# PROPUESTA DE ACTIVIDADES SOBRE FUNCIONES EN UN ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE. ANÁLISIS DE SU IMPLEMENTACIÓN

Daniela Müller, Adriana Engler, Silvia Vrancken
Facultad de Ciencias Agrarias. Universidad Nacional del Litoral Argentina
dmuller@fca.unl.edu.ar, aengler@fca.unl.edu.ar, svrancke@fca.unl.edu.ar

**Resumen.** La introducción de recursos tecnológicos en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la Matemática, han generado nuevas posibilidades para mejorarlos y enriquecerlos.

Funciones es uno de los temas que componen la asignatura Matemática I en primer año de Ingeniería Agronómica. Para este tema, considerando los conceptos básicos, clasificaciones y las funciones escalares algebraicas y trascendentes, se diseñó una experiencia que combinó actividades presenciales con otras virtuales. La misma se implementó con 26 alumnos.

En este trabajo se presentan, las distintas actividades virtuales propuestas, junto a los resultados generados en la implementación de algunas de ellas. Se analizan las respuestas emitidas por los alumnos y las principales características de sus producciones, que contribuyen a la reflexión sobre lo actuado.

**Palabras clave**: entorno virtual, actividades, funciones

**Abstract.** The introduction of technological resources in the teaching and learning of mathematics, have opened new possibilities to improve and enrich them. Functions are one of the issues that make up the course Mathematics I in first year of Agricultural Engineering. For this topic, considering the basic concepts, classifications and algebraic and transcendental scalar functions, we designed an experience that combined classroom activities with other virtual activities. It was implemented with 26 students.

In this paper we present, different proposals virtual activities and the results generated in the implementation of some of them. We analyze the answers of the students and the main features of their productions, which contribute to reflection on our actions.

**Key words**: virtual environment, activities, functions

## Introducción

La Matemática resulta una barrera difícil de superar para los alumnos que deben enfrentarla en el primer año de su carrera universitaria. En general, representa una "asignatura-problema" dado que alrededor de ella se genera mucho temor, producto de numerosos fracasos, de incomprensión de lo estudiado, de no hallar el sentido de su aplicación, de los rendimientos relativamente bajos.

Muchos de los alumnos ingresantes a Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional del Litoral de Argentina, presentan dificultades para abordar distintos tipos de textos, evidencian carencia de estrategias de aprendizaje que los conduzcan a consolidar contenidos procedimentales, es decir procesos que les permitan realizar análisis, establecer relaciones, comparaciones, interpretaciones, fundamentaciones, argumentaciones y ejemplificaciones, entre otras. También se observa en ellos, una escasa transferencia de conocimientos a nuevas situaciones y una marcada disociación entre los conceptos teóricos y las aplicaciones prácticas. Todo esto se refleja en resultados poco satisfactorios en evaluaciones parciales y finales que constituyen un aspecto negativo que, en muchos casos, los conduce a abandonar o a adoptar una actitud de mínimo esfuerzo o de rechazo hacia la matemática.

## Marco de referencia

La creciente introducción de recursos tecnológicos en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la Matemática, han generado nuevas posibilidades para mejorarlos y enriquecerlos. Integrar recursos virtuales a los procesos en los que las actividades presenciales se mantienen de manera significativa, permite, entre otros aspectos, mejorar el acceso a los contenidos y a sus distintas representaciones. Esto puede complementarse con guías de estudio y diversas propuestas de actividades (Sigalés, 2004). En aquellas asignaturas donde el libro de texto sigue siendo la herramienta básica de aprendizaje, como ocurre en nuestro caso, debemos tener presente que las actividades que planteemos utilizando cualquier recurso virtual, debe constituir un complemento didáctico al estudio y un apoyo a los procesos de enseñanza y de aprendizaje a través de las distintas herramientas y materiales disponibles.

Moreno (2002), establece que cuando se utiliza la tecnología en el ámbito educativo, no es la tecnología en sí misma el objeto central de interés, sino el pensamiento matemático que pueden desarrollar los alumnos bajo la mediación de dicha tecnología. En este sentido, Coll (2004), expresa que la "novedad" educativa que ofrecen las nuevas tecnologías a los docentes y alumnos no son los recursos aislados que incluyen. A partir de la integración de los mismos resulta que puede crearse un nuevo entorno de aprendizaje, con condiciones inéditas para operar la información y transformarla.

