

EL REPARTO CON FRACCIONES MEDIANTE “ESCENARIOS DIDÁCTICOS”

Eliza Minnelli Olguín Trejo, Marta Valdemoros Álvarez
CINVESTAV- IPN
minnelli_angel@yahoo.com.mx, mvaldemo@cinvestav.mx

México

Resumen. El presente reporte de investigación trata de una propuesta en la que se aborda el diseño de una intervención experimental para la enseñanza-aprendizaje del reparto con fracciones a través de “escenarios didácticos”, los que propician que los niños ideen diversas estrategias de reparto. Se trabajó con un grupo de cuarto grado de primaria en la ciudad de México. Las preguntas de investigación son: 1) ¿En qué medida la intervención en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones, en situaciones de reparto y a través de “escenarios didácticos”, ayuda a la adquisición de nociones (primeras ideas acerca de: la identificación de todos discretos y continuos, la distribución o reparto, la relación parte-todo, la partición, ideas intuitivas de orden y equivalencia) necesarias para la comprensión de la fracción? 2) Los niños, al confrontar sus estrategias para dar solución a problemas de reparto con fracciones ¿superan las dificultades en la comprensión de la fracción?

Palabras clave: escenarios didácticos, fracciones, reparto

Abstract. This research report is a proposal, which addresses the design of an experimental teaching intervention to deal with fractions learning through educational scenarios, which led them to devise different strategies for children sharing. We worked with a fourth grade group in Mexico City. The research questions were: 1) How much involvement in teaching and learning of fractions, and sharing situations through "learning scenarios" helps the acquisition of concepts (first ideas about: the identification of all discrete and continuous, distribution or sharing, the part-whole relation, partitioning, intuitive ideas of order and equivalence) necessary for understanding the fraction? 2) When can children, comparing their strategies to solve problems with fractions, overcome their difficulties in understanding the fraction?

Key words: teaching scenarios, fractions, share

Introducción

El presente es un reporte de investigación, el *problema* que se planteó en él es el *diseño de una intervención experimental para la enseñanza y el aprendizaje del reparto con fracciones, en primaria, a través de “Escenarios didácticos”*. Nos interesamos en conocer las dificultades a los que se enfrentan los maestros al diseñar una clase con fracciones. De acuerdo a lo que exploramos en los docentes en esta investigación, ellos consideran que el nivel de complejidad es mayor que cuando trabajan con números naturales y sienten la necesidad de “bajar el nivel para que comprendan los niños”; con ello, entendemos que buscan facilitar el aprendizaje, pues para ellos es difícil que el estudiante se apropie del concepto por su grado de abstracción. Los profesores comentan que los alumnos, al no usar las fracciones en su vida cotidiana, como lo hacen en el caso de los números naturales, se les dificultan más la conceptualización. Mencionan que al resolver problemas los niños tienen dificultad al dar la respuesta numérica, sus particiones carecen de equidad o exhaustividad, no comprenden la equivalencia, no tienen claro el significado del numerador y el denominador y su relación por lo que invierten su

posición. Además, no saben diferenciar en dos fracciones diferentes cuál es la mayor o menor, pues sólo ponen atención aisladamente al denominador si éste es un número mayor, entonces consideran que la fracción es mayor.

Todo lo anterior dio pauta para realizar el diseño de los ocho “Escenarios didácticos”, dos para abordar la relación parte-todo, dos para trabajar estrategias de partición, dos para el orden de fracciones y los dos restantes para la equivalencia entre fracciones; ya que son nociones necesarias para la comprensión de la fracción, las mismas son aludidas en la pregunta uno de la investigación. Las *preguntas de investigación* son: 1) ¿En qué medida la intervención en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones, en situaciones de reparto y a través de “escenarios didácticos”, ayuda a la adquisición de nociones (primeras ideas acerca de la identificación de todos discretos y continuos, la distribución o reparto, la relación parte-todo, la partición, ideas intuitivas de orden y equivalencia) necesarias para la comprensión de la fracción? 2) Los niños, al confrontar sus estrategias para dar solución a problemas de reparto con fracciones ¿superan las dificultades en la comprensión de la fracción?

Marco teórico

Para fines de este estudio, tomamos en cuenta las aportaciones de Solé y Coll (1999), quienes mencionan que el profesor debe actuar como guía y mediador entre el niño y la cultura, mientras que el alumno aprende y se desarrolla en la medida en que construye significados apropiados, en torno a los contenidos que se enseñan, ya que el estudiante aprende cuando es capaz de elaborar una representación personal acerca de un objeto de la realidad o contenido que se pretende enseñar.

