



I CEMACYC

I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

6 al 8 noviembre. 2013

i.cemacyc.org

Santo Domingo, República Dominicana



Producción de conocimiento geométrico a través de la visualización de construcciones con doblado de papel

Zaida Margot **Santa** Ramírez

Facultad de Educación, Universidad de Antioquia

Colombia

zsanta@ayura.udea.edu.co – zsanta@gmail.com

Carlos Mario **Jaramillo** López

Instituto de Matemáticas, Universidad de Antioquia

Colombia

camaja59@gmail.com

Resumen

El presente artículo¹ es resultado de una investigación en curso la cual, a través de un estudio de casos, aborda la manera como la visualización de construcciones con doblado de papel media la producción de conocimiento geométrico en un colectivo pensante de maestros en formación y en ejercicio; por lo tanto, el constructo teórico que fundamenta este estudio, es *Humans-with-media* de Borba & Villarreal (2005). De esta manera, el doblado de papel se convierte en una propuesta alternativa para este colectivo de maestros, pues aporta al desarrollo del conocimiento matemático, desde el mejoramiento de la conceptualización de la Geometría, a través de las interacciones entre personas y medios.

Palabras clave: doblado de papel, producción de conocimiento, Geometría, formación de maestros, *Humans-with-media*.

¹Este artículo se deriva del estudio: *Producción de conocimiento geométrico en un colectivo con doblado de papel*, que actualmente se lleva cabo en el marco del programa de Doctorado en Educación, línea de Educación Matemática, de la Universidad de Antioquia.

Introducción

Desde el año 2003, el Grupo de Investigación Educación Matemática e Historia (EDUMATH) se ha preocupado por fundamentar tanto las bases de la Geometría del doblado de papel como su incidencia en el aula. Para lograr estos propósitos, algunos de sus investigadores han participado en eventos locales, regionales y nacionales, con el propósito de socializar experiencias relacionadas con el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría, aprovechando las oportunidades que brinda el doblado de papel, como medio para construir conocimiento geométrico. Es importante mencionar que el planteamiento de este estudio emerge de los talleres desarrollados con maestros en formación o maestros en ejercicio quienes, de acuerdo a las experiencias vividas en el transcurso de los mismos, manifiestan su interés en proponer alternativas metodológicas que permiten la construcción y comprensión de conceptos geométricos, usando este medio.

Por lo tanto, una de las conjeturas inmediatas que ha surgido del trabajo con docentes y que actualmente viene siendo motivo de estudio del Grupo de Investigación, es la afirmación que un colectivo de maestros puede producir conocimiento geométrico usando el doblado de papel como medio. En este sentido, se pretende dar un paso adelante para intentar mostrar, con algunos casos concretos, que este medio es una alternativa para la producción de conocimiento geométrico, cuando es usado por un colectivo pensante de seres humanos (maestros en formación o en ejercicio). De esta manera, el estudio pretende consolidar una propuesta que aporte a la formación inicial o continuada de maestros, considerando las interacciones entre este colectivo y el doblado de papel.

Por consiguiente, el planteamiento del problema contempla algunas reflexiones sobre la Geometría del doblado de papel y, de acuerdo con la revisión de literatura relacionada con esta temática, se detectan ciertas dificultades en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría. El marco teórico asumido en este estudio, aborda algunas ideas del constructo teórico *Humans-with-media* (Borba & Villarreal, 2005), puesto que se ha observado en las experiencias con maestros, que la producción de conocimiento se puede generar en un colectivo pensante de seres humanos con medios, en este caso, un colectivo de maestros en formación o maestros en ejercicio con doblado de papel; cabe anotar que esta producción está mediada por la visualización de construcciones hechas mediante el doblado. Finalmente, la metodología pretende mostrar y analizar un episodio en el que un grupo de maestros produce conocimiento geométrico alrededor de los Axiomas de Huzita – Hatori.

Planteamiento del problema

Antecedentes

Se ha observado que con una hoja de papel, un grupo de estudiantes o maestros puede hacer construcciones tan precisas como las elaboradas con regla y compás; también, puede experimentar, visualizar, formular conjeturas, justificar procedimientos, comprender conceptos e, incluso, hacer demostraciones.

