

LA SISTEMATIZACIÓN DE FUNCIONES REALES DE UNA VARIABLE REAL SOBRE LA BASE DEL TRABAJO INDEPENDIENTE Y EL USO DE LAS NUEVAS TECNOLOGÍAS

Adolfo Álvarez Martínez, José Manuel Ruiz Socarrás, Seydel Bueno García, Alexia Nardín Anarela

Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte

Cuba

adolfo.alvarez@reduc.edu.cu, jose.ruiz@reduc.edu.cu, seydel.bueno@reduc.edu.cu, alexia.nardin@reduc.edu.cu

Resumen. En este trabajo se presenta una estrategia encaminada a sistematizar las funciones reales de una variable real (funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R}), en el primer año de las carreras de Ingenierías, la cual se implementa desde los Cursos Preparatorios de Matemática, y abarca la asignatura Matemática I. La misma se basa en el trabajo independiente de los estudiantes y el uso de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones (TICs). Se toma como referente teórico, presupuestos de la Psicología Educativa, la Didáctica de la Matemática, y diversos resultados, que en cuanto al uso de las nuevas tecnologías tienen lugar en la enseñanza de la Matemática en el nivel superior, tanto en el ámbito nacional como internacional.

Palabras clave: estrategia, funciones, trabajo independiente, tecnologías

Abstract. This paper proposes a strategy which aims at systematizing the real functions of a real variable (functions of \mathbb{R} in \mathbb{R}). These functions are taught and practised in the first year of Engineering Majors. They are part of the preparatory courses and also taught as part of the subject Mathematics I. This subject mainly focuses on developing abilities which enable students to work on their own. They also become familiar with the new Technologies of Information and Communication. The theoretical of this paper are derived foundations from Educational Psychology, the Didactics of Mathematics, and from data collected in different studies on these new technologies. These studies have centered on the teaching of Mathematics in higher education and include both national and international papers.

Key words: strategy, functions, students working on their own, technologies

Introducción

Cuando se investiga dentro del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática el tratamiento que reciben desde el punto de vista técnico metodológico los complejos de contenidos que abarca el programa de Matemática I en las carreras de Ingenierías, se manifiesta de inmediato que todos están de una forma u otra relacionados con el concepto de función, considerados por muchos esencial en la disciplina de Matemática en cualquier carrera que la incluya dentro de su currículo, “el concepto más importante de todas las Matemáticas es, sin dudar, el de función: en casi toda la matemática moderna, la investigación se centra en el estudio de las funciones” (Spivak, 1970, p. 47).

Sin embargo en los diagnósticos realizados a los estudiantes que egresan de la enseñanza media superior en las bases de contenidos que comprenden el concepto función real de una variable real, se contactan serias deficiencias, que limitan posteriormente el aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral en una variable. Lo cual se traduce en deficiencias docentes, que en muchos de los casos provocan la deserción de estudiantes en el primer año de la carrera, lo

que afecta a uno de los indicadores fundamentales de la eficiencia en la enseñanza superior, la permanencia en las carreras de Ingenierías, por citar un ejemplo en el caso de la carrera de Ingeniería Eléctrica en la universidad de Camagüey en los cursos (2009-2010), (2010-2011) el 96% de las bajas fueron de carácter académico provocado fundamentalmente por la asignatura Matemática.

Dentro de los aspectos que propone el ministerio de educación superior en Cuba para trabajar en pos de la solución de este problema se encuentra:

La determinación precisa del nivel de preparación de los estudiantes que acceden a la educación superior y, como consecuencia de ello, la solución temprana de las posibles insuficiencias. Sobre esta base es que se presenta el siguiente trabajo.

Desarrollo

La enseñanza - aprendizaje de la Matemática tiene como objetivo fundamental el empleo, por parte de los estudiantes, de los conocimientos adquiridos, en la resolución de ejercicios de naturaleza diversa, alcanzando una dimensión objetivamente superior cuando se utilizan en la resolución de problemas concretos tanto a nivel curricular como en la esfera de actuación del futuro profesional.

