos generales del trabajo a realizar; construcción de un modelo matemático, donde los estudiantes se ven en la necesidad de crear un modelo que represente de mejor manera a la situación planteada; otorgar significado a los valores reales, donde los estudiantes analizan las opciones de representación de la situación a través de procesos, objetos y argumentos; conclusión de la actividad, donde los estudiantes usan los significados, procedimientos, procesos, objetos y argumentos, destacando la importancia de la función. El resultado de los pasos mencionados anteriormente, permitieron realizar un enriquecedor análisis que logró dar respuestas a las preguntas de investigación antes señaladas.

A través de los pasos mencionados anteriormente, se pretende que los estudiantes le otorguen un significado real a la función afín, utilizando la modelación como argumento de la construcción de conocimiento. Se pretende que este concepto sea funcional para ellos y no se considere como utilitario para ciertos momentos o determinadas situaciones cotidianas.

Es importante considerar que este trabajo aporta elementos que favorecen la noción de función afín, no solamente como una asignación entre objetos, sino que promueve la argumentación gráfica como una estrategia para la formación adecuada de los conceptos.

Una de las primeras preguntas que se intentan dilucidar en esta investigación, da cuenta de cuáles son las visiones que tienen los estudiantes respecto al objeto función. Para dar respuesta a esta pregunta es necesario realizar un estudio respecto a la visión que se posee en la actualidad dicho concepto.

En el análisis de los programas de estudio propuesto por el Ministerio de Educación Chileno para el nivel de Octavo Año Básico del año 2010, se observa que a pesar de introducir el tema de manera contextualizada, otorgándole un sentido a la relación entre variables y promoviendo de manera llamativa el tema, no se aspira a que ese inicio de unidad sea parte de la construcción de conocimientos del estudiante. En el texto se terminan facilitando formulas, proporcionando técnicas que le permiten al alumno resolver problemas, limitando a la función afín a ser, simplemente, la expresión $y = mx + n$, donde m es la pendiente y n es el coeficiente de posición.

La situación utilizada trata acerca de lo nocivo que es el consumo de cigarrillos para quienes lo hacen directa o indirectamente. Se presenta una tabla y se realizan preguntas específicas que buscan rescatar información desde los estudiantes, tales como el reconocimiento y construcción de modelos a partir de la situación. Es importante detallar cuáles fueron las construcciones de conocimiento que se logran evidenciar en la aplicación de la situación. En primer lugar, se puede especificar que los estudiantes fueron capaces de otorgarle un significado propio a los valores del modelo creado. Al mismo tiempo, hicieron funcional algunos de los conceptos, ya que fueron capaces de utilizar los significados, procedimientos, procesos-objeto y argumentos.

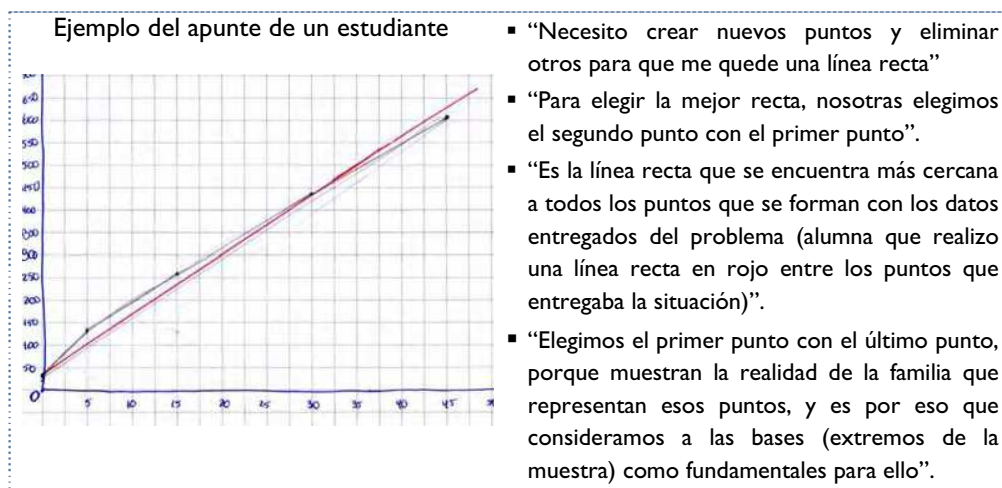
El hecho de que el profesor les pregunte a los estudiantes sobre que pasa a mayor consumo de cigarrillos diarios, qué punto es más importante que otros, qué significado tiene este valor, o simplemente, qué significado tiene la variable, propicia la creación de argumentos que favorecen la relación entre la situación, la gráfica y la expresión algebraica.