Al respecto, Santa y Jaramillo (2010) afirman que:

...el doblado de papel se ha venido consolidando como una alternativa para mejorar el razonamiento en el área de la Geometría, debido principalmente a su carácter visual y experimental, que le permite al estudiante no sólo manipular una hoja de papel para hacer unos dobleces determinados, sino también para visualizar algunos conceptos geométricos, además,

justificar de manera formal las construcciones elaboradas, usando un sistema axiomático (p. 340).

A nivel internacional, encontramos muchos autores que también justifican el uso del doblado de papel en la construcción y comprensión de conceptos geométricos. Geretschläger (1995), por ejemplo, afirma que:

La conexión entre Geometría y origami se hace muy notoria y muy obvia. Para muchas personas, el origami termina convirtiéndose en un simple arte, mientras que para otras (como el educador alemán Friedrich Fröebel) el origami se puede utilizar para enseñar formas elementales geométricas (p. 357).

En la misma línea, Royo (2002), concluye que: “El ejercicio de doblar papel se puede usar con fines pedagógicos para estudiar e ilustrar la Geometría elemental plana. La clave radica en interpretar geoméricamente qué se está haciendo cuando se dobla el papel” (p. 186).

Por otro lado, en el año 1989 el ítal japonés Humiaki Huzita presentó en el Primer Encuentro Internacional de Origami, Ciencia y Tecnología 6 axiomas para la Geometría del doblado de papel (Huzita, 1989). Estos axiomas, llamados Axiomas de Huzita, se relacionan con conceptos básicos de Geometría euclidiana y algunos de ellos, con problemas del cálculo diferencial o Geometría analítica. Posteriormente, el japonés Koshiro Hatori (2003, citado por Lang, 1996 – 2003) presentó un séptimo axioma y desde ese momento, los axiomas recibieron el nombre de Axiomas de Huzita – Hatori.

Teniendo en cuenta su traducción original, estos axiomas se enuncian de la siguiente manera:

Axioma 1: “Dados dos puntos P_1 y P_2 , se puede hacer un doblar que pasa a través de ellos” (Lang, 1996 – 2003, p. 38).

Axioma 2: “Dados dos puntos P_1 y P_2 , se puede hacer un doblar que lleva a P_1 sobre P_2 ” (p. 38).

Axioma 3: “Dadas dos líneas l_1 y l_2 , se puede hacer un doblar que pone a l_1 sobre l_2 ” (p. 38).

Axioma 4: “Dado un punto P_1 y una línea l_1 , se puede hacer un doblar que pone a l_1 sobre sí misma y pasa por P_1 ” (p. 38).

Axioma 5: “Dados dos puntos P_1 y P_2 y una línea l_1 , se puede hacer un doblar que pone a P_1 sobre l_1 y pasa por P_2 ” (p. 38).

Axioma 6: “Dados dos puntos P_1 y P_2 y dos líneas l_1 y l_2 , se puede hacer un doblar que pone a P_1 sobre l_1 y a P_2 sobre l_2 ” (p. 38).

Axioma 7: “Dados un punto P_1 y dos líneas l_1 y l_2 , se puede hacer un doblar perpendicular a l_2 que ponga el punto P_1 sobre la línea l_1 ” (p. 39).

Como se dijo en párrafos anteriores, las ponencias y talleres desarrollados en encuentros locales, regionales y nacionales, con maestros y maestros en formación, ha permitido pensar en la posibilidad de utilizar los axiomas de Huzita – Hatori en la orientación de determinadas actividades, como un medio que le posibilite a un colectivo de personas producir conocimiento geométrico en estrecha relación con dicha axiomática. Aunque, es importante mencionar que autores como Santa (2011), llegaron a la conclusión que: “los estudiantes logran la comprensión

de muchos conceptos geométricos con base en la visualización de construcciones que se pueden hacer de manera fácil y divertida, mediante el doblado de papel” (p. 275).

