



# I CEMACYC

I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

6 al 8 noviembre. 2013

[i.cemacyc.org](http://i.cemacyc.org)

Santo Domingo, República Dominicana



## **Influencia del software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria**

Natalia **Ruiz** López

Facultad de Formación de Profesorado y Educación, Universidad Autónoma de Madrid

España

[natalia.ruiz@uam.es](mailto:natalia.ruiz@uam.es)

### **Resumen**

En esta investigación se plantean los siguientes objetivos: estudiar si mejoran las competencias geométricas y didácticas de los estudiantes de Magisterio con la utilización de GeoGebra respecto al recurso “lápiz y papel”; examinar la influencia del uso de GeoGebra en las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza; y analizar qué tipología de alumnos obtiene mejores resultados con GeoGebra en relación a su nivel de competencia digital. La metodología seguida en el estudio empírico ha sido un diseño cuasi-experimental que integra los enfoques cuantitativo y cualitativo. Se han obtenido las siguientes conclusiones: el grupo experimental ha obtenido una mejora estadísticamente significativa de sus competencias didáctico-geométricas respecto al grupo control. Además, esta mejora no está influida por el nivel previo de competencia digital de los estudiantes. Las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza mejoran en ambos grupos del postest al pretest, pero no podemos atribuirlo al uso de GeoGebra.

*Palabras clave:* GeoGebra, geometría, creencias sobre las matemáticas, formación de profesorado, software de geometría dinámica.

## **Introducción**

En España, en los últimos años, se han reformado los estudios de Magisterio en Educación Primaria para adaptarlos al Espacio Europeo de Educación Superior (EEES). Esta adaptación ha supuesto una estructuración de las enseñanzas basadas en la adquisición de competencias, básicas y específicas, y en la necesidad de un cambio metodológico que propicie esta nueva forma de aprendizaje. En la Universidad Autónoma de Madrid (UAM), algunos profesores que hemos impartido durante muchos años la materia de Geometría y su Didáctica hemos reflexionado sobre cómo realizar ese cambio, necesario para facilitar la adquisición de las competencias geométricas que tantos problemas plantea a nuestro alumnado. Este es el origen de la investigación que presentamos aquí.

Sobre las dificultades de la enseñanza de la geometría se lleva investigando mucho tiempo, pero nosotros nos hemos centrado en la contribución del software de geometría dinámica (en adelante, SGD) a la adquisición de competencias geométricas. Nuestra experiencia con esta herramienta nos ha convencido de que su utilización habitual en las clases puede beneficiar a los alumnos en varios sentidos. Los SGD permiten realizar construcciones geométricas dinámicas, en las que se puede experimentar con las figuras y comprobar las relaciones y propiedades que permanecen invariantes cuando las sometemos a movimientos. El “arrastre” de los objetos (dragging) permite realizar generalizaciones y conjeturas que pueden comprobarse más fácilmente que con otros métodos tradicionales. Además, la introducción de un SGD en la enseñanza de las matemáticas produce cambios significativos en el papel del profesor y en el conocimiento que construye el alumno, como muestran algunos estudios realizados por otros autores (Carrillo & Llamas, 2005; Laborde & Capponi, 1994; Murillo & Fortuny, 2003; Falcade, Laborde, & Mariotti, 2007; García & Arriero, 2000; Laborde, 2001; Siñeriz & Santinelli, 1999).

Muchas de las investigaciones realizadas en formación de profesorado de matemáticas se refieren exclusivamente al nivel de educación secundaria. En España las características de este profesorado son muy distintas de las de los profesores que impartirán matemáticas en el nivel de educación primaria, por eso conviene distinguir ambas poblaciones. Vamos a repasar ahora los resultados de algunos estudios llevados a cabo en este campo:

Güven y Kosa (2008) estudian el efecto que produce Cabri 3D en el desarrollo de la capacidad de visualización espacial de estudiantes de profesorado de matemáticas a partir de una intervención en un entorno de resolución de problemas. Estos alumnos partían de un nivel bajo de visualización espacial y consiguen mejorarlo sustancialmente después de trabajar con Cabri 3D, sobre todo mejoran en las tareas de visualización de rotaciones. Pandiscio (2001) realiza un estudio de casos para evaluar la percepción que tienen futuros profesores de secundaria sobre la necesidad y los beneficios de las demostraciones geométricas formales. Encuentra que los sujetos de la investigación no creen que los estudiantes de secundaria tengan necesidad de realizar una prueba formal después del uso de un SGD, aunque reconocen la diferencia entre la comprobación de una propiedad en múltiples casos y la demostración general. También Jiang (2002) ha estudiado como cambia un SGD, Geometer's Sketchpad en este caso, las concepciones que tienen futuros profesores de secundaria sobre las matemáticas y su enseñanza. Después de seguir un método constructivista de resolución de problemas geométricos, encuentra que los estudiantes mejoran su razonamiento y sus habilidades de demostración de propiedades y teoremas. De igual forma Haja (2005) investiga la competencia en resolución de problemas de cuatro futuros profesores de secundaria, cuando exploran problemas geométricos con Cabri II. Los resultados avalan que han adquirido los conocimientos adecuados de los contenidos

geométricos, que son suficientemente competentes para construir las figuras dinámicas, que pueden aplicar sus conocimientos geométricos para conjeturar y que son capaces de usar el SGD para justificar las soluciones encontradas.

Encontramos otras investigaciones sobre el uso de geometría dinámica con profesores en ejercicio, por ejemplo Scaglia (2008) utiliza un marco de investigación-acción para desarrollar un taller de GeoGebra con profesores de primaria, dentro de un curso de capacitación profesional. Se describen los factores que condicionan la gestión de la clase por parte del profesor cuando se utiliza un SGD y se analizan las actividades propuestas en el taller. La reflexión final invita a profundizar en la formación inicial y continua del profesorado, ya que el uso de SGD en la escuela no sólo cambiará las relaciones entre el aprendiz y su entorno simbólico, sino también las relaciones entre el profesor y su entorno de trabajo (Balacheff, 2000).

En cuanto a formación inicial de profesores de primaria, encontramos varias publicaciones en el seno del grupo de investigación *Aprendizaje de la Geometría* de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). El profesor Ricardo Barroso expone una investigación realizada desde el paradigma de investigación-acción donde analiza si el uso de Cabri II ayuda a la comprensión de propiedades geométricas en un entorno de resolución de problemas con futuros maestros de Primaria. Se detiene en la elección de los problemas que deben cumplir varias condiciones: que se resuelvan realizando una construcción (no un dibujo), que el enunciado sea sencillo aunque con aspectos novedosos para los resolutores, que se puedan elaborar distintas estrategias de resolución y que permitan desarrollar aspectos importantes del análisis geométrico como la descomposición, recomposición, síntesis geométrica, comprobación inductiva, etc. (Barroso, 2003; Barroso, 2004)

Vemos que aunque no hay muchos estudios referentes a la formación inicial del profesorado de Primaria, pueden extrapolarse algunas conclusiones de los realizados con futuros profesores de secundaria. Aunque debemos tener cuidado porque, como ya hemos dicho, la formación inicial del profesorado en ambas etapas es muy diferente en España: mientras que los profesores de secundaria reciben una formación muy intensa en contenidos matemáticos, los futuros maestros tienen una formación mucho más limitada en conocimientos disciplinares y en cambio desarrollan los didácticos (generales y específicos) de forma más extensa que los profesores de secundaria. Por lo tanto, creemos que nuestra investigación es relevante y puede aportar información sobre aspectos relacionados con la adquisición de competencias didáctico-geométricas y el uso de SGD en estudiantes de magisterio (Ruiz-López, 2012).

### **Metodología**

El problema que se pretende abordar es cómo interviene el software de geometría dinámica GeoGebra en el desarrollo de competencias geométricas y didácticas en la formación inicial del profesorado de Primaria. Para ello nos hemos planteado los siguientes objetivos:

1. Identificar las competencias geométricas que deben desarrollarse durante la formación inicial del profesorado de Educación Primaria.
2. Analizar cuáles de estas competencias pueden mejorar con el uso de GeoGebra.
3. Diseñar una investigación que permita estudiar si mejoran las competencias geométricas y didácticas con la utilización de GeoGebra respecto al recurso “lápiz y papel”.