Para la Matemática, que dentro de su objeto de estudio tiene la búsqueda de relaciones y dependencias entre variables, las funciones ocupan un lugar de importancia suprema, partiendo del hecho de que el hombre en su constante interacción dentro de la sociedad y con la naturaleza logra solucionar diversos problemas con la ayuda de las mismas. Estas, sin duda alguna, posibilitan demostrar la relación Matemática - realidad objetiva y contribuyen a entender a esta ciencia como un medio eficaz para transformar dicha realidad.

Sin embargo los estudiantes ingresan con insuficiencias significativas en las bases de contenidos del concepto función, que en muchos de los casos persisten e incluso trascienden el primer año de la carrera. En el caso de los estudiantes que conforman la población investigada; los estudiantes de la carrera Ingeniería Eléctrica del curso regular diurno en el periodo (2010-2011), los resultados alcanzados en los diagnósticos realizados en el transcurso del primer mes de clases fueron los siguientes:

- ❖ El 20% de los estudiantes, reconoce el concepto de función representado de una forma diferente a la analítica, y sus propiedades fundamentales, específicamente el dominio e imagen, la inyectividad, la simetría, la monotonía y periodicidad.

- ❖ Al presentarse las funciones mediante esbozos de sus gráficos se constata que la mayoría de los estudiantes, en el orden del 60% reconoce propiedades fundamentales de las mismas.
- ❖ El 19% de los estudiantes fue capaz de relacionar el gráfico correspondiente a funciones obtenidas mediante transformaciones, composiciones, combinaciones y operaciones entre funciones elementales básicas, con su representación analítica, lo cual demuestra su desconocimiento acerca de la influencia que estos procesos tienen sobre su representación gráfica.
- ❖ En cuanto al trabajo con ecuaciones e inecuaciones funcionales se pudo constatar que: el 27% domina los procedimientos para su resolución, el 19% interpreta el significado geométrico de las mismas, así como de su solución, y que tan solo un 14% tiene en cuenta el dominio de las funciones, para dar su solución.
- ❖ Los resultados de modelar un fenómeno funcional fueron aún más discretos pues solo el 17 % encontró un modelo correcto para el problema planteado, el cual describía una situación práctica concreta.

Los resultados anteriores, alarmantes, desde el punto de vista de los autores exigen que se revise en las carreras de Ingeniería el proceso de enseñanza – aprendizaje de este concepto.

El concepto función comienza su tratamiento en la escuela desde las edades tempranas, y se mantiene a lo largo de toda la enseñanza de la Matemática, en cada nivel se va enriqueciendo y profundizando, hasta llegar a la enseñanza superior, donde para el caso de las Ingenierías se tratan a través de todo el programa de la Matemática I. También estas aparecen con fuerza en variados temas de las asignaturas Álgebra y Física, lo cual permite continuar desarrollando el pensamiento funcional matemático en los estudiantes, habilidad esta, fundamental para un ingeniero.

En esta enseñanza (la superior), se le concede un papel predominante al estudio de los procesos infinitos y sus situaciones límites, que comienzan su tratamiento en la asignatura Matemática I, con el tema Límite y Continuidad, pasando a través de todo el Cálculo Diferencial, hasta llegar al Integral. En todos estos temas las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} constituyen un núcleo básico, sobre el cual se estructura toda la teoría del Cálculo Superior.

También en la enseñanza superior se profundiza en el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones, fundamentalmente aquellas que necesitan de las computadoras, como es el caso de: los asistentes matemáticos, los ficheros de texto, el correo electrónico, la intranet etc. Además en esta enseñanza se incluyen por primera vez los laboratorios de Matemática, como un tipo de forma organizativa de la clase, en la cual los

estudiantes utilizan asistentes, tales como el Derive, (es el recomendado para las carreras de Ingeniería en el primer año), para resolver tareas de la asignatura, lo cual permite integrar, y sistematizar la teoría estudiada, si es utilizado eficientemente.