Sin embargo, en dicho estudio, Santa (2011) se centró solo en la descripción de la comprensión individual del concepto de elipse como lugar geométrico, en los estudiantes del grado décimo de una Institución Educativa pública de la ciudad de Medellín. Esta autora infirió que esa comprensión dependía notablemente de las interacciones del estudiante, con la Geometría del doblado de papel y con la investigadora. En esta línea, parecía que la producción de conocimiento, en particular conocimiento geométrico, se daba mediante la interacción de un colectivo de seres humanos con un medio determinado, que era el doblado de papel; pero dicha inferencia no fue objeto de estudio en esa investigación y, en ese entonces, pasó a un segundo plano.

Considerando las ideas anteriores, se pretende mostrar con este estudio, cómo un colectivo de maestros produjo conocimiento geométrico a través de actividades basadas en la Geometría del doblado de papel y en su axiomática. De esta manera, se espera exponer que esta herramienta se convierte en un medio que posibilita la producción de conocimiento geométrico, en las interacciones que se dan al interior del correspondiente colectivo pensante de maestros, lo que puede permitir, a su vez, el diseño de propuestas novedosas que impacten los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Pregunta de investigación

La Geometría es uno de los componentes de las matemáticas más importante en el currículo escolar debido, en primer lugar, a que puede posibilitar procesos de visualización, argumentación y formalización y, en segundo lugar, porque debería ser la más cercana a los contextos de los estudiantes. De hecho, el ICMI (1994) también lo considera de este modo, cuando afirma que la Geometría es una herramienta para “comprender, describir e interactuar con el espacio en el que vivimos” (Citado por Barrantes, 2002, p. 348) y enfatiza que es la parte de las matemáticas más “intuitiva, concreta y más relacionada” (p. 348) con la realidad de los educandos.

De acuerdo a lo anterior, tales ideas deberían ser aprovechadas para potenciar verdaderos procesos de aprendizaje en los estudiantes. Sin embargo, en la actualidad, son usados en detrimento de la misma, dado que normalmente, la Geometría se ha usado solo como “terreno natural para la introducción de la deducción” (MEN, 2004, p. 8). Es decir, lo que se ha percibido en las aulas de clase colombianas, tanto de bachillerato como universitarias, es el uso de una Geometría formal, que se ha focalizado en la “mera” demostración y validación de conjeturas y en el uso de fórmulas, sin alcanzar una auténtica comprensión de las mismas. Al respecto, Martínez y otros (1989) exponen que la Geometría escolar se ha centrado en el aprendizaje memorístico de conceptos, fórmulas o teoremas y ha eliminado de forma temprana la intuición, que es la primera y principal herramienta de acceso al conocimiento geométrico (Citados por Barrantes, 2002)

Pero los obstáculos no solamente radican en mostrar la Geometría como un cuerpo formalizado de conocimientos en las aulas de clase de colegios o universidades. Por otro lado, también están las dificultades que tienen los maestros en formación o maestros en ejercicio, sobre esta rama de las matemáticas. Estos problemas, habitualmente, tienen que ver con el escaso conocimiento de la disciplina, pues se observa que muchos maestros exhiben grandes falencias en la comprensión de conceptos geométricos.

En esta misma perspectiva, nuestra experiencia docente a nivel universitario, en especial en un Seminario Complementario, del Programa de Maestría en Regiones de una universidad pública de Antioquia, nos ha mostrado que algunos maestros de las regiones desconocen, por ejemplo, los conceptos relacionados con los lugares geométricos. En este sentido, Aballe (2000), en su estudio, demuestra que una proporción importante de futuros maestros o maestros en ejercicio “tienen considerables lagunas en la construcción de los conceptos matemáticos elementales y en las herramientas matemáticas de aplicación” (Citado por Barrantes, 2002, p. 23).

Para solventar las dificultades mencionadas en párrafos anteriores, las cuales son, por un lado, considerar la Geometría como un cuerpo formal de conocimientos y, por otro, la poca comprensión de conceptos geométricos por parte de maestros en formación o maestros en ejercicio, surge entonces el doblado de papel como una estrategia que podría aportar a la solución de dichas situaciones. De hecho, puede mejorar el proceso de razonamiento en Geometría, es decir, le puede permitir al maestro en formación o maestro en ejercicio, dentro de un colectivo: hacer construcciones, verificarlas, visualizarlas, lanzar conjeturas, discutir las, analizarlas y finalmente, probarlas. En otras palabras, la visualización de construcciones hechas mediante el doblado, puede posibilitar la producción de conocimiento geométrico en un colectivo de maestros. Pero, para ello, es indispensable describir y analizar cómo se produce ese conocimiento en ese colectivo, con ese medio específico.

De esta manera, con el estudio se pretende responder a la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo un colectivo de maestros en formación produce conocimiento geométrico mediado por la visualización y la interacción con la geometría del doblado de papel?

Marco teórico

Constructo teórico “*Humans-with-media*”

“*Humans-with-media*” o *Humanos-con-medios* es un constructo teórico desarrollado por Borba & Villarreal (2005) en el que se discute de qué manera el conocimiento matemático es el resultado de una construcción hecha por un grupo de personas pensantes con determinados medios, es decir, “un colectivo pensante de *humanos-con-medios*” (Villa-Ochoa & Ruiz, 2010, p. 517).

Estos autores señalan que “los medios empleados para comunicar, representar y para producir ideas matemáticas condicionan el tipo de matemáticas que son construidas y el tipo de pensamiento a ser desarrollado en esos procesos” (Villa-Ochoa & Ruiz, 2010, p. 517). En este sentido, “la tecnología y los artefactos deben ser vistos en interrelación con los seres humanos, de dicha interrelación depende la manera en que producimos conocimiento” (p. 517). De la misma forma sucede con los conocimientos geométricos. De acuerdo con las experiencias personales y grupales, mediadas por diferentes herramientas (materiales o simbólicas), se pueden producir diversos niveles de sofisticación del conocimiento, que son indispensables para resolver problemas o interpretar hechos (MEN, 2004).

De este modo, se pretende mostrar que la visualización y la interacción con la Geometría del doblado de papel, median la producción de conocimiento geométrico en un colectivo de maestros en formación. Es decir, en un primer momento, estos pueden hacer experimentaciones a través de la construcción de figuras con diferentes dobleces; posteriormente, la visualización e

interacción sobre estas figuras elaboradas, puede permitir la afirmación de conjeturas visuales, las cuales pueden ser interpretadas, analizadas y debatidas en un colectivo, con el ánimo de llegar a una primera validación mediante una prueba visual, lo que podría convertirse en un razonamiento formal en el momento en el que el grupo llegue a su consenso.

Visualización

Borba & Villarreal (2005) consideran que la visualización es una forma de razonamiento de la investigación en matemáticas y, en particular, en Educación Matemática. Ellos presentan dos niveles en los que la visualización se puede considerar: el primero, “asociado a su uso en la prueba matemática formal” (p. 86) y, el segundo, “relacionado con su uso en otras actividades matemáticas tales como la elaboración de conjeturas, la solución de problemas o los intentos de explicar algunos resultados matemáticos a colegas o estudiantes” (p. 86). De acuerdo con estos autores y en la línea de Hanna (2000), se puntualiza que en el primer caso, “las representaciones visuales no son aceptadas como parte de una prueba formal, sino como acompañantes heurísticos para la prueba, inspirando un teorema o su demostración” (Borba & Villarreal, 2005, p. 86) y, en el segundo caso, la visualización se toma más como “un recurso periférico o uno pedagógico” (p. 86). Por lo tanto, todavía se encuentra en discusión si la visualización hace parte o no de una demostración matemática rigurosa, pese a que es fundamental para la Educación Matemática.

De igual manera, la visualización se considera importante por las siguientes razones:

...constituye una forma alternativa de acceder al conocimiento matemático; la comprensión de los conceptos matemáticos requiere múltiples representaciones y la representación visual puede transformar la comprensión de sí mismo; la visualización es parte de la actividad matemática y una manera de resolver problemas... (Borba & Villarreal, 2005, p. 96).

Teniendo en cuenta las ideas anteriores, la Geometría del doblado de papel se podría convertir en un medio que posibilite que un grupo de estudiantes logre procesos de visualización en las construcciones geométricas y, de esta manera, producir conocimiento. Desde esta perspectiva, el doblado de papel le permite al estudiante pasar de un proceso inicial de observar y tocar la figura, a un proceso más complejo, donde puede deducir propiedades de las figuras, relacionarlas, clasificarlas y llegar incluso, a producir conocimiento.

Aunque en el doblado de papel no es posible el “arrastre” y el “desplazamiento” de figuras, sí es posible hacer ciertas modificaciones en la construcción y se pueden hacer traslaciones, observar tanto al anverso como al reverso de la hoja e interactuar con “puntos” y dobleces. Con esta herramienta, se pueden generar procesos de visualización que, según Clements & Battista (1992), “integra los procesos por medio de los cuales se obtienen conclusiones, a partir de las representaciones de los objetos bidimensionales o tridimensionales y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones y manipulaciones” (citado por MEN, 2004, p. 10).

Metodología

Método

El estudio propuesto está orientado bajo un paradigma de corte cualitativo, porque las actividades se propusieron y se analizaron de acuerdo con el contexto del colectivo de maestros.

En este sentido, se considera fundamental tener presente la historicidad de los docentes y su aspecto subjetivo de la realidad, para poder llegar a describir sus interacciones dentro de un colectivo con doblado de papel. De acuerdo con este paradigma, el tipo de estudio es un “estudio de casos” múltiple (Hernández, Fernández & Baptista, 2006) de un colectivo de maestros en formación.

Puede indicarse que esta investigación se fundamenta en un proceso inductivo, en el que se pretende “explorar y describir, y luego generar perspectivas teóricas” (Hernández, Fernández & Baptista, 2006, p. 8). En este sentido, la información se recolecta a través de observaciones, entrevistas, revisiones documentales, discusiones en grupo, interacción e introspección con grupos o colectivos, evaluaciones de experiencias, entre otras.

Participantes

En la experiencia que se mostrará a continuación, participaron tres estudiantes (maestros en ejercicio de instituciones educativas de Apartadó o Turbo) de un Seminario Complementario, en el marco del programa de Maestría en Educación en regiones, de una universidad del departamento de Antioquia. Ellos hicieron parte de un colectivo que razona alrededor de los conceptos geométricos asociados con los axiomas de Huzita – Hatori. Los seudónimos que vamos a utilizar para referirnos a estos estudiantes de maestría y, a su vez, maestros en formación y ejercicio, son: Hugo, Paco y Luis. Para efectos del análisis, sólo se les dirá estudiantes.

Experiencia de un colectivo de maestros

La profesora del seminario menciona uno por uno los axiomas de Huzita – Hatori, los estudiantes hacen los dobleces respectivos y establecen algunas conclusiones, a partir del análisis y las interacciones que se dan dentro del grupo. En el siguiente apartado se muestra un episodio, en forma de diálogo, que surgió del trabajo con el axioma 2.

Axioma 2: *Dados dos puntos P_1 y P_2 , se puede hacer un doblez que lleva a P_1 sobre P_2* (Lang, 1996 – 2003, p. 38).

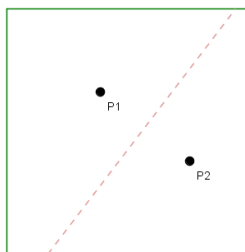


Figura 1: Dobleces resultante consecuencia del axioma 2.

Profesora: ¿Con cuál concepto geométrico se relaciona este axioma?

Después de que los estudiantes hacen la construcción, afirman:

Luis: Hummm... Cuando llevo un punto sobre el otro, se genera un doblez... Que parece perpendicular al segmento formado por los puntos P_1 y P_2 .

Profesora: ¿Y cómo demostramos que es perpendicular?

Luis: Si utilizamos una regla, tal vez lo podríamos corroborar.

Hugo: Pero sin regla, ¿cómo lo demostraríamos?

Paco: Con otra hoja de papel, ya que sus bordes son rectos y forman ángulos de 90° .

Profesora: Es cierto, pero ¿no habrá alguna manera de demostrarlo?