Kamii (1994) afirma que los maestros deben ver la enseñanza desde la perspectiva de cómo aprenden los alumnos y cómo llegan a comprender un contenido escolar; deben planear la creación de un ambiente adecuado al pensamiento de sus estudiantes en el que haya confrontación de ideas entre los niños y se estimule la argumentación, pues ello facilita el desarrollo de un nivel de pensamiento más elevado cuando se sistematizan sus conocimientos previos. Lo que también influye ampliamente para que un niño aprenda o no un contenido escolar, es el clima social de la clase, generado por el maestro y los alumnos.

Para Streefland (1991,1993) la enseñanza debe apegarse a la realidad para que el conocimiento sea significativo para el niño. El rol del maestro que define Streefland (1993) es el de un guía, a la luz de los conocimientos previos que reelaboran y el nuevo que construyen los estudiantes sobre algún contenido matemático, en el que propicien confrontaciones entre los alumnos en situaciones relevantes.

Goffree (2000) coincide con Streefland (1991) en que la enseñanza de las matemáticas debe estar basada en la solución de problemas del mundo real para que el conocimiento sea significativo para el niño, por lo tanto, se deben diseñar situaciones concretas para que el estudiante elabore sus propios significados. Manifiesta que la creación del modelo de una situación real permitirá que el alumno investigue la situación y lo llevará a aplicar dicho modelo en la solución de otros problemas.

En cuanto a la “enseñanza experimental”, Perera y Valdemoros (2007, 2009a, 2009b) utilizaron un programa de enseñanza exploratorio, con un enfoque constructivista, en el cual se promovió el desarrollo intelectual de los niños, habilitándolos para que ellos mismos construyeran sus propios conocimientos con base en sus experiencias cotidianas. Las actividades fueron realizadas fundamentalmente en torno a varios “escenarios didácticos” que representaban distintos espacios o ámbitos de aplicación de las fracciones, propiciando un ambiente de interacción entre compañeros donde hubo intercambio de ideas, discusión sobre sus puntos de vista, el reconocimiento de errores, lo que permitió el avance en sus conocimientos favorecidos por la reflexión de sus trabajos.

Por otro lado, Perera y Valdemoros (2007) mencionan que a través de los problemas de reparto, los estudiantes lograron manifestar expresiones simbólicas de fracción para nombrar la parte del todo repartido, lo que permitió establecer la relación de orden y equivalencia entre las partes fraccionarias obtenidas en dos repartos diferentes, reconociendo dicha relación mediante la percepción de patrones que los estudiantes construyeron, ejemplificándolos con diferentes fracciones para mostrar la misma cantidad.

En cuanto a estrategias de resolución de problemas usando fracciones, Olguín (2009) observó ocho estrategias diferentes al realizar repartos con fracciones, donde varió la idea de unidad, de divisor y de objetos susceptibles de partición; las siguientes son tales estrategias:

- a) Dividen cada unidad en el mismo número de personas.
- b) Reparten unidades a cada persona y lo que sobra lo dividen en fracciones.
- c) En sus respuestas numéricas, dan una fracción equivalente a la que corresponde a sus repartos.
- d) Interpretan la unidad integrando todos los objetos de la colección y con base en ello, hacen el reparto.
- e) Partición y reparto equivalente realizando más divisiones de las necesarias.

f) Dividen en mitades cada unidad, las reparten y lo que sobra lo dividen nuevamente haciendo un ajuste.

g) Cuando las características del reparo lo permiten, dividen cada objeto en un número divisible menor a la cantidad de personas que participan. Así, al repartir ocho galletas entre 6 personas, se divide cada una en tercios y le dan a cada integrante del reparto $\frac{4}{3}$.

h) Primero dividen cada unidad en el mismo número de personas y a cada pedazo que resultó lo dividen a la mitad; si se pidiera otra forma de repartir, volverían a dividir cada pedazo a la mitad.

Método

Escenario: La escuela donde se realizó el estudio pertenece al sistema público y está localizada en una zona de clase media, dentro del área urbana de la Ciudad de México.

Sujetos: Los alumnos cursaban el cuarto grado de primaria y tenían entre 9 y 10 años.

Los instrumentos metodológicos:

❖ Cuestionario para maestros

Con la finalidad de indagar acerca de las dificultades que han tenido al diseñar y desarrollar una clase de fracciones. Además de puntualizar las dificultades que han observado en los alumnos al enfrentarse a actividades relacionadas con fracciones.