4 *Influencia del software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado...*

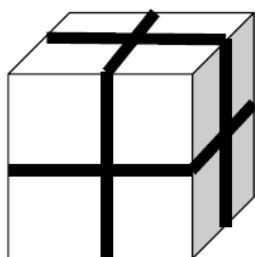
4. Examinar la influencia del uso de GeoGebra en las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza de los estudiantes de Magisterio.
5. Analizar qué tipología de alumnos obtiene mejores resultados con GeoGebra en relación a su nivel de competencia digital.

Hemos estructurado la investigación, de forma clásica, dividida en dos partes: la primera corresponde al estudio teórico que nos ha permitido responder a los dos primeros objetivos planteados.

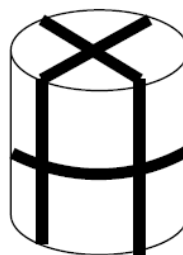
Como marco teórico se ha utilizado el estudio TEDS-M<sup>1</sup> (*Teacher Education Study in Mathematics*) que supone la primera comparativa internacional sobre adquisición de competencias matemáticas y análisis de creencias sobre las matemáticas y su enseñanza entre futuros profesores. Este estudio nos ha servido de base para la realización de las pruebas que hemos utilizado en nuestra investigación cuantitativa. Se ha usado un cuestionario formado por 9 ítems de conocimientos didáctico-geométricos y 31 ítems de creencias sobre las matemáticas y su enseñanza, liberados de TEDS-M. En la Figura 1 podemos observar los ítems 6 y 7 de la parte didáctico-geométrica.

Además, la teoría de la instrumentación (Verillon & Rabardel, 1995) nos ha servido de marco teórico para el análisis cualitativo que hemos realizado en el estudio de casos.

- 6- Dos cajas de regalo se atan con una cinta como muestra la figura. La caja A es un cubo de 10 cm de lado. La caja B es un cilindro con diámetro y altura de 10 cm cada uno.



A



B

¿Qué caja necesita una cinta más larga? Explica cómo has llegado a tu respuesta.

- 7- Cuando el profesor H. enseña a sus alumnos por primera vez la medida de longitudes, empieza pidiendo a los niños que midan la anchura de su libro usando primero clips y luego lápices.

Escribe **DOS** razones que expliquen por qué prefiere este método en vez de enseñarles directamente a usar una regla.

Figura 1. Ejemplos de ítems didáctico-geométricos liberados del estudio TEDS-M

<sup>1</sup> La presentación pública oficial del TEDS-M se encuentra en <http://teds.educ.msu.edu>. La página de TEDS-M España es <http://www.ugr.es/~tedsm/>

### **Estudio cuantitativo**

La segunda parte de la tesis aborda el estudio empírico mediante el cual se diseña, primeramente, la investigación (objetivo 3) y se analizan los objetivos 4 y 5. Estos objetivos pueden formularse como problemas de investigación en los siguientes términos:

P1- ¿La utilización de GeoGebra favorece el desarrollo de competencias geométricas y didácticas en el alumnado del Grado de Magisterio de Ed. Primaria con respecto al recurso “lápiz y papel”?

P2- ¿Favorece el uso de GeoGebra el cambio de creencias sobre las matemáticas y su enseñanza en el alumnado del Grado de Magisterio de Ed. Primaria con respecto al recurso “lápiz y papel”?

P3- ¿Cómo afecta al desarrollo de competencias geométricas y didácticas, mediado con GeoGebra, el nivel de competencia digital del alumnado?

El estudio realizado para responder a estas preguntas ha consistido en un diseño quasi-experimental pretest-postest con grupo de control no equivalente (muestreo disponible con grupos ya formados). Se han elegido, dentro de la población de estudiantes de 2º curso del grado de Magisterio en Educación Primaria de la UAM, dos grupos a los que se asignó aleatoriamente ser el grupo experimental y el grupo control. La muestra participante en la investigación ha estado formada por 100 alumnos (51 en el grupo experimental y 49 en el control).

En el grupo experimental se ha realizado una evaluación previa para realizar categorías según su nivel de desarrollo en competencias geométrica (pretest) y digital. Se han utilizado instrumentos de evaluación estandarizados (TEDS-M) para medir la competencia geométrica y otros ad hoc para medir la competencia digital.