Paco: Ya sé... Miren, se puede percibir que en el vértice donde se generó el dobléz, hay un ángulo de 360° . Si hago el dobléz P_1P_2 , ese ángulo queda dividido en cuatro ángulos iguales. Es decir, cuatro ángulos rectos.

Profesora: Buenas conclusiones. Ese dobléz es perpendicular al segmento P_1P_2 . ¿Pasará el dobléz por el punto medio de dicho segmento?

Estudiantes: Claro...

Luis: Sí, profe, de hecho si hago el dobléz que pasa por los puntos P_1 y P_2 y nombro M al punto de intersección entre el dobléz que surgió de llevar P_1 sobre P_2 y el dobléz P_1P_2 , noto que P_1M es congruente con P_2M . Incluso, se puede mostrar con la misma hoja. Mire, los segmentos son iguales, “casan”.

Paco: Luis tiene razón.

Profesora: ¿Cuál es el concepto asociado?

Hugo: ¿Es un eje de simetría?

Paco: Podría ser.

Profesora: Es cierto, pero este axioma está asociado con un concepto particular.

Luis: ¿Es una mediatriz? Es perpendicular al segmento y pasa por su punto medio.

Profesora: Ok, muy bien. ¿Es la mediatriz un lugar geométrico?

Estudiantes: ¿Un qué?

Profesora: Un lugar geométrico. ¿Saben el concepto de lugar geométrico?

Paco: No conocemos qué es un lugar geométrico.

Profesora: ¿No? Es el conjunto de puntos que cumplen con una determinada propiedad. En este caso, ¿qué propiedad cumplirán los puntos para pertenecer a la mediatriz?

Los estudiantes reflexionan sobre el asunto, pero no logran establecer la propiedad.

Profesora: Si se ubica un punto cualquiera sobre la mediatriz, ¿qué se puede afirmar de ese punto?

Hugo: Forma un triángulo con los puntos P_1 y P_2 .

Profesora: ¿Qué tipo de triángulo?

Hugo: Isósceles. Se puede mostrar al hacer el dobléz que permite llevar P_1 sobre P_2 , que estas distancias (mostrándolas en la hoja) son iguales.

Profesora: Otra vez, ¿qué propiedad cumplirán los puntos para pertenecer a la mediatriz?

Luis: Pues que todos los puntos que conforman la mediatriz estarían a la misma distancia de los puntos P_1 y P_2 , ¿verdad?

Paco: Hummm... Si... Que todos los puntos equidistan de los extremos del segmento.

Profesora: Correcto. Hugo, ¿podrías decirnos entonces la definición de mediatriz como lugar geométrico?

Hugo: profe, no sabíamos que la mediatriz o la bisectriz se definieran como lugares geométricos. En este caso, yo diría: “la mediatriz es el lugar geométrico de todos los puntos del plano que equidistan de los extremos del segmento, en este caso de los puntos P_1 y P_2 ”.

Paco: Sí, profe, nosotros pensábamos que la mediatriz y la bisectriz eran solo líneas notables del triángulo y así se las enseñábamos a los estudiantes.

Luis: Voy a pensar una actividad, utilizando el doblado de papel, para que mis estudiantes puedan comprender estos conceptos como lugares geométricos.

Análisis

En este caso, se notó que los estudiantes desconocían algunos conceptos geométricos. Esta situación se podría entender, quizás, porque en su paso por el pregrado no hubo una buena profundización en dichas temáticas o porque son conceptos que normalmente se dejan olvidados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría escolar. También se puede considerar que, en muchos casos, se da una segmentación de las temáticas al momento de llevarlas al aula de clase, lo que podría ser una causa de las dificultades en la comprensión de dichos conceptos. De hecho, lo anterior se evidencia cuando alguno de los estudiantes afirma: “*Sí, profe, nosotros pensábamos que la mediatriz y la bisectriz eran solo líneas notables del triángulo y así se las enseñábamos a los estudiantes*”.

El estudio de este episodio permite corroborar la afirmación de Aballe (2000, citado por Barrantes, 2002): que los maestros en formación o maestros en ejercicio presentan lagunas en la construcción de conceptos matemáticos, en este caso específico, de conceptos geométricos. Esto se comprobó cuando uno de los estudiantes mencionó: “*No conocemos qué es un lugar geométrico*”. Sin embargo, el éxito de la experiencia vivida por los estudiantes, radica en que ellos pudieron tomar conciencia de sus dificultades para la comprensión de dichos conceptos. Y con base en dicha reflexión y, la construcción hecha mediante el doblado de papel, el diálogo, las interacciones y el análisis grupal, se generó la producción del conocimiento al desarrollar y consensuar los conceptos.

También es importante mencionar que, los maestros reflexionaron sobre sus prácticas pedagógicas y notaron que pueden contribuir con su mejoramiento, al generar estrategias metodológicas que involucren el doblado de papel como medio para facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría. Este hecho, se evidenció cuando uno de los estudiantes manifestó: “*Voy a pensar una actividad, utilizando el doblado de papel, para que mis estudiantes puedan comprender estos conceptos como lugares geométricos*”.

Resultados y conclusiones

Considerando la primera experiencia vivida con los maestros en formación, se pudo constatar que en las situaciones planteadas, las interacciones del colectivo de estudiantes con el doblado de papel y con la profesora del seminario, facilitaron la generación de discusiones, que al ser analizadas y consensuadas, posibilitaron la producción de conocimiento geométrico. En ese sentido, las actividades propuestas al colectivo llevaron a los estudiantes a plantear algunas conjeturas visuales y, del mismo modo, a que pudieran corroborarlas o falsearlas, lo que finalmente conllevó a generar un ambiente de colaboración y de construcción social del conocimiento.

Por lo tanto, la realización de la construcción mediante el doblado y, su revisión, análisis y discusión en un colectivo, les permite a los maestros en formación: observar; comparar y ordenar propiedades y construcciones; proponer y demostrar conjeturas visuales; lograr clasificaciones lógicas; hacer representaciones; retener y recuperar información; interpretar geoméricamente lo que hace cuando se realiza algún proceso; hacer inferencias y transferencias de las construcciones hechas para lograr abstracciones y, finalmente, evaluar sus conocimientos. Todos estos aspectos contribuyen al proceso de producción de conocimiento geométrico del colectivo de maestros.

El análisis de las situaciones permite inferir, inicialmente, que las discusiones alrededor de construcciones hechas con doblado de papel en un colectivo de maestros en formación, posibilitan la comprensión de conceptos geométricos y una reflexión sobre la práctica pedagógica misma, al pensar en el doblado de papel como un medio que permite el mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría, porque facilita procesos de visualización, experimentación y argumentación.

Referencias bibliográficas

- Barrantes, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la Geometría escolar y su enseñanza – aprendizaje*. Tesis doctoral. España: Universidad de Extremadura.
- Borba, M. & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of Mathematical Thinking*. New York: Springer.
- Geretschläger, R. (1995). Euclidean Constructions and the Geometry of Origami. *Mathematics Magazine*, (5), 357 – 371.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw Hill.
- Huzita, H. (1989). Axiomatic development of origami geometry. En: *Proceedings of the First International Meeting of Origami Science and Technology*, 143 – 158.
- Lang, R. (1996 – 2003). *Origami and Geometric Constructions*. Recuperado el 4 de Junio de 2006, de: http://www.langorigami.com/science/hha/origami_constructions.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (2004). *Serie Documentos: Pensamiento geométrico y Tecnologías Computacionales*. Bogotá: Enlace Editores Ltda.
- Royo, J. (2002). Matemáticas y papiroflexia. *Sigma: Revista de Matemáticas*, (21), 175 – 192.
- Santa, Z. & Jaramillo, C. (2010). Aplicaciones de la Geometría del doblado de papel a las secciones cónicas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (31). Recuperado el 15 de septiembre de 2010, de: http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php?option=com_content&task=view&id=169&Itemid=1
- Santa, Z. (2011). *La elipse como lugar geométrico a través de la Geometría del doblado de papel en el contexto de Van Hiele*. Trabajo de investigación para optar al título de Magíster en Educación. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Villa-Ochoa J. & Ruiz M. (2010). Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de nociones variacionales. En: *Revista Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, 12(3), 514 – 528.