La modelación es una categoría que puede configurar una construcción de manera independiente al desarrollo del cálculo u otra área, ya que el uso de la gráfica y de la expresión algebraica surgió de manera espontánea en el desarrollo de la actividad. Por lo tanto, la gráfica representa una herramienta de análisis que proporciona información visual sobre el sentido que posee la pendiente y el coeficiente de posición. Por lo demás, los estudiantes le otorgan un nuevo uso a la gráfica, lo que evidencia una reorganización de sus conocimientos. Asimismo,

determinaron que graficar les permite predecir situaciones a futuro, modelar situaciones reales, comunicarse a través de ella, etcétera.

Los resultados de la confrontación entre lo que se pretendía que ocurriría y lo que realmente sucedió, facilitó el proceso de evidenciar la situación de modelación de la función afín, proporcionándonos valiosos elementos para reorganizar la aplicación de la actividad implementada, como por ejemplo: distribuir de mejor manera el tiempo en los cuatro momentos de la actividad; distribuir mejor la hoja donde se plantea la situación, entregando cuadros de respuesta donde el alumno plasme su desarrollo, y finalmente, explicitando al alumno que anote los procesos y argumentos empleados para dar sus respuestas, ya que éstas no siempre son captadas por el profesor.

En el análisis efectuado por los estudiantes al momento de implementar la situación (quienes trabajaron de manera grupal para construir el modelo), se reconoce la no uniformidad de los datos entregados por la tabla a través de: el cálculo de pendientes; la graficación de los puntos; la identificación de la variación de los puntos, entre otros. Por ejemplo:



En estos diálogos se puede observar diálogos entre los estudiantes, donde la gráfica toma un rol argumentativo

Conclusiones

Finalmente, se puede observar que los argumentos planteados en la situación, permiten al estudiante resignificar la noción de función mediante un nuevo uso y significado de la modelación. Esto se debe a que el estudiante es capaz de tomar decisiones, asignar significados y generar procedimientos.

El marco de la socioepistemología, provoca un cambio en la actividad matemática escolar, lo cual queda de manifiesto en este trabajo. El análisis realizado permite replantearnos la mirada

que se le está dando a la noción de función afín en la actualidad, promoviendo reflexionar sobre la práctica docente (considerando que éste es uno de los propósitos que posee su formación como matemáticos educativos) y así también, lograr que los estudiantes reflexionen sobre sus propios conocimientos.

Se espera que esta investigación sea un peldaño para que otros profesionales de la educación identifiquen y generen estrategias con el fin de propiciar la construcción de conocimientos matemáticos en sus estudiantes.

Referencias bibliográficas

- Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nella matematica scolastica. *La matematica e la sua didattica* 20, 1, 59-79.
- Fabra, M. y Deulofeu, J. (2000). Construcción de Gráficos de Funciones: Continuidad y prototipos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 3(2) 207-230.
- García, M. (2007). *Resignificando el concepto de función lineal en una experiencia a distancia*. (Tesis de maestría no publicada). Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México.
- MINEDUC. (2010). *Propuesta Ajuste Curricular: Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios. Matemática.Santiago*. Recuperado de <http://www.Mineduc.cl>
- Ruiz-Higueras, L. (1998). *La noción de función: análisis epistemológico y didáctico*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Jaén. España.
- Suárez, L. (2008). *Modelación – Graficación, una Categoría para la Matemática Escolar. Resultados de un Estudio Socioepistemológico*. Tesis de doctorado no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.