❖ Cuestionario para los niños

Que contenía problemas de reparto donde se admiten una interpretación continua y discreta del todo. Con el propósito de conocer las ideas, nociones, conocimientos previos y estrategias empleadas por los niños en la resolución de problemas, en situaciones de reparto.

❖ Sesiones de enseñanza

Ocho “escenarios didácticos” propiciando un ambiente de interacción entre compañeros, donde se pretende que haya intercambio de ideas, discusión, favoreciendo la reflexión en torno a los trabajos que realicen los alumnos (Perera & Valdemoros, 2009a, 2009b). Al final de cada actividad se les pidió a los estudiantes que plantearan situaciones parecidas a las resueltas y las expusieran a sus compañeros, permitiendo la confrontación entre la enseñanza y lo aprendido, lo cual es una manera de evaluar la instrucción a través del análisis y comparar las propuestas del maestro y las propuestas de los niños.

Los “escenarios didácticos” que se trabajaron y los problemas planteados son los siguientes:

Escenario: Juegos infantiles en la feria (relación parte-todo).

“¿Quién reparte más rápido?” El juego consiste en repartirse figuras entre los integrantes del equipo en partes iguales, el primero que termine será el ganador

Escenario: Taller de manualidades (relación parte-todo).

Tienen dos hojas cuadradas, una roja y una amarilla. ¿Cómo deben dividir las hojas, si cada rehilete debe tener dos aspas rojas y dos aspas amarillas?

Escenario: El parque de diversiones (estrategias de partición).

En la pista de carreras hay tres carros y en cada uno se pueden subir dos personas. ¿Cómo se subirían a los carros los seis integrantes de tu equipo?

Escenario: Los vehículos para ir de Excursión (estrategias de partición).

Si a la excursión van a ir en cuatro autobuses dos grupos con 20 alumnos cada uno ¿cómo acomodaría a los alumnos en los autobuses?

Escenario: El circo (orden de la fracción).

En el circo hay tres malabaristas, dos payasos y un domador. Divide la pista del circo en 6 partes iguales y colorea de amarillo el lugar del domador, de rosa el espacio para los malabaristas y de morado el lugar asignado a los payasos. ¿De qué color es la parte más grande de la pista? ¿Qué parte es la más chica de la pista?

Escenario: El zoológico (orden de las fracciones).

El día lunes les llevaron una cubeta de pescados a las cuatro focas del zoológico, el día martes les llevaron dos cubetas. ¿Qué día comieron más pescado las focas?

Escenario: Paseo familiar (equivalencia).

Una familia se repartieron dos panes, un pan lo dividieron en dos partes iguales, uno se lo dieron a la niña y otro a su mamá. El señor y el niño tomaron del otro pan $\frac{1}{4}$ cada uno, después se repartieron a la mitad lo que sobraba. ¿Quién comió más pan?

Escenario: El restaurante (equivalencia).

Ana, José, Lalo y Ángel fueron a comer pizza, ellos pidieron dos pizzas que compartirán en partes iguales. ¿Qué parte de la pizza le corresponde a cada uno? Divide las pizzas de abajo y escribe el nombre de cada uno, al lado de la porción que les darás.

Reparte de otra manera las mismas pizzas a las mismas personas.

Validación: se realizó la triangulación de métodos y de tareas para observar el contraste entre diferentes momentos del trabajo de campo de la investigación. Con el objetivo de verificar las

tendencias detectadas e incrementar la validez de los resultados del estudio. Lo anterior hace que la validación sea de carácter mixto.

Análisis de resultados

En el cuestionario que se les aplicó a los maestros manifestaron que al trabajar con fracciones, debido al grado de complejidad tienen que “bajar el nivel” para que comprendan los niños. Mencionan que el aprendizaje es momentáneo y consideran que deben reforzar el concepto. Los profesores comentaron que los alumnos, tienen dificultades al dar la respuesta numérica, sus repartos y particiones carecen de equidad o no son exhaustivos, no comprenden la equivalencia, no saben diferenciar en dos fracciones distintas cuál es la mayor o menor, pues sólo ponen atención al denominador si éste es un número mayor, de acuerdo a los números naturales, entonces consideran que la fracción es mayor.

En el cuestionario que se les aplicó a los niños se observó la dificultad que tienen para identificar fracciones en diferentes figuras geométricas y la mayor parte de éstas tienen que ver con la estrategia de partición. Se les dificulta dividir las figuras geométricas en tercios, pues algunos dividen en medios y uno de ellos la divide a la mitad; así, obtienen un medio con dos cuartos en lugar de tres tercios. Para dividir en sextos a las figuras geométricas, algunos niños dividen en cuartos y con una línea en diagonal dividen dos cuartos en octavo; así, en lugar de seis sextos, obtienen dos cuartos y cuatro octavos.