La intervención sobre el grupo control ha sido análoga a la del grupo experimental, salvo por el uso del software GeoGebra. Mientras que los estudiantes del grupo experimental resolvían problemas de geometría con este SGD, los alumnos del grupo control los realizaban utilizando el recurso tradicional lápiz-papel. Además, la profesora ha sido la misma para ambos grupos, con intención de controlar esta variable, y todos los estudiantes han realizado idénticas actividades y pruebas de evaluación.

El Taller de GeoGebra (Ruiz-López, 2013) se realizó de octubre a diciembre de 2010, dentro del horario oficial de clases, en sesiones semanales de 90 minutos desarrolladas en el aula de informática. Se ha trabajado en parejas estables y se han realizado 14 prácticas de resolución de problemas de geometría y medida.

**Resultados obtenidos.** Para analizar los datos obtenidos en el estudio cuantitativo se ha realizado un análisis estadístico descriptivo de la variable Mejora Total, que es la diferencia de puntuaciones para cada alumno en la prueba de competencias geométricas y didácticas entre el postest y el pretest, y la variable Mejora CR, que es la mejora en la prueba de creencias sobre las matemáticas y su enseñanza. Para estas dos variables hemos estudiado las tablas de frecuencias, los estadísticos descriptivos (media, mediana, moda, desviación típica, asimetría, curtosis y percentiles), diagramas de caja e histogramas con ajuste normal, para el grupo experimental y el grupo control. También hemos realizado un análisis descriptivo de la normalidad. Además, hemos realizado un estudio descriptivo más exhaustivo de cada ítem de la prueba de competencias geométricas y didácticas.

## 6 Influencia del software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado...

En el análisis estadístico inferencial de P1 y P2 decidimos utilizar dos ANCOVA, considerando como covariable la medida del pretest de cada una de las variables dependientes. Para ello utilizamos el paquete estadístico SPSS 17.0, eligiendo el Modelo Lineal General (MLG) Univariante. Además, se realizó el MLG de Medidas Repetidas con cada variable dependiente para comprobar los resultados obtenidos en el ANCOVA. Los gráficos de perfil (figuras 2 y 3) nos permiten comparar los grupos experimental y control y analizar las interacciones.

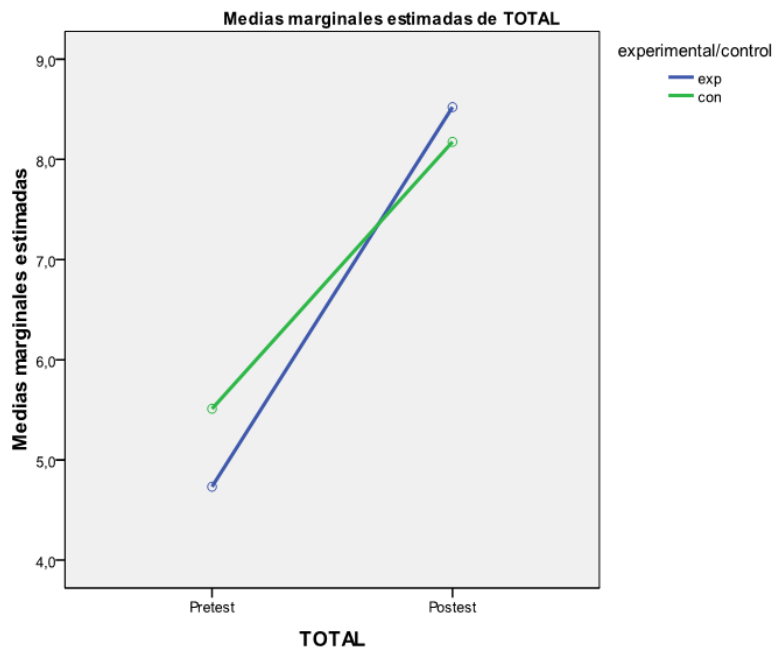


Figura 2. Gráfico de perfil del problema P1

Analizando los resultados para el problema P1, obtenemos que hay diferencias significativas entre el pretest y el postest en ambos grupos ( $\text{sig} = 0.000$ ). Además, hay diferencias significativas según el grupo, experimental o control ( $\text{sig} = 0.037 < 0.05$ ). Por lo tanto, podemos concluir afirmando que *la utilización de GeoGebra favorece el desarrollo de competencias geométricas y didácticas en el alumnado del Grado de Magisterio de Ed. Primaria, frente al recurso lápiz-papel.*

Si realizamos el ANCOVA a la variable CR para responder a la pregunta formulada en P2, vemos que hay diferencias significativas entre los resultados del postest y del pretest ( $p\text{-valor } 0.000 < 0.05$ ), pero independientemente del grupo ( $\text{sig} = 0.421$ ). Por lo tanto, la respuesta a este problema de investigación es que *el uso de GeoGebra no favorece significativamente el cambio de creencias sobre las matemáticas y su enseñanza en el alumnado del Grado de Magisterio de Ed. Primaria, con respecto al recurso lápiz-papel.*

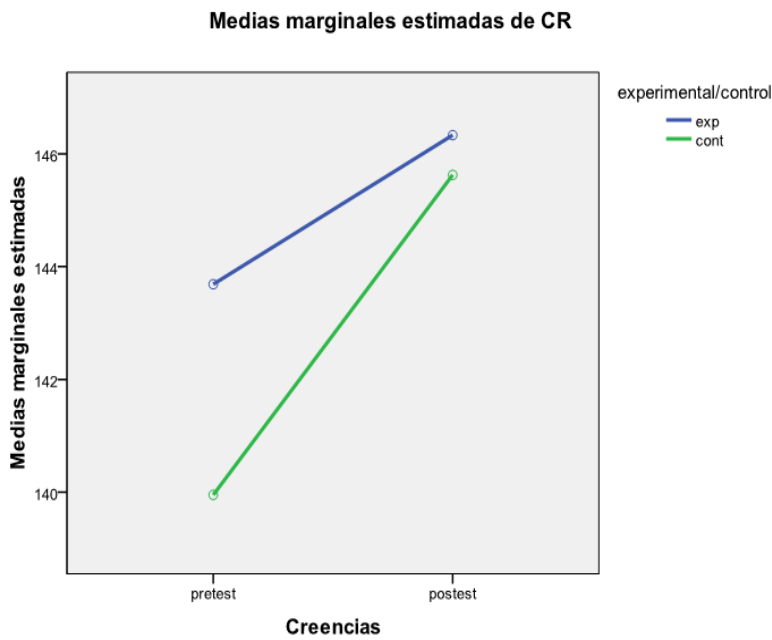


Figura 3. Gráfico de perfil del problema P2

Para responder al problema secundario P3, se realizó un ANCOVA considerando como factor el nivel previo de competencia digital de los alumnos del grupo experimental: alto y medio. En la Figura 4 podemos observar el comportamiento medio de ambos grupos y su evolución desde el pretest al postest.

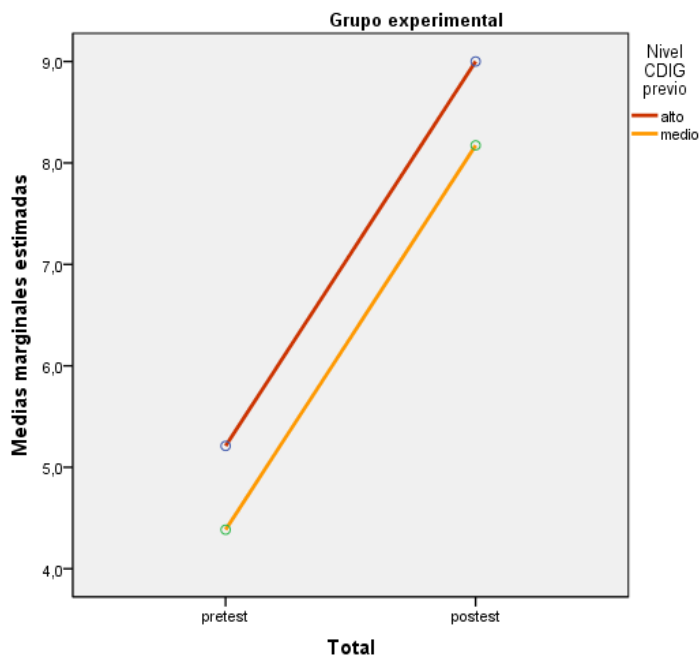


Figura 4. Gráfico de perfil del problema secundario P3

Analizando la variable Total, obtenemos que hay diferencias significativas entre el pretest y el postest,  $\text{sig} = 0.000$ . Sin embargo, no hay diferencias significativas según el nivel de competencia digital previo ( $\text{sig}=0.490 > 0.05$ ). Esto nos permite afirmar que *el nivel de competencia digital del alumnado no influye significativamente en su desarrollo de competencias geométricas y didácticas, mediado por GeoGebra*.

### Estudio cualitativo

Para apoyar y dar más significado a estos resultados cuantitativos, se ha realizado además un estudio de casos. Las parejas participantes se han elegido teniendo en cuenta los niveles previos de competencia geométrica y de competencia digital de los dos miembros de la pareja. Las cuatro parejas elegidas para este estudio realizaron una prueba que consistió en la resolución de un problema de construcción de figuras, conjetura e investigación. En la Figura 5 vemos el enunciado del problema planteado y una posible construcción realizada con GeoGebra.

1. Utilizando la herramienta de GeoGebra "polígono regular", construíd un cuadrado de color azul. ¿Podéis inscribir dentro de él otro cuadrado (rojo)? (Debe tener los vértices en cada uno de los lados del cuadrado azul).

2. ¿Hay más cuadrados que pueden inscribirse dentro del cuadrado azul de la actividad anterior?

Realizad las construcciones anotando todos los pasos que habéis seguido (incluso los que habéis borrado).

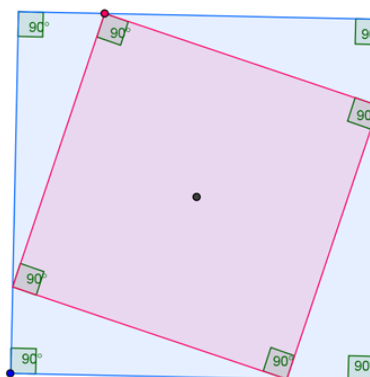


Figura 5. Problema del estudio de casos y posible construcción para resolverlo

Los instrumentos de recogida de datos utilizados fueron:

- El protocolo de construcción de las figuras obtenido del archivo de GeoGebra de cada pareja
- El auto-protocolo escrito de cada pareja con el proceso de resolución del problema
- Las grabaciones en vídeo de las interacciones entre la pareja y la profesora

Toda esta información se integró en un registro que permite reconstruir el proceso de resolución del problema seguido por cada pareja (ver Figura 6).

El análisis se realizó bajo una perspectiva interpretativa en la que se tuvieron en cuenta diversos aspectos cognitivos y procedimentales. Los resultados se han recogido en tablas donde se caracterizan las técnicas utilizadas, los tipos de arrastre, los obstáculos encontrados, las interacciones entre los miembros de la pareja y de éstos con la profesora y el nivel de propiedad del lenguaje geométrico utilizado en los auto-protocolos escritos. A partir de estas tablas se ha analizado el proceso de génesis instrumental llevado a cabo en cada caso objeto de estudio, interpretando los resultados mediante los criterios que nos ofrece la teoría de la instrumentación que nos sirve de marco teórico.



Sesión estudio de casos. Pareja 25: Helena y Lorena

Helena maneja el ordenador y Lorena lee el enunciado. Empiezan la construcción:

H: ¿polígono regular?

L: Sí, azul

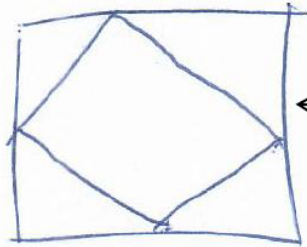
H: vale

L: ¿podéis inscribir dentro de él otro cuadrado rojo? Yo me supongo que será...

H: ¿quieres una hoja?

L: si éste es el cuadrado, que sea así (Lorena hace un dibujo en una hoja de papel)

Comentarios de la investigadora (negro)



Dibujos realizados por las alumnas en papel

Diálogos entre las estudiantes (azul)

H: yo también lo pienso. Para esto lo que yo hice en una práctica fue hallar los puntos medios de cada lado y...

L: y hacer segmentos

H: y hacer... ¡no!..., claro

L: luego unir segmentos...

H: bueno, no sé si hacer segmentos o hacer también como esto de 4 para que te quede junto, ¿me entiendes?

L: sí, que en vez de hacer segmentos, como tenemos los puntos, hacer un polígono regular

H: claro

L: pues venga, vamos

H: tienes que escribirlo

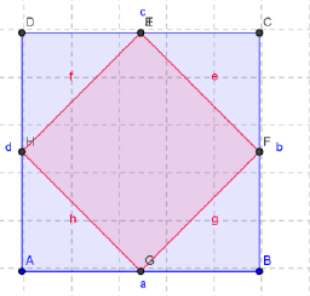
L: ¿qué pongo?

H: pues pon lo que hemos dicho

Helena va realizando la construcción en silencio, mientras Lorena escribe el auto-protocolo:

1. Para hallar el cuadrado inscrito, vamos a hallar el punto medio de cada lado del cuadrado y luego crear un cuadrado con la herramienta "polígono regular"

Narración de las alumnas del procedimiento de resolución (rojo)



Construcciones de GeoGebra de las estudiantes (imágenes)

Figura 6. Fragmento del registro de la pareja número 25

## Conclusiones

Después de realizar el análisis de los datos del estudio cuantitativo podemos concluir que los estudiantes participantes en la investigación han mejorado sus competencias geométricas y didácticas significativamente, por lo que el proceso formativo llevado a cabo en la intervención realizada con los dos grupos (experimental y control) ha resultado eficaz. Además, hemos visto como los alumnos del grupo experimental han mejorado de forma estadísticamente significativa respecto a los alumnos que no han empleado GeoGebra en la resolución de problemas geométricos, a pesar de haber utilizado como instrumento de medida una prueba de lápiz y papel (que a priori favorecería a los estudiantes del grupo control). En todos los ítems de la prueba de conocimientos didáctico-geométricos, el porcentaje de alumnos del grupo experimental que han obtenido mejores resultados en el postest respecto del pretest es mayor que el porcentaje de alumnos del grupo control.

Respecto al segundo problema de investigación, hemos visto que las creencias sobre las matemáticas y su enseñanza mejoran en ambos grupos del pretest al postest, pero no podemos explicar esta mejora por el uso de GeoGebra. En este caso debemos seguir estudiando qué factor es el más influyente en el cambio de creencias.

En cuanto al tercer problema planteado, podemos decir que la mejora en las competencias didáctico-geométricas de los alumnos del grupo experimental no está influida por su nivel previo de competencia digital. Es decir, GeoGebra es una herramienta útil para el desarrollo de estas competencias en todo tipo de alumnado, incluido el que no tiene grandes conocimientos tecnológicos. Esto puede explicarse por el carácter intuitivo del software y porque la intervención llevada a cabo con él ha sido suficiente para llegar a convertirse en un verdadero instrumento para los alumnos (en el sentido de la teoría de la instrumentación).

Otras conclusiones obtenidas a partir del estudio de casos y de las opiniones recogidas a través de una encuesta sobre GeoGebra se pueden resumir del siguiente modo:

La conducta de los sujetos en el proceso de resolución del problema muestra que hay un intento deliberado de utilización de conocimientos geométricos trabajados previamente, pero que no tienen acotado el campo de validez o utilidad de dichos conocimientos. Una implicación didáctica inmediata de este hecho es la necesidad de trabajar las tareas matemáticas no como ejercicios aislados, sino como sistemas de tareas que cubran el amplio campo de problemas donde surge y es de aplicación el objeto matemático a desarrollar.

Hemos detectado dos tipos de obstáculos en la resolución de la tarea: técnicos y geométricos. Para superar los obstáculos técnicos sólo se necesita un trabajo con GeoGebra continuo y prolongado en el tiempo. En cuanto a los geométricos, creemos que algunos errores pueden deberse al uso inadecuado de algunos términos (no tienen un buen nivel de desarrollo del lenguaje geométrico) que les induce a elegir herramientas de GeoGebra inapropiadas. Además, algunos alumnos muestran tener un conocimiento ostensivo de las figuras geométricas (las definen por su forma y su dibujo en el plano) y parecen olvidar alguna de sus propiedades. Es muy interesante observar cierta tendencia de los sujetos a considerar que GeoGebra, como instrumento de trabajo, les va a resolver la tarea directamente. Por eso es importante plantear problemas donde los estudiantes deban poner en juego sus conocimientos geométricos.

En el estudio de casos hemos visto que las parejas heterogéneas se han repartido los roles: casi

siempre una persona se encargaba del manejo del SGD mientras la otra asumía la redacción del auto-protocolo, aunque en algún caso se iban intercambiando. La colaboración entre los miembros de la pareja ha resultado fundamental para conseguir llegar al final del proceso. Además, el papel de la profesora ha sido determinante en la parte de generalización del problema y en la elección de las técnicas y procedimientos seguidos por los integrantes del estudio.

Los estudiantes reconocen que GeoGebra a veces les resulta difícil de usar pero que, a cambio, les ayuda a “ver mejor”. Añaden que es más fácil comprobar el resultado con GeoGebra que con lápiz y papel. Además, opinan que es un buen recurso para la enseñanza de la geometría en Primaria.

### **Aportaciones de la investigación**

A modo de resumen, creemos que este estudio puede ayudar a los profesionales de la formación de profesorado para integrar en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la geometría un software de geometría dinámica como GeoGebra. Además:

- El proceso formativo puede servir de modelo para otras asignaturas de la misma titulación.
- Aporta más resultados al estudio internacional TEDS-M.
- Muestra que el uso de GeoGebra mejora la adquisición de competencias didáctico-geométricas en todo tipo de alumnado, sin importar su nivel de competencia digital.
- Desarrolla una metodología útil para el análisis de procesos de resolución de problemas con SGD (estudio de casos).

### **Referencias y Bibliografía**

- Balacheff, N. (2000). Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: Complejidad didáctica y expectativas. In N. Gorgorió, J. Deulofeu & A. Bishop (Eds.), *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 93-108). Barcelona: Graó.
- Barroso, R. (2003). Elección de cuatro problemas geométricos para una investigación sobre la comprensión de propiedades geométricas. Una justificación. *Investigación En Educación Matemática : Actas del VII Simposio De La SEIEM*, Granada. 139-152.
- Barroso, R. (2004). Estado actual de la investigación sobre el "estudio sobre la influencia del software de geometría dinámica en la visualización y descubrimiento de propiedades geométricas". *Actas Del VIII Simposio De La SEIEM*, La Coruña. (8) 1-9.
- Carrillo, A., & Llamas, I. (2005). *Cabri Géomètre II plus una aventura en el mundo de la geometría*. Madrid: Ra-Ma.
- Falcade, R., Laborde, C., & Mariotti, M. A. (2007). Approaching functions: Cabri tools as instruments of semiotic mediation. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 317-333.
- García, I., & Arriero, C. (2000). Una experiencia con Cabri: Las curvas cónicas. *Suma*, (34), 73-80.

12 *Influencia del software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado...*

- Haja, S. (2005). Investigating the problem solving competency of pre service teachers in dynamic geometry environment. *29 Th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Melbourne, Australia. 3, 81-87.
- Jiang, Z. (2002). Developing preservice teachers' mathematical reasoning and proof abilities in the geometer's sketchpad environment. *Proceedings of the Annual Meeting [of the] North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Columbus, Ohio. 717-729.
- Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 283-317.
- Laborde, C., & Capponi, B. (1994). Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique del Mathématiques*, 14(12), 165-210.
- Murillo, J., & Fortuny, J. M. (2003). Interactividad en la red con actividades Cabri. *Contextos Educativos*, 6-7, 295-315.
- Ruiz-López, N. (2012). *Análisis del desarrollo de competencias geométricas y didácticas mediante el software de geometría dinámica GeoGebra en la formación inicial del profesorado de primaria*. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Madrid, Madrid.
- Ruiz-López, N. (2013). Uso integrado de moodle y GeoGebra en la enseñanza de la geometría. *Contexto & Educaçao*, 88. (en prensa)
- Scaglia, S. (2008). Una propuesta de capacitación docente basada en el uso de un software de geometría dinámica. *Revista Electrónica De Investigación En Educación En Ciencias*, 3(1), 35-50.
- Siñeriz, L., & Santinelli, R. (1999). El uso didáctico del Cabri: Implicaciones. *Suma*, (30), 97-102.
- Verillon, P., & Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), 77-101.