A partir de esto, consideramos necesaria la creación de un escenario para el aprendizaje donde la interacción con el alumno se encontrara mediada por propuestas de enseñanza que, con diferentes materiales educativos y utilizando las nuevas tecnologías, propicie la adquisición y construcción del conocimiento de manera flexible y autónoma. Es decir, brindando la posibilidad de que para algunas actividades, el alumno seleccione la forma, el tiempo y lugar de su aprendizaje, teniendo la posibilidad de tomar decisiones sobre el mismo. Para esto fue preciso reflexionar acerca del uso adecuado de estos espacios en contextos concretos y procesos específicos de enseñanza y de aprendizaje, de manera adecuada a las necesidades de aprendizaje de los alumnos hacia quienes estaba dirigido, para dar soporte a los procesos cognitivos de ellos, a la interacción social entre los participantes o a la interrelación entre ambos procesos.

## Métodos e instrumentos

Para los alumnos que presentaron las dificultades mencionadas y que no lograron aprobar Matemática I en el primer semestre del primer año de la carrera Ingeniería Agronómica de la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad Nacional del Litoral, se diseñó e implementó otro escenario educativo. De los dos bloques temáticos que conforman el contenido de Matemática I, Funciones y Álgebra, sólo para el de Funciones, se planificó una experiencia que combinó actividades presenciales con otras virtuales. En el desarrollo de las mismas se trató que resultaran variadas, de diferente complejidad y que abundaran en contenido, con el fin de enriquecer sus posibilidades y de promover la reflexión sobre lo aprendido.

Las actividades virtuales elegidas fueron *guías de resolución de actividades*, *foros de reflexión*, como un espacio de comunicación asincrónica, y *cuestionarios* de autoevaluación. Estos últimos se diseñaron con preguntas de opción múltiple a las que se les agregó un mensaje de estímulo en el caso de que la respuesta seleccionada hubiera sido correcta, o el concepto o procedimiento que deberían revisar, en caso de que fuera incorrecta.

La experiencia se realizó en el segundo semestre de 2009, durante ocho semanas con 26 alumnos utilizando la plataforma de la universidad (http://entornovirtual.unl.edu.ar).

En este trabajo se presentan las distintas actividades virtuales propuestas a los alumnos de nivel universitario, un breve análisis de las mismas y los resultados generados de su implementación. Se analizan las respuestas emitidas por ellos y las principales características de sus producciones, que contribuyen a la reflexión sobre lo actuado.

## Resultados

Por razones de extensión se presentan sólo algunas de las actividades, un breve análisis de las mismas y de las respuestas dadas por los alumnos.

### Guías de actividades

Las guías de actividades se redactaron con el propósito de que, a partir de todo lo revisado y trabajado en las clases presenciales, los alumnos se enfrentaran a la resolución de distintos ejercicios y problemas que integraran los contenidos de la semana. También, se esperaba que adquirieran destrezas en la presentación de documentos con contenido matemático. En la presentación de las mismas se les sugería que las resolvieran utilizando cualquier editor de textos, cuidando el uso de la notación matemática, realizando las gráficas correspondientes y finalmente, dentro del plazo estipulado, subir el archivo a la plataforma. También podían responderlas de manera manuscrita y entregarlas personalmente.

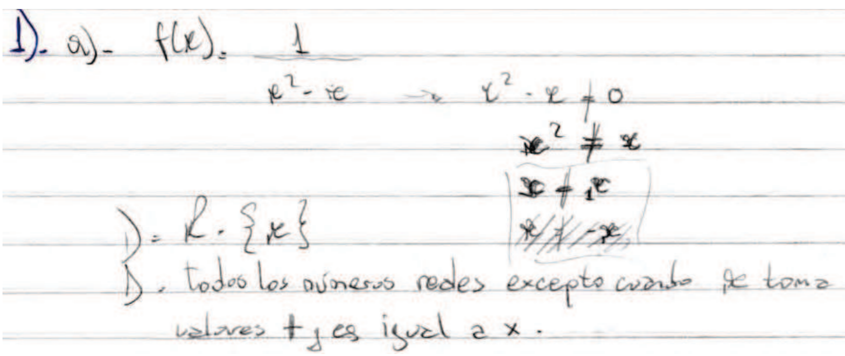
A continuación se presentan las respuestas más significativas a una de las actividades propuestas:

**1)** Determine el dominio de $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - x}$

Respuesta esperada: **a)** D □ R – {0, 1}

- Respuestas obtenidas al ítem **a)**:
  - *El dominio son todos los R.*
  - *Dominio: R - [± 1]*
  - *R - {1}*
  - $Df\colon \{x/x \in \mathbb{R} \wedge x \neq 1 \wedge x \neq 0\}$
  - *El dominio de esta función son, el conjunto de todos los reales menos el 1 y el 0 ya que cualquiera de ellos anularía el denominador.*
  - *el dominio es* $\{R - \{\pm 1\}$

Uno de los trabajos presentados de manera escrita muestra el siguiente procedimiento:


1). a)- $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - x} \to x^2 - x \neq 0$

$x^2 \neq x$

$x \neq 1x$

D= $R - \{x\}$

D. todos los números reales excepto cuando se toma valores +, y es igual a x.

Imagen 1

Las producciones de los alumnos posibilitan observar, básicamente, sus procedimientos y detectar errores y dificultades en la comprensión de consignas o del tema en cuestión.

En el ejemplo presentado, se observaron no solo errores conceptuales, sino que también dificultades en la notación y utilización de la simbología matemática. Frente a ellos, fue importante realizar intervenciones oportunas que contribuyeran a corregir concepciones erróneas.

Cada semana se habilitó en la plataforma, un archivo en el que figuraba la resolución completa de la guía de actividades resuelta la semana anterior. El propósito fue que los alumnos, al consultarlo, realizaran una autoevaluación de sus producciones. Cualquier duda que surgiera de la confrontación entre ambas resoluciones, podían manifestarla en la sesión presencial o en el foro de consultas habilitado para tal fin. De la información estadística que se obtiene en la plataforma, las actividades resueltas la primera semana fueron consultadas por veintiún alumnos (80,77%). En las semanas siguientes, esta cantidad fue disminuyendo, determinándose la última semana sólo 7 consultas (27%).

Foros de reflexión

Cada semana se propuso un foro que contemplara alguna situación diferente a las trabajadas en otros contextos, que permitiera abordar algunas cuestiones específicas del contenido matemático y que contribuyeran al intercambio de ideas y de opiniones. El objetivo fue encontrar un espacio de reflexión compartida que, promoviera el encuentro y la comunicación alrededor de un mismo tema.

De los textos correspondientes a las intervenciones de los participantes se analizó a quién se dirigían y cómo éstas se construyen. Lo primero tiene relación con determinar si la intervención responde a algún tipo de interacción para lo cual se consideró apropiado determinar el destinatario de la intervención: el docente, los compañeros del grupo u otro participante en general cuya identidad no quedaba explícita. Las dos primeras responden a un contexto de interacción mientras que la tercera no. El segundo aspecto se relaciona con los elementos sobre los cuales se construye el contenido de la intervención, es decir si la misma se realiza sobre la base de de argumentos personales o a partir de las participaciones anteriores de otros participantes.

La participación en los foros de las tres primeras semanas fue del 100%. Luego fue disminuyendo paulatinamente, hasta llegar a un 50% de participación en el último.

La mayoría de las intervenciones en las distintas semanas, fueron de carácter personal, es decir construidas sobre la base de argumentos propios. Solo en el foro de la segunda semana se observó el mayor número de intervenciones relacionadas con otras participaciones anteriores. Las mismas no se limitaron simplemente a presentar una respuesta, sino que retoman o corrigen lo escrito por otros. Algunos pasajes sobre la primera de las preguntas de ese foro, fueron los siguientes:

**Foro: Para pensar … 2**

**1)** Si una función cualquiera $f(x)$: $[a, b] \rightarrow R$ es creciente, ¿cuántas intersecciones *con el eje x* puede tener en ese intervalo?

- *Si se trata de una función lineal va a tener una sola intersección con el eje x, y si se trata de una función cuadrática, tendrá dos intersecciones. (Ayelén)*
- *Si la gráfica de una función es creciente corta una sola vez al eje x. (Mauro)*
- *Una función creciente puede tener una, o ninguna intersección con el eje x. En el caso que la función sea cuadrática un tramo de la función es creciente y otro decreciente, por eso puede tener 2 intersecciones con el eje x, y como solo hablamos del intervalo creciente, solo puede tener una o ninguna intersección con en eje x. (Ricardo)*
- *No coincido con la opinión, de que en una función cuadrática, intercepte al eje de las x en dos puntos. En una función creciente lineal, interceptará al eje de las x en un solo punto. En una función cuadrática, el intervalo que sea creciente de la grafica interceptara al eje de las x en un solo punto. También puede ocurrir que siendo las graficas crecientes pueden no interceptar al eje de las x en ningún punto. (Federico)*
- *Mi opinión sobre la respuesta de Ricardo es correcta porque una función creciente puede tener una o ninguna intersección con el eje de las x, ya que si es una función cuadrática tendrá un tramo de grafica creciente y el otro decreciente. (Juan)*
- *Estoy de acuerdo con lo que opinó Ricardo cuando dice que una función creciente puede tener una o ninguna intersección con el eje x, pero no coincido cuando se dice que en una función cuadrática puede haber también dos o más intersecciones, ya que en este caso se habla de un intervalo y una función cuadrática tendrá también una o ninguna intersección con el eje x. (David)*
- *Corrijo a algunos de mis compañeros que respondieron que puede no tener ninguna intersección con el eje x al ser creciente o decreciente diciendo q nunca puede tener ninguna intersección ya que la función está definida en todos los reales. no estoy seguro pero yo lo razoné así. (José)*
- *Quiero corregir las dos primeras preguntas ya que al hablar de una función de segundo grado me compliqué y aparte porque en el enunciado del ejercicio decía que "teniendo una función cualquiera" si la grafica es creciente tocara al eje x una o ninguna vez, y si es decreciente, pasará lo mismo. (Ayelén)*

Del total de respuestas emitidas, el 73% fueron hacia el grupo en general, no siendo posible determinar un destinatario en particular. Ejemplo de esto son las tres primeras intervenciones indicadas anteriormente. El 27% restante fueron dirigidas hacia un compañero acordando con la respuesta dada por éste y complementándola en algunas oportunidades con otro procedimiento. También puede observarse que, a partir de la lectura de las intervenciones de los compañeros, una alumna (Ayelén) reformula su respuesta. Dado que esto lo reiteró en otros foros, se presumía que ella sí leía las intervenciones de sus compañeros y las confrontaba con la propia. Esto pudo confirmarse al analizar sus respuestas a la encuesta.

Todos los errores conceptuales detectados en este foro, fueron discutidos durante la siguiente sesión presencial, analizando junto con los alumnos, cada una de las intervenciones realizadas.

### Cuestionarios

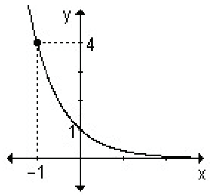
Cada semana se propuso también un cuestionario con preguntas de opción múltiple sobre los contenidos involucrados. El objetivo principal de los cuestionarios fue fomentar en los alumnos la autoevaluación de su aprendizaje, realizando actividades que le permitieran valorar el trabajo realizado y recibir las indicaciones necesarias para identificar procedimientos o determinados conceptos que deberían reforzar o corregir. Al respecto, Barberà y Badía (2004), consideran que las actividades de autoevaluación les deben proporcionar a los alumnos información tanto del proceso de aprendizaje que están siguiendo como de la calidad del conocimiento que están construyendo. Agregan que esta información debe serles útil para tomar decisiones, en caso de que resulte conveniente, para reorientar su proceso de aprendizaje en el sentido que sea necesario, tanto para aspectos conceptuales, procedimentales, estratégicos o metacognitivos.

Con ese propósito, en la elaboración de las preguntas y de las correspondientes opciones, se tuvieron en cuenta las distintas representaciones y la conversión de unas en otras. Para cada pregunta, se presentaron tres opciones de las cuales solo una era verdadera. Las otras, correspondían a concepciones erróneas o procedimientos incorrectos que se fueron detectando en distintas instancias del dictado de Matemática I en años anteriores.

Esperando que el alumno realice un seguimiento continuo de su proceso de aprendizaje, es importante que estos cuestionarios sean de tipo formativo. En virtud de ello, se diseñó para cada opción que el alumno seleccione, un mensaje de estímulo en el caso de que haya sido correcta, o que contenía el concepto o procedimiento que debería revisar, en el caso de que la selección haya sido incorrecta. La configuración de estos cuestionarios contempló que todos los mensajes se presentaran al finalizar la resolución completa del mismo.

Las siguientes imágenes muestran la devolución que recibió un alumno en distintos cuestionarios al seleccionar una opción incorrecta.

Dada la gráfica de la función exponencial, la expresión algebraica de la misma es:




Seleccione una respuesta.

- a. (1/4)^x
- b. (1/4)^(-x) ✗ Esto equivaldría a $4^x$. Por lo tanto si la gráfica es decreciente, la base de la misma debe ser...
- c. 4^x

Incorrecto
Puntos para este envío: 0/10.

El polinomio $p(x) = (2\mathbf{m}+3)x^3 + x^2 - x + 5$, es divisible por $(x + 1)$ si el valor de **m** es:

Seleccione una respuesta.

- a. m = 0
- b. m = -4 ✗ Revisa las operaciones.
- c. m = 2

Recuerda: p(x) es divisible por (x + 1) si p(-1) = 0, es decir si -1 es raíz de la ecuación p(x) = 0

Incorrecto
Puntos para este envío: 0/10.

Imágenes 2 y 3

En las tres primeras semanas, los cuestionarios fueron resueltos por la totalidad de los alumnos. El porcentaje fue disminuyendo levemente hacia las últimas semanas, donde se registraron diecisiete respuestas (65,38%) en el último. En todas las semanas se observaron alumnos que rehicieron los cuestionarios.

## Comentarios

Con respecto a las guías de actividades, se considera que cumplieron con los objetivos propuestos. Los alumnos mostraron responsabilidad en la resolución de las mismas y en el cumplimiento de los plazos estipulados para hacerlo. Se esperaba que el número de alumnos que presentara las guías en la plataforma utilizando un editor de textos, aumentara al transcurrir las semanas, pero esto no fue así. De todos modos, debe destacarse el esfuerzo observado en mejorar la presentación de gráficas y de ecuaciones matemáticas a lo largo de las distintas semanas de la experiencia.

En el desarrollo de los distintos foros propuestos, el docente realizó el seguimiento continuo y la moderación de los mismos, interviniendo en diversas oportunidades para reorientar la dirección de las intervenciones de los alumnos, para hacer notar, sin corregir, concepciones erróneas o alguna respuesta incompleta. Con respecto a la falta de interacción, se supone que podría deberse a que los alumnos no están acostumbrados a utilizar estos foros de reflexión. Puede presumirse que si estos espacios virtuales de comunicación se utilizaran de manera más sistemática, las intervenciones mejorarían en cantidad y en calidad, y se producirían interacciones entre los alumnos.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se considera que las actividades desarrolladas a través de la plataforma virtual enriquecieron las sesiones presenciales y generaron nuevos escenarios de intervención didáctica en el aula, logrando un conjunto de acciones y estrategias propias de las clases presenciales y también de otro espacio que permitió extender las actividades más allá de las paredes del aula.

Por otro lado, integrar las nuevas tecnologías a los procesos curriculares más tradicionales, es uno de los objetivos que como docentes debemos conseguir. No hacerlo supone una ruptura o desconocimiento de la realidad que existe fuera de las aulas.

El uso de las nuevas tecnologías debe considerarse como un complemento que incrementará y completará la actividad del docente, pero no como un recurso alternativo o sustituto de la enseñanza presencial.

## Referencias bibliográficas

Barberà, E. y Badia, A. (2004). *Educar con aulas virtuales: Orientaciones para la innovación en el proceso de enseñanza y aprendizaje*. Madrid: A. Machado.

Coll, C. (2004). Psicología de la Educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación: Una mirada constructivista. *Sinéctica, (25)*. Sección: Separata 1-24. Recuperado el 12 de febrero de 2011 de http://portal.iteso.mx/portal/page/portal/Sinectica/Revista

Moreno, L. (2002). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. *Memorias del Seminario Nacional: Formación de docentes sobre el uso de nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas* (pp. 40-66). Bogotá, Ministerio de Educación Nacional, Cinvestav – IPN.

Sigalés, C. (2004). *Formación universitaria y TIC: nuevos usos y nuevos roles*. Recuperado el 20 de febrero de 2005 de http://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v1n1-sigales/v1n1-sigales