Estas clases de laboratorios de Matemática brindan un marco propicio para tratar las funciones matemáticas en una dimensión superior, pues es posible realizar un análisis más general e integrador de las mismas, en la que se interactúa con las diferentes representaciones del concepto función, fundamentalmente las gráficas y analíticas, lo cual facilita contrastar los resultados que se alcanzan en el trabajo con las mismas, por la vía analítica con sus gráficos correspondientes, los que serán visualizados en diferentes pantallas, hasta encontrar la más conveniente para develar las propiedades de las funciones que más interesan en cada caso estudiar.

Lo anteriormente planteado justifica la necesidad de que se analice bajo una perspectiva diferente el proceso de fijación del concepto función real de una variable real y en especial su sistematización, ya que este concepto ha sido elaborado con anterioridad en las enseñanzas precedentes a partir de las etapas de elaboración de conceptos matemáticos planteadas por Ballester (1994).

En este trabajo, se acepta como sistematización de conceptos matemáticos, a la forma de fijación cuyo objetivo fundamental es estructurar un sistema de conocimientos (mediante comparaciones de características que destacan lo esencial del saber y el poder adquirido por los estudiantes), estrechamente vinculado al análisis de propiedades comunes y diferentes, al establecimiento de nexos entre los conocimientos que eventualmente pudieran parecer aislados, hasta organizarlos en un sistema (Ballester, 1994).

La enseñanza de la Matemática en las carreras de Ingeniería tiene rasgos particulares, de los que no está exento el proceso de sistematización del concepto función real de una variable real, debido en gran medida al hecho planteado anteriormente de que en la universidad existen potencialidades superiores de acceso a una infraestructura tecnológica que incide favorablemente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de cualquier disciplina y especialmente en la Matemática.

También hay que tener en cuenta que en este nivel, los estudiantes están más preparados para ejecutar con más eficiencia y responsabilidad el trabajo independiente, pues el colectivo ejerce mayor influencia sobre el individuo, los cuales a su vez son más maduros que en las enseñanzas precedentes, y más definidos en cuanto a sus intereses personales, y profesionales.

Por las razones antes expuestas los autores consideran conveniente elaborar una estrategia didáctica para enfrentar esta problemática, desde un enfoque diferente a los que hasta este momento han sido utilizados, en la cual el trabajo independiente de los estudiantes y el uso de las nuevas tecnologías constituyan el núcleo en su implementación. Dicha estrategia se sustenta en los presupuestos de la enseñanza desarrolladora en materia de la psicología educativa y la didáctica de la Matemática, presentados por Labarrere (1996), Ballester (1994, 2003), entre otros, así como en las experiencias de Chávez y García (1995), Cabo, Llamazares y Peña (2001), Cantoral y Montiel (2001), respecto al uso de las nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones reales de variable real.

La propuesta de estrategia didáctica, que se presenta transcurre por tres etapas: etapa de diagnóstico, etapa de ejecución y etapa de control y evaluación.

- ❖ *La etapa de diagnóstico*, en la cual fueron precisadas las insuficiencias de los estudiantes en las bases de contenidos del concepto función de R en R , mediante pruebas diagnósticas sistemáticas, parciales y finales, (también se incluyeron los resultados de la prueba de ingreso a la enseñanza superior en las preguntas relacionadas con las funciones). Dentro de estas se encontraron.
- ❖ Identificar funciones como un caso especial de correspondencias.
- ❖ Reconocer las funciones reales de una variable real, en las diferentes formas que se puede representar el concepto.
- ❖ Determinar propiedades tales como el dominio, imagen, interceptos con los ejes de coordenadas, signos de la función, monotonía, inyectividad y sobreyectividad, simetría y periodicidad, tanto desde el punto de vista analítico como gráfico; así como el comportamiento de dichas propiedades, en las diferentes funciones elementales conocidas por ellos.
- ❖ Realizar transformaciones, operaciones algebraicas y de composición, con funciones, así como, fundamentar bajo que condiciones, son realizables dichas operaciones.
- ❖ Modelar fenómenos, sucesos, situaciones mediante funciones de R en R .
- ❖ *La etapa de ejecución* que tiene como elementos estructurales los siguientes:

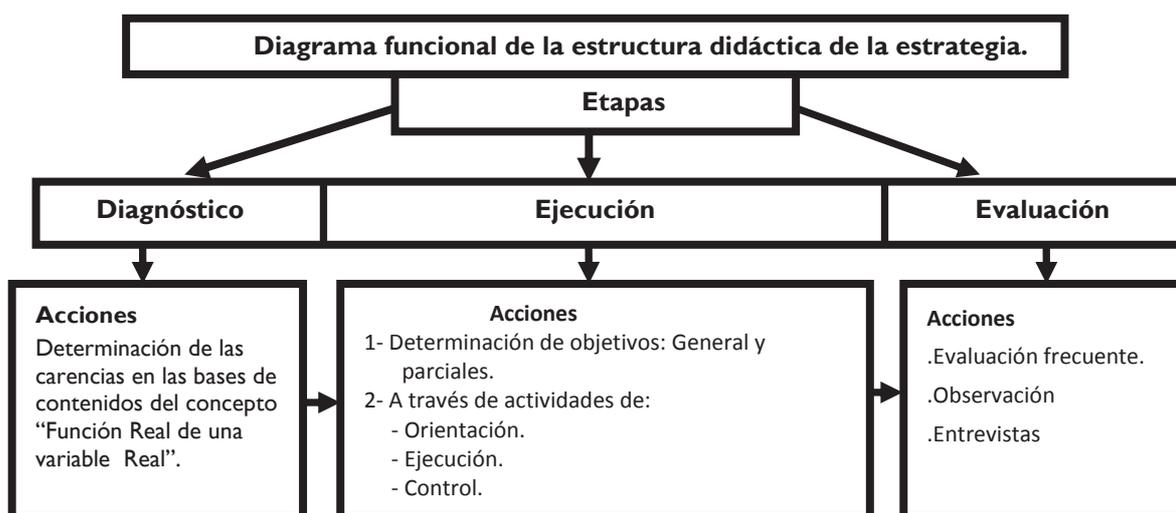
Un objetivo general como categoría rectora, el cual ha sido definido como: Sistematizar el concepto de función real de una variable real a través de un sistema de actividades basadas en el trabajo independiente de los estudiantes, al cual se le da cumplimiento a través de un sistema de hojas de trabajos disponible en la intranet de la universidad. Estas

siguen un orden determinado por el nivel de subordinación que tienen los conceptos del tema funciones de R en R respecto al concepto principal, el de “función de R en R ”.

Estas hojas constan en su estructura de la temática a tratar, objetivos, acciones y el sistema de actividades dentro de las que se encuentran las de *orientación* (remiten a los estudiantes al sistema de materiales digitales elaborados por el autor, así como al libro de texto), de *ejecución* en la cual los estudiantes resuelven las tareas orientadas en la hoja de trabajo de forma independiente y las actividades de *control*.

- ❖ *La etapa de control y evaluación* ha sido organizada a lo largo de toda la estrategia, mediante acciones de control que permiten evaluar el cumplimiento de los objetivos parciales, en aquellos estudiantes de mayor dificultad, así como en el resto del grupo.

Entre las etapas que conforman la estrategia que se presenta, se establece, en su funcionamiento una relación dialéctica, pues cada una de ellas tributa a las otras, conformando un sistema en su dinámica, lo cual se muestra a través del siguiente diagrama.



La funcionalidad de esta estrategia, se concreta mediante las operaciones siguientes:

- ❖ Se realiza un diagnóstico inicial al comenzar el curso introductorio de Matemática el cual permite caracterizar a cada estudiante según el nivel de desempeño mostrado en el trabajo con las bases de contenidos del concepto función real de una variable real.
- ❖ Se orienta a los estudiantes en las clases, que realicen como trabajo independiente las actividades que aparecen en las hojas de trabajos elaboradas para sistematizar el concepto de función real de una variable real, las mismas forman parte de un sitio web, que consta de archivos de texto en Word, presentaciones en Power Point, el asistente matemático Derive 6, además este permite acceder al Word y al correo electrónico, y de esta forma

posibilita que los estudiantes intercambien los resultados y valoraciones acerca de las actividades realizadas. Este sitio está disponible en la intranet de la universidad.