En los problemas verbales hubo pocos niños que respondieron con números naturales para indicar la cantidad de partes que corresponden en un reparto, otros realizaron un reparto adecuado pero tuvieron un error numérico, por no saber representar con fracciones su resultado. También les fue difícil utilizar dos estrategias de reparto para dar solución a un mismo problema.

Los alumnos utilizaron cinco estrategias diferentes para dar solución a los problemas verbales. Las estrategias más utilizadas son “Dividen cada unidad en el mismo número de personas” y “Reparten unidades a cada persona y lo que les sobra lo dividen en fracciones”.

Tres alumnos utilizaron una estrategia nueva que no fue observada en la investigación realizada por Olguín (2009). Al dividir 4 galletas entre 6 personas, dividen tres de ellas en cuartos; así, el total de las partes es un múltiplo del total de personas y la restante la dividen en sextos, con lo cual le corresponde a cada sujeto $\frac{2}{4}$ con $\frac{1}{6}$ de las galletas. En la respuesta numérica, uno de ellos escribe “ $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ ”, olvidando incluir $\frac{1}{4}$ más. Otro escribe “un medio y un sexto” y el tercer niño no escribió la respuesta numérica. Trabajar el reparto permitió emplear una infinidad de estrategias de partición como de reparto.

En los escenarios didácticos “Juegos infantiles en la feria” y “Taller de manualidades” dedicados a trabajar nociones de relación parte-todo, se propició el debate entre diferentes estrategias de partición, algunas no fueron correctas y al ser confrontadas con los demás equipos, los estudiantes se dieron cuenta del error y cambiaron de estrategia. Por ejemplo, cuando dividieron un cuadrado en sextos, algunos alumnos obtuvieron $2/4$ y $4/8$, alguien comentó: “No son partes iguales”, por lo que verificaron y cambiaron su estrategia de partición (Figura 1). Esto nos lleva a afirmar que la introducción de los “Escenarios didácticos” propició esos cambios en el punto de vista del niño y enriqueció las elaboraciones individuales, lo cual responde a las preguntas de investigación.

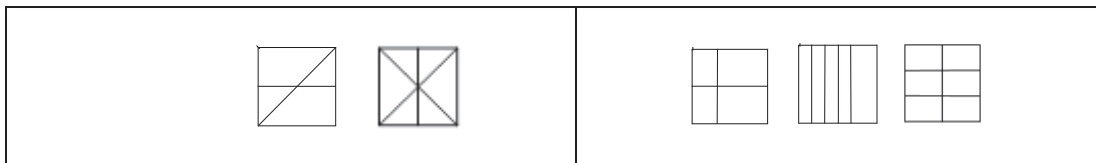


Figura 1. A la izquierda están las estrategias erróneas que emplearon para dividir un cuadrado en sextos y a la derecha las estrategias correctas.

En los escenarios “Los vehículos para ir de excursión” y “El parque de diversiones” al identificar el todo discreto, hubo diversidad de soluciones para un solo problema, admitidas por el grupo una vez que comprobaron que se cumplía con la equidad y la exhaustividad, que son nociones necesarias para la comprensión de la fracción, lo cual fue logrado gracias a las ideas intuitivas empleadas en las estrategias de partición. Al pedirles que inventaran situaciones parecidas a las ya resueltas, aunque los problemas no están bien redactados, se observa que los niños ya tienen más confianza en diseñar situaciones, considerando todas las consignas establecidas (Figura 2).



Figura 2. Problema inventado por los niños de un equipo.

En los escenarios “El circo” y “El zoológico”, al ordenar las fracciones de mayor a menor los equipos no coincidían, pues algunos consideraron que la fracción que tuviera en el denominador el dígito mayor, esa era la fracción más grande. Ellos discutieron sus ideas, propusieron dividir la figura a modo de comprobar quien tenía la razón. Hacerlo facilitó que

los niños identificaran los errores, los corrigieran y que observaran la equivalencia entre fracciones; esto responde la pregunta dos de la investigación. En el del “Zoológico” llegaron a conclusiones interesantes, las que fueron expresadas en sus comentarios: “el martes come más porque hay menos focas y alcanza más comida” argumentos que nos muestran la relación que realiza el niño entre la porción repartida y la cantidad de animales que se la van a repartir. Otro alumnos dice “entre más grande es el número, menos comida va a ser” él se refiere al denominador.

En los dos últimos “El paseo familiar” y “El restaurante” empleados para abordar la equivalencia, los alumnos utilizaron al menos dos diferentes estrategias de reparto para dar solución a un mismo problema, posteriormente compararon el resultado obtenido en cada uno, lo que propició que observaran la equivalencia que existe entre ambas partes. Algunas afirmaciones fueron: “todos comieron igual”, “porque comieron dos panes y uno se lo repartieron el papá y el hijo, el otro pan se lo comieron la mamá y la hija”, “porque la mamá y la hija tienen un pan y el papá y el hijo tienen un pan nada más que ellos lo repartieron más que la hija y que la mamá”. Las siguientes son dos estrategias de reparto que utilizaron para repartir cuatro galletas entre seis personas, los alumnos observan que $1/2$ con $1/6$ es la misma cantidad que $2/3$ (Figura 3).

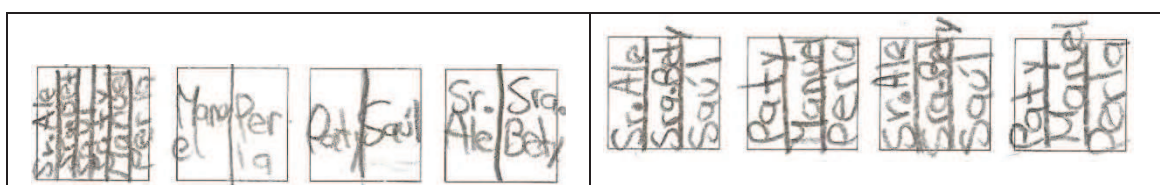


Figura 3. Dos estrategias de reparto para encontrar fracciones equivalentes.

Los resultados obtenidos nos llevan a afirmar que la introducción de los “Escenarios didácticos” ayudó a la adquisición de nociones (primeras ideas acerca de la identificación de todos discretos y continuos, la distribución o reparto, la relación parte-todo, la partición, ideas intuitivas de orden y equivalencia) necesarias para la comprensión de la fracción. Además, permitió la confrontación de los resultados, el debate en el grupo escolar, propiciando cambios en el punto de vista del alumno y el enriquecimiento de elaboraciones individuales, lo cual responde a las preguntas de investigación.

Conclusiones

Los “Escenarios didácticos” propiciaron la discusión en la clase sobre estrategias de partición y reparto, los estudiantes expresaron sus ideas y pensamientos a través de la negociación de significados.

La discusión fue una poderosa herramienta para aprender y emplear nuevos conceptos. Por ello, los “escenarios didácticos” tienen el potencial para practicar las propuestas argumentativas a través de las interacciones eventualmente dirigidas hacia la construcción del conocimiento.

Permitieron que los alumnos superaran las dificultades señaladas por los maestros y observadas en el cuestionario que se les aplicó inicialmente.

Respecto a las ideas erróneas, defender su postura a través de argumentos permitió la construcción del conocimiento, los niños se corrigieron de manera autónoma, al tratar de explicar su razonamiento a alguien y ponerse de acuerdo con los demás, el niño se da cuenta de su error y lo corrige, por ello la importancia de trabajar los “escenarios didácticos” a través de actividades grupales y en equipo.

Referencias bibliográficas

- Goffree, F. (2000) Principios y paradigmas de una educación matemática realista. *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional*, 9, 151-167. Barcelona: Graó.
- Kamii, C. (1994). *Reinventando la aritmética III*, Madrid, Visor Aprendizaje, 1995.
- Olguín, E. (2009). *Estrategias empleadas por los niños en la resolución de problemas de reparto con fracciones*. Tesis de maestría no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Perera, P. y Valdemoros, M. (2007). Propuestas didácticas para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. *Investigación en educación matemática XI*, Tenerife, España, 209-218.
- Perera, P. y Valdemoros, M. (2009a). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación Matemática*, 21(1), 29-61.
- Perera, P. y Valdemoros, M. (2009b). The Case of Karla in the Experimental Teaching of Fractions. *Proceeding of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, 361-368. Thessaloniki, Grecia.
- Solé, I. y Coll, C. (1999). *Los profesores y la concepción constructivista: El constructivismo en el aula*, Barcelona, Graó, 7-23.
- Streefland, L. (1991). The course in theory and practice. En L. Streefland (Ed.). *Fractions in realistic Education: A paradigm of developmental research*, Kluwer Academic, 46-134.

Streefland, L. (1993). The design of a mathematics course a theoretical reflection. *Educational Studies in Mathematics*, 25, 109-135.