- ❖ Se controlan y evalúan las actividades contempladas en las hojas de trabajo, por los estudiantes padrinos, alumnos ayudantes y el profesor en las clases prácticas, consultas, laboratorios, seminarios de la asignatura y en el sistema de evaluación parcial y final.

Como resultados de la puesta en práctica de la investigación realizada en los cursos (2009 – 2010) y (2010 – 2011), con los estudiantes de ingeniería eléctrica del curso regular diurno, se han obtenido los siguientes:

- ❖ Una estrategia didáctica para la sistematización del concepto función real en una variable real, la cual incluye el uso de las nuevas tecnologías y está basada en el trabajo independiente de los estudiantes. Caracterizada por el sistema de acciones propuestas a los estudiantes para el tratamiento de la sistematización del concepto de función real de una variable real. En la cual se retoman las ideas básicas de las funciones, sus gráficas y las maneras para transformarlas y combinarlas. Se contrasta el concepto de función desde diferentes representaciones en los diferentes tipos de funciones estudiadas.

Esta estrategia presenta un enfoque que difiere significativamente del utilizado en la enseñanza precedente para sistematizar las funciones de \mathbb{R} en \mathbb{R} , lo cual se debe, en gran medida, al hecho de que, el trabajo independiente y el uso de las TICs constituyen sus elementos esenciales.

- ❖ Se ha alcanzado en los estudiantes un nivel superior en las habilidades de trabajo independiente, y manejo de las TICs, en función de obtener conocimientos, en este caso matemáticos, al exigírsele interactuar con estas tecnologías, para darle cumplimiento al sistema de tareas orientadas por el profesor.
- ❖ Se logró desarrollar habilidades en el trabajo con las funciones reales de una variable real, lo cual permitió tratar los temas de la asignatura Matemática I con mayor profundidad y rigor así como elevar el nivel de complejidad de las evaluaciones.

Conclusiones

En el trabajo presentado se demuestra la necesidad de ejecutar por parte de los docentes que imparten la Matemática, acciones en el orden del trabajo técnico - metodológico, para incidir favorablemente en el nivel de preparación de los estudiantes que acceden a la educación superior y como consecuencia de ello, alcanzar resultados académicos superiores en la asignatura.

Un resultado de estas acciones ha sido la estrategia que se presenta, la cual opera sobre el concepto de función real de una variable real, concentrándose dicha estrategia en la sistematización, la cual difiere significativamente de las realizadas en las enseñanzas precedentes. Fundamentado por el hecho que el trabajo independiente de los estudiantes y el uso de las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones constituyen aspectos esenciales.

La estrategia presentada es factible de implementar por las características psicológicas que tienen los estudiantes en este nivel de enseñanza, así como por las posibilidades tecnológicas que brinda la universidad como institución a las carreras de ciencias técnicas, para el estudio de la disciplina de Matemática.

Referencias bibliográficas

- Álvarez de Zayas, C. (1996). *Hacia una escuela de excelencia*. Ciudad de La Habana: Academia.
- Ballester, S. (1994). *Metodología de la enseñanza aprendizaje de la matemática tomo I*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.
- Ballester, S. (2003). *La flexibilidad del pensamiento y la sistematización de los conocimientos matemáticos*. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
- Cabo, F; Llamazares, B y Peña, M. T. (2001). *Derive: Una herramienta para el aprendizaje de las matemáticas*. Valladolid, España: Universidad de Valladolid.
- Cantoral, R. y Montiel, G. (2001), *Funciones: visualización y pensamiento matemático*. México: Pearson Educación.
- Chávez, R. H y García, F. R. (1995). *El concepto de función y el uso de la microcomputadora para el reforzamiento y/o modificación de la imagen conceptual*. Mérida: Yucatán México.
- Labarrere, S. A. (1996). *Pensamiento. Análisis y autorregulación de la actividad cognoscitiva de los alumnos*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.
- Spivak, M. (1970). *Calculus*